

Лабораторная работа 3.1.3
ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Гарина Ольга

8 сентября 2020 г.

Цель работы: исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов; измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

В работе используются: неодимовые магниты; тонкая нить для изготовления крутильного маятника; медная проволока; электронные весы; секундомер; измеритель магнитной индукции; штангенциркуль; брусок, линейка и штатив из немагнитных материалов; набор гирь и разновесов.

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент \mathbf{m} такого витка площадью S с током I равен (в системе СИ)

$$\mathbf{m} = I\vec{S}, \quad (1)$$

где $\vec{S} = S\vec{n}$ – вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему, \vec{n} – единичный вектор нормали к площадке. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь \mathbf{m} называется элементарным, или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3\vec{r}(\mathbf{m} \cdot \vec{r})}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \right) \quad (2)$$

Во внешнем магнитном поле с индукцией \mathbf{B} на точечный магнитный диполь \mathbf{m} действует механический момент сил

$$\mathcal{M} = [\mathbf{m} \times \vec{B}]. \quad (3)$$

При этом потенциальная энергия, которой обладает диполь с постоянным \mathbf{m} , равна

$$W = -(\mathbf{m} \cdot \vec{B}) \quad (4)$$

Когда диполь ориентирован вдоль внешнего поля ($\mathbf{m} \parallel \vec{B}$), он находится в состоянии равновесия ($\mathcal{M} = 0$). При этом устойчивым будет только состояние, в котором диполь сонаправлен с полем $\mathbf{m} \uparrow \vec{B}$, поскольку его потенциальная энергия достигает минимума ($W_{min} = -mB$). При противоположной ориентации энергия будет иметь максимум ($W_{max} = mB$), и состояние равновесия будет неустойчивым.

В неоднородном внешнем поле выражение для энергии постоянного диполя (4) сохраняется. При этом кроме момента сил на диполь действует еще и сила

$$\vec{F} = -\nabla W = (\mathbf{m} \cdot \nabla)\vec{B}. \quad (5)$$

Выражения (2) и (5) позволяют рассчитать силу взаимодействия магнитов с моментами \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 в рамках модели точных диполей. В частном случае, когда моменты двух небольших магнитов направлены вдоль соединяющей их

прямой: $\mathbf{m}_{1,2} \parallel \vec{r}$, где \vec{r} – радиус-вектор между ними, магниты взаимодействуют с силой

$$F_{1,2} = -\frac{6\mathbf{m}_1\mathbf{m}_2}{r^4}. \quad (6)$$

1 Экспериментальная установка

Для проведения эксперимента важно, что а) вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожестким материалом; б) шары намагничены однородно.

Магнитное поле однородно намагниченного шара радиусом R может быть вычислено точно. На расстоянии $r \geq R$ от центра шара оно совпадает с полем точечного магнитного диполя (2), расположенного в центре, магнитный момент \vec{m} которого совпадает с полным моментом шара. Внутри шара магнитное поле однородно: с помощью формулы (2) и условия непрерывности нормальной компоненты индукции на поверхности шара нетрудно получить, что при $r < R$

$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi R^3} = \frac{2\mathbf{m}}{R^3} \text{ (в СГС)}. \quad (7)$$

В качестве еще одной характеристики материала магнита используют остаточную намагниченность \vec{M} . По определению, намагниченность равна объемной плотности магнитного момента, поэтому для однородного намагниченного шара

$$\mathbf{m} = \vec{M}V, \quad (8)$$

где V – объем магнита. Величину $\vec{B}_r = 4\pi\vec{M}$ называют остаточной магнитной индукцией материала.

