

Лабораторная работа 9.1
Закон Кюри-Вейсса и обменное взаимодействие
в ферромагнетиках

Гарина Ольга
Б04-901

24 февраля 2022 г.

Содержание

1	Введение	3
2	Экспериментальная установка	5
3	Результаты	6
3.1	Оценка погрешности выражения $\frac{f_0^2 - f^2}{f^2}$	6
3.2	Определение точки Кюри	6
3.3	Вычисление значения обменного интеграла	7
4	Вывод	8
5	Литературы	9

Цель работы: Исследовать температурную зависимость магнитной восприимчивости ферромагнетика (металлического гадолиния) в парамагнитной области – выше точки Кюри. По полученной в работе температуре Кюри оценить энергию обменного взаимодействия.

1 Введение

Вещества, атомы которых обладают нескомпенсированным магнитным моментом, принадлежат к парамагнетикам. В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты как атомов, так и свободных электронов, направлены в разные стороны, так что суммарный магнитный момент вещества равен нулю. Во внешнем поле состояние, соответствующее направлению "по полю" оказывается энергетически более выгодным, и вещества намагничиваются.

Намагниченность связана с внешним магнитным полем H , под действием которого возникает, соотношением (1), где χ – магнитная восприимчивость вещества.

$$I = \chi H. \quad (1)$$

Магнитная восприимчивость парамагнитного вещества определяется двумя уровнями энергии, зависящими от взаимной ориентации векторов магнитного момента и магнитного поля E и E_+ . Число электронов на этих уровнях определяется соотношением Больцмана (2). Таким образом, если ввести $\Delta N = N - N_+$, $N = N_- + N_+$ можно получить более подробное выражение для намагниченности (3), а также для магнитной восприимчивости (4).

$$\frac{N_+}{N_-} = \exp\left(-\frac{2\mu B}{k_B T}\right) \approx 1 - \frac{2\mu B}{k_B T}. \quad (2)$$

$$I = \mu \Delta N = N \frac{\mu^2}{k_B T} H. \quad (3)$$

$$\chi = \frac{1}{H} = N \frac{\mu^2}{k_B T} = N \frac{\mu_B^2}{k_B T}. \quad (4)$$

Далее можно переписать формулу (4) в более общем виде. При этом нужно учесть как магнитный момент электрона связан с его механическим моментом – через фактор Ландэ и магнетон Бора – а также получить выражение для среднего значения квадрата проекции магнитного момента на любую ось. Учитывая среднее значение квадрата суммарного спина атома, это выражение будет равно (5). Подставив это значение в формулу (4), получим для парамагнитной части восприимчивости более общее выражение (6).

$$\langle \mu_z^2 \rangle = \frac{g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3}. \quad (5)$$

$$\chi = \frac{N g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3 k_B T}. \quad (6)$$

В отличие от парамагнетиков, по теории П. Вейсса, в ферромагнетиках имеется некоторое эффективное магнитное поле $H_{\text{эфф}}$, которое называется обменным. Его величина пропорциональна с константой λ имеющейся намагниченности образца.

Для получения выражения для магнитной восприимчивости для ферромагнетиков нужно учесть два фактора – существование точки Кюри и обменного взаимодействия. В этом случае можно воспользоваться формулой (6), преобразовав ее с учетом указанных факторов.

$$I = N \frac{\mu^2 H}{k_B(T - \Theta)}$$

$$\Theta = N \frac{g^2 \mu_B^2 S(S + 1)}{3k_B} \lambda,$$

используемый здесь параметр Θ имеет размерность температуры. Формула Кюри (6) принимает следующий вид:

$$\chi = N \frac{g^2 \mu_B^2 S(S + 1)}{3k_B(T - \Theta)} \sim \frac{1}{T - \Theta}. \quad (7)$$

Полученное выражение (7) называется формулой Кюри-Вейсса. При стремлении температуры к Θ , называемой парамагнитной точкой Кюри, восприимчивость χ неограниченно возрастает из-за того, что тепловое движение все меньше препятствует магнитным моментам ориентироваться в одном направлении.

Для оценки энергии обменного взаимодействия можно воспользоваться следующим соотношением

$$U_{\text{обм}} = -2JS_i S_j. \quad (8)$$

Эта энергия представляет собой разность между соседними значениями кулоновской энергии для параллельных и антипараллельных спинов, J – обменный интеграл, величина которого зависит от степени перекрытия распределенных зарядов атомов i и j .

Энергия, требуемая для переворота спина в присутствии n ближайших соседей, в 2 раза больше энергии обменного взаимодействия. Ее можно записать в следующем виде:

$$U_{\text{пер}} \approx 2(2JnS^2), \quad (9)$$

где S – среднее значение \mathbf{S} в направлении намагниченности.