Из (2) нетрудно видеть, что индукция \vec{B}_p на полюсах однородно намагниченного шара направлена по нормали к поверхности и совпадает поэтому с индукцией внутри шара. Как следует из (7), величина B_p связана с остаточной индукцией B_r соотношением

$$B_p = B_0 = \frac{2}{3}B_r. \quad (9)$$

2 Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции вещества магнитных шариков

Величину магнитного момента \mathbf{m} двух одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и поределив максимальное расстояние r_{\max} , на котором они еще удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков mg равна силе их магнитного притяжения. Когда векторы двух магнитных моментов ориентированы вертикально, из (6) имеет

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{mgr_{\max}^4}{6}} \quad (10)$$

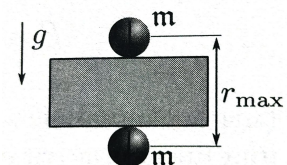


Рисунок 1 – Измерение магнитных моментов шариков

| Величина | значение | ε |
|------------------------|-------------------|---------------|
| d_1 , см | $0,68 \pm 0,01$ | 0,015 |
| d_2 , см | $0,67 \pm 0,01$ | 0,015 |
| m_1 , г | $0,846 \pm 0,001$ | 0,001 |
| m_2 , г | $0,852 \pm 0,001$ | 0,001 |
| r_{max} , см | $2,49 \pm 0,02$ | 0,008 |
| B_p (измеренное), Гс | 1177 ± 5 | 0,004 |

Таблица 1 – Измеренные величины

по формуле (10)

$$m = 72,8 \pm 2,3 \text{ эрг/Гс.}$$

По формуле (8) намагниченность

$$M = \frac{m}{V} = 442 \pm 14 \text{ эрг/}(\text{Гс см}^3)$$

остаточная магнитная индукция материала

$$B_r = 4\pi M = 5556 \pm 179 \text{ Гс}$$

по сравнению с табличной для неодима

$$\frac{B_{r\text{получ}}}{B_{r\text{табл}}} = \frac{5556}{12200} = 0,454.$$

По формуле (9)

$$B_{r\text{получ}} = 3704 \pm 120 \text{ Гс}$$

$$\frac{B_{r\text{получ}}}{B_{r\text{измер}}} = 3,15.$$

3 Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

| Кол-во шариков n | период колебаний T, с |
|------------------|-----------------------|
| 12 | $3,18 \pm 0,13$ |
| 11 | $2,93 \pm 0,01$ |
| 10 | $2,89 \pm 0,17$ |
| 9 | $2,59 \pm 0,08$ |
| 8 | $2,203 \pm 0,026$ |
| 7 | $1,90 \pm 0,05$ |
| 6 | $1,6230 \pm 0,0024$ |
| 5 | $1,38 \pm 0,04$ |
| 4 | $1,18 \pm 0,04$ |
| 3 | $0,686 \pm 0,013$ |
| кольцо | $5,31 \pm 0,17$ |

Таблица 2 – Зависимость периода колебаний от количества шариков, составляющий стрелку

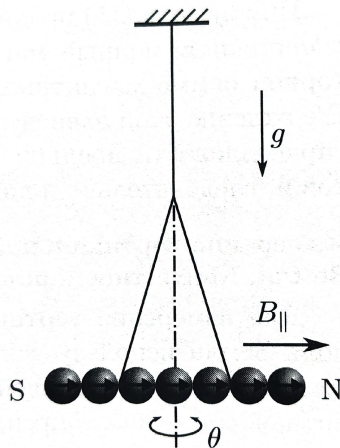


Рисунок 2 – Крутильный маятник во внешнем магнитном поле

Угловой коэффициент наклона графика, полученный с помощью МНК

$$k = 2\pi \sqrt{\frac{mr^2}{3mB_{||}}} = 0,28 \pm 0,01,$$

отсюда

$$B_{||} = \frac{4\pi^2 mr^2}{3mk^2} = 0,234 \pm 0,018 \text{ Гс.}$$

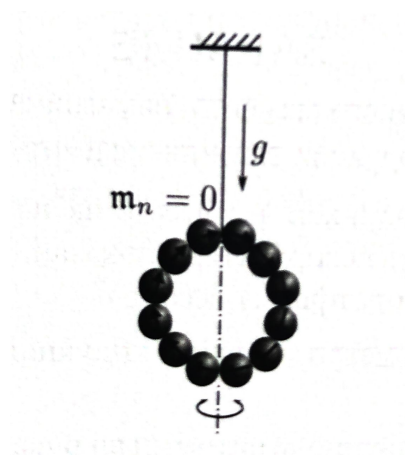


Рисунок 3 – Магнитная стрелка, свернутая в кольцо

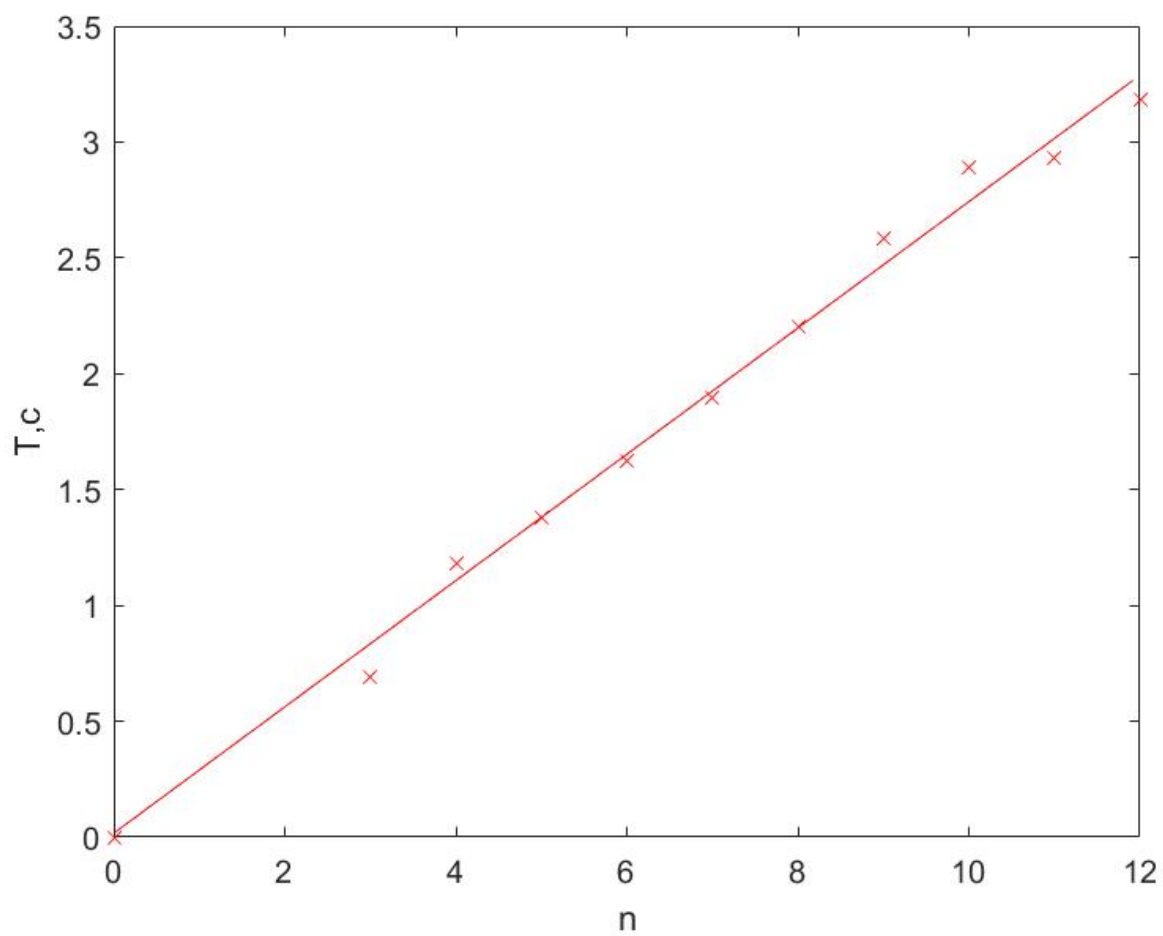


Рисунок 4 – График зависимости $T(n)$

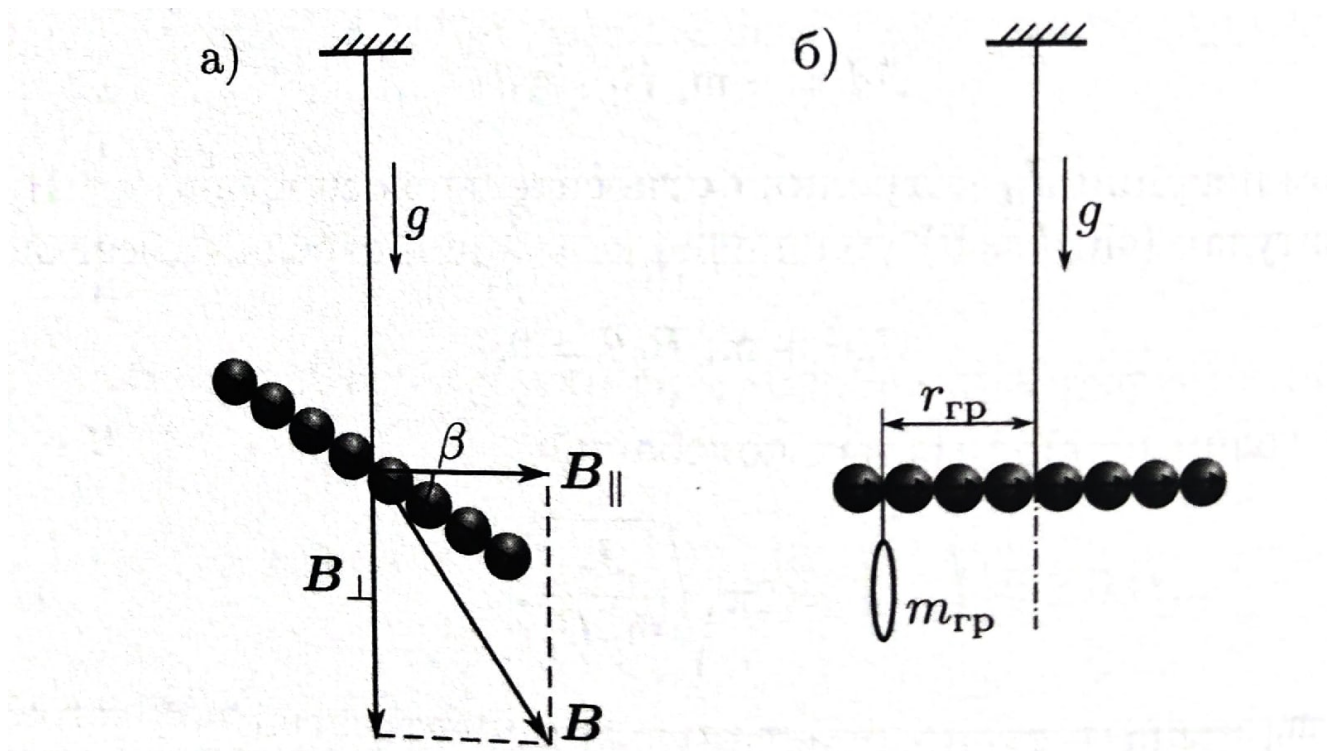


Рисунок 5 – Измерение вертикальной составляющей поля и магнитного накло-
нения

4 Определение вертикальной составляющей магнитного поля Земли

| кол-во шариков n | механический момент \mathcal{M} , дин·см |
|--------------------|--|
| 10 | 1755 ± 7 |
| 8 | $248,4 \pm 2,3$ |
| 6 | $162,9 \pm 1,8$ |
| 4 | $104,2 \pm 1,7$ |

Таблица 3 – Зависимость $\mathcal{M}(n)$

Коэффициент наклона графика, полученный с помощью МНК, равен

$$k_2 = 36,0 \pm 2,2 = mB_{\perp}.$$

$$B_{\perp} = 0,50 \pm 0,03 \text{ Гс.}$$

$$B = 0,55 \pm 0,11 \text{ Гс}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B_{\perp}}{B_{\parallel}} = 2,34 \pm 0,23$$