Учитывая действие эффективного поля, рассмотренное выше, а также тот факт, что намагниченность есть объемная плотность магнитного момента, можно найти выражение для обменного интеграла, воспользовавшись формулой для Θ , а также выражением для константы Вейсса, которое в данной работе не исследуется, и потому не приведено.

$$J = \frac{3k_B \Theta}{2nS(S + 1)}. \quad (10)$$

Ферромагнетик, исследуемый в данной работе, – гадолиний – имеет гранецентрированную решетку, состоящую из атомов Ga^{3+} . В соответствии с правилом Хунда, гадолиний имеет 7 электронов на внешнем уровне 4f, и спины этих электронов расположены в одном направлении. Таким образом, суммарный спин иона гадолиния $S = 7/2$, а орбитальный момент $L = 0$. Для гадолиния число ближайших соседей $n = 12$, это позволяет рассчитать величину обменного интеграла.

2 Экспериментальная установка

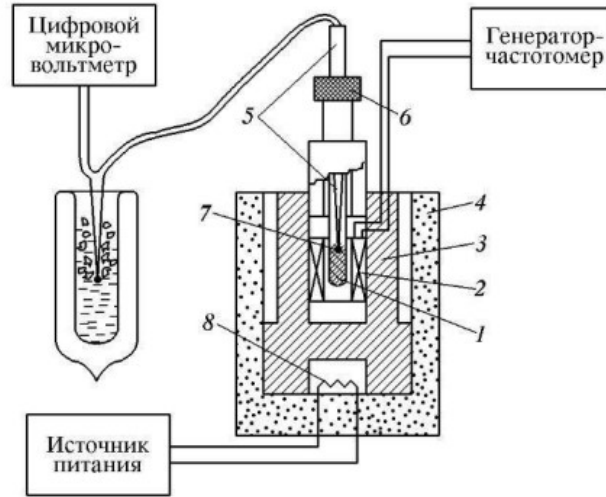


Рисунок 1 – Схема экспериментальной установки: 1 – капсула с образцом, 2 – катушка самоиндукции, 3 – медный цилиндр, 4 – пенопластовый корпус, 5 – штوك, 6 – цинговый зажим, 7 – измерительный спай термопары, 8 – электронагреватель

Схема экспериментальной установки приведена на рис.1. Магнитная восприимчивость образца определяется по изменению самоиндукции, происходящему при его введении в катушку. Обозначим через L самоиндукцию катушки с образцом, а L_0 – ее самоиндукцию в отсутствие образца.

$$L = \mu \frac{4\pi n^2 S}{l}$$

$$L_0 = \frac{4\pi n^2 S}{l}.$$

$$\frac{L - L_0}{L_0} = \mu - 1. \quad (11)$$

Так как длина образца существенно больше его диаметра, то размагничивающим фактором можно пренебречь, тогда

$$\frac{L - L_0}{L_0} = \mu - 1 = 4\pi\chi. \quad (12)$$

В данной работе измеряется частота, поэтому выражение (12) можно переписать в виде

$$\frac{f_0^2 - f^2}{f^2} = 4\pi\kappa, \quad (13)$$

откуда

$$\frac{1}{\kappa} \sim \frac{f^2}{f_0^2 - f^2}. \quad (14)$$

3 Результаты

В работе требовалось построить графики зависимости выражения (14) от температуры. Температура измерялась медно-константановой парой, при этом коэффициент соотношения между температурой и показаниями вольтметра был равен 0,04167 мВ/°С. Также для расчета температуры требовалось прибавить к полученному значению значению температуры воздуха в лаборатории $t = 23^\circ\text{C}$

Для проведения эксперимента образец сначала охлаждался, а затем нагревался, при этом требовалось следить за показаниями вольтметра и частотометра для построения искомой зависимости.

3.1 Оценка погрешности выражения $\frac{f_0^2 - f^2}{f^2}$

Для оценки погрешности данного выражения была использована формула для погрешности косвенного измерения. Обозначим заданную функцию как $g(f, f_0)$.

$$\Delta_g = \sqrt{(\Delta_f \frac{\partial g}{\partial f})^2 + (\Delta_{f_0} \frac{\partial g}{\partial f_0})^2}.$$

Погрешность измерения частот $\Delta_f = \Delta_{f_0} = 0,01$ кГц. После подсчета производных было получено следующее значения для погрешности:

$$\Delta_g = 3 \cdot 10^{-5}.$$

3.2 Определение точки Кюри

Для определения точки Кюри гадолиния была построена зависимость, представленная на рис.2. Далее линейная часть зависимости была аппроксимирована методом χ -квадрат. По пересечению линейного участка с линией "плато" где выражение $\frac{f^2}{f_0^2 - f^2}$ практически не изменялось, было получено значение температуры перехода. Значение на плато: $9,1 \pm 0,05$.