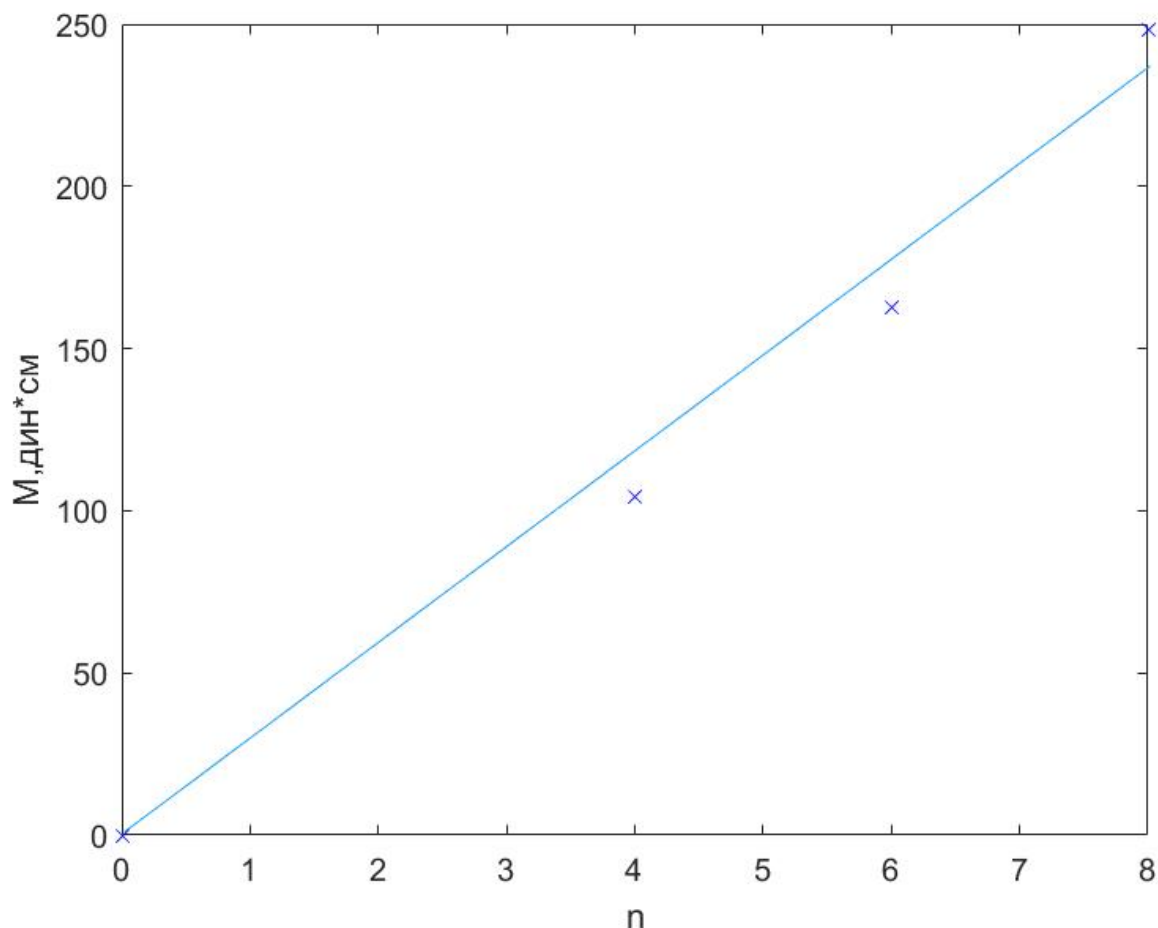


Рисунок 6 – График зависимости $\mathcal{M}(n)$

5 Обсуждение

5.1 Задание 1

Расхождение полученных результатов с табличными и измеренными можно объяснить тем, что во время проведения эксперимента рядом с установкой находились предметы, обладающие своим магнитным полем (телефон, канцелярия), что мешало снятию показаний.

Период колебаний стрелки, свернутой в кольцо, почти в 2 раза больше, чем период колебаний горизонтальной стрелки из такого же количества шариков, поэтому в расчетах упругостью нити можно пренебречь.

5.2 Задание 3

Индукция магнитного поля Земли в Московском регионе составляет примерно 0,05 мТл, т.е. 0,5 Гс, что почти совпадает со значением B , полученным в эксперименте. Пользуясь этим значением, можно найти полный магнитный момент Земли по формуле

$$m_{\text{З}} = \frac{B_0 R^3}{2} = 6,15 \cdot 10^{16} \text{ Дж/Тл.} \quad (11)$$

6 Литература

1. Лабораторный практикум по общей физике: Учебное пособие в трех томах. Т. 2. Электричество и магнетизм. 2-е изд., перераб и дополн. / Никулин М.Г., Попов П.В, Нозик А.А. и др.; Под ред. А.В. Максимычева, М.Г. Никулина. – М.: МФТИ, 2019. – 370 с