$$k = 6,64 \pm 0,19 \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

$$\Theta = 19,2 \pm 1,1 \text{ }^\circ\text{C}$$

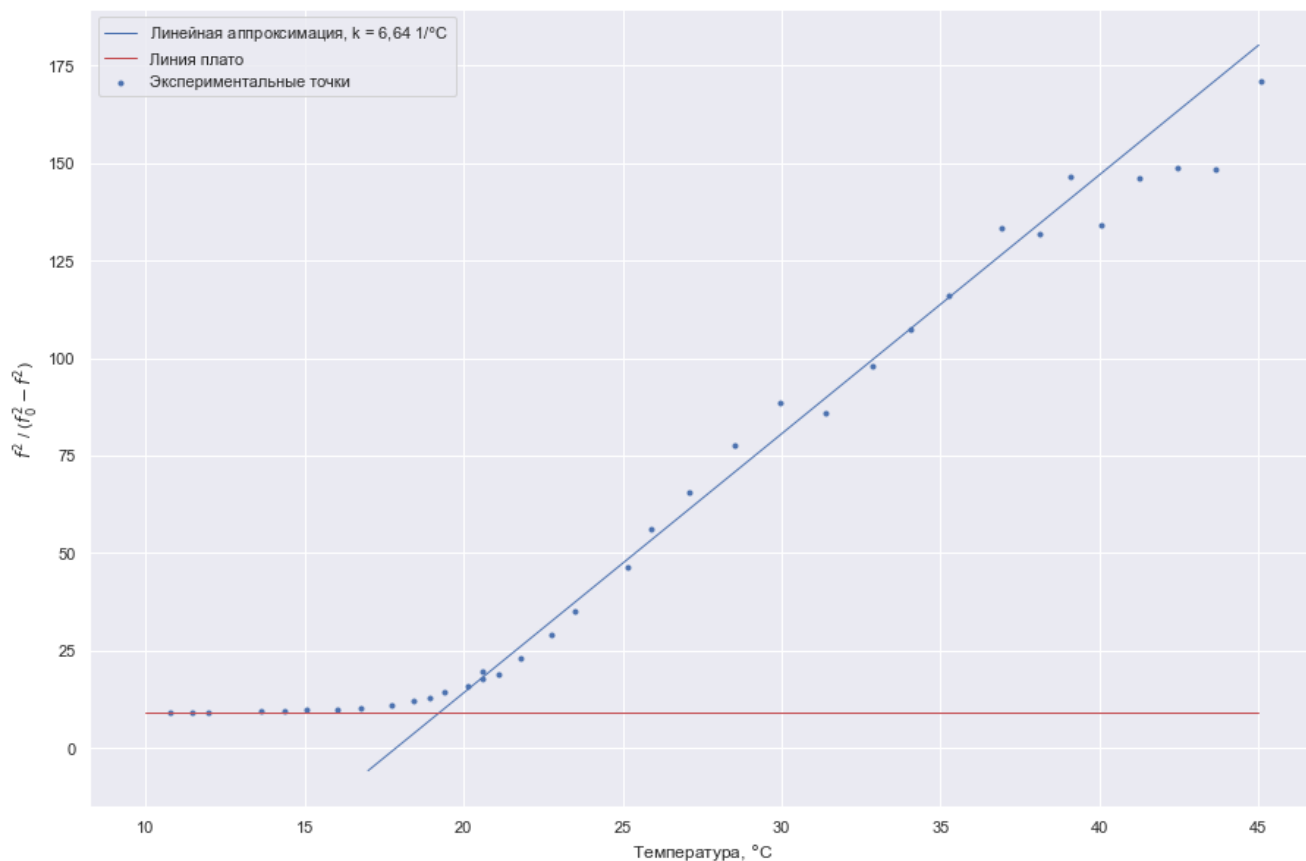


Рисунок 2 – График зависимости $\frac{f^2}{f_0^2 - f^2}$ от температуры

3.3 Вычисление значения обменного интеграла

По формуле (10), используя полученное значение точки Кюри Θ было получено значение обменного интеграла в эВ и Кельвинах, учитывая, что $1 \text{ эВ} = 11604,5 \text{ К}$.

$$J = (19,9 \pm 1,2) \cdot 10^{-5} \text{ эВ}$$

$$J = 2,32 \pm 0,14 \text{ К}.$$

Погрешность величины J получена как погрешность косвенного измерения по формуле (10), где измеренной величиной является только Θ , погрешность которой была найдена из параметров линейной аппроксимации.

4 Вывод

В данной работе была экспериментально исследована зависимость магнитной восприимчивости, измеренная по формуле (14) с помощью частотометра. Полученная температура Кюри составила 19,1 °С. Табличное значение температуры Кюри для гадолиния 20,4 °С. Таким образом, ошибка составила

$$\frac{\Theta_{\text{таб}} - \Theta}{\Theta_{\text{таб}}} = 6\%.$$

Также в работе была рассчитана величина обменного интеграла для металлического гадолиния. Результаты приведены в п.3.3.

Кроме того, была рассчитана погрешность выражения, обратного величине в зависимости, представленной на рис.2. Она составила $3 \cdot 10^{-5}$. Погрешности же выражения $\frac{f^2}{f_0^2 - f^2}$, рассчитанные по формуле в п. 3.1 быстро изменялись с сокращением разности между f и f_0 от 0,24 до 149, и, для того чтобы не загромождать график, не приведены на рисунке 2.

5 Литературы

1. Лабораторный практикум по общей физике: Квантовая физика: Учеб. пособие для вузов /Игошин Ф.Ф., Самарский Ю.А., Ципенюк Ю.М.