

# PIDコントロールとDCモーターの 制御システム

名前：トーゴー 情報系

出席番号：38

学籍番号：f20301

# 伝達関数

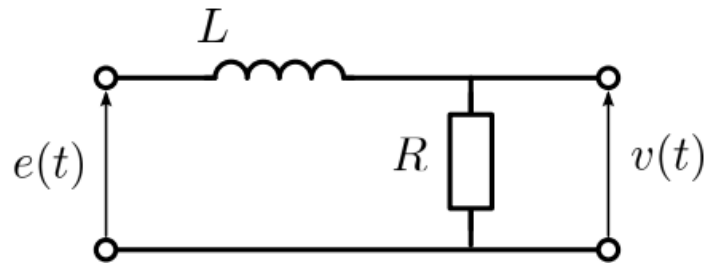


図 1

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + V(t) = e(t)$$

$$L \frac{J}{Kt} \frac{d^3 \theta}{dt^3} + R \frac{J}{Kt} \frac{d^2 \theta}{dt^2} + K \theta = e(t)$$

$$Kt = Ke = K \quad \frac{LJ}{K} \omega + \frac{RJ}{K} \omega + K\omega = e(t)$$

$$\text{ラプラス変換すれば: } \frac{LJ}{K} \Omega(s)s^2 + \frac{RJ}{K} \Omega(s)s + K\Omega(s) = E(s)$$

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{E(s)} = \frac{K}{JLs^2 + JRs + K^2}$$

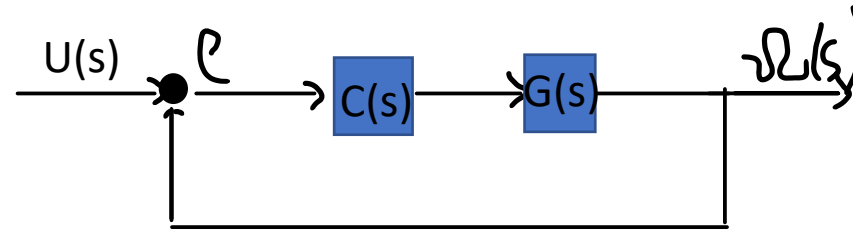


図 2

$$G(s) = \frac{K}{JLs^2 + JRs + K^2}; C(s) = Kp + \frac{Ki}{s} + Kd s$$

$$\text{一巡伝達関数: } W = G(s) C(s) = \frac{K(Kds^2 + Kps + Ki)}{JLs^3 + JRs^2 + K^2s}$$

$$\text{閉ループ伝達関数: } W = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} = \frac{K(Kd s^2 + Kp s + Ki)}{JLs^3 + (JR + KKd)s^2 + (K^2 + Kp)s + KKi}$$

$$T = 10.5 \text{ mmNa}$$

$$i = 0.5 \text{ A}$$

$$Kt = K = K = 21 \text{ mmNm/A}$$

$$L = 150 \mu \text{ H}$$

$$R = 0.5 \Omega$$

$$J = 0.5mr^2 = 0.017 \text{ kgm}^2$$

$$R = 250 \text{ mm}$$

$$\delta = 2700 \text{ kg/m}^3$$

$$h = 1 \text{ mm}$$

$$G(s) = \frac{0.021}{0.00255s^2 + 0.0085s + 0.000441}$$

# 定常応答（ステップ応答） のシミュレーション結果とその考察

ブロック図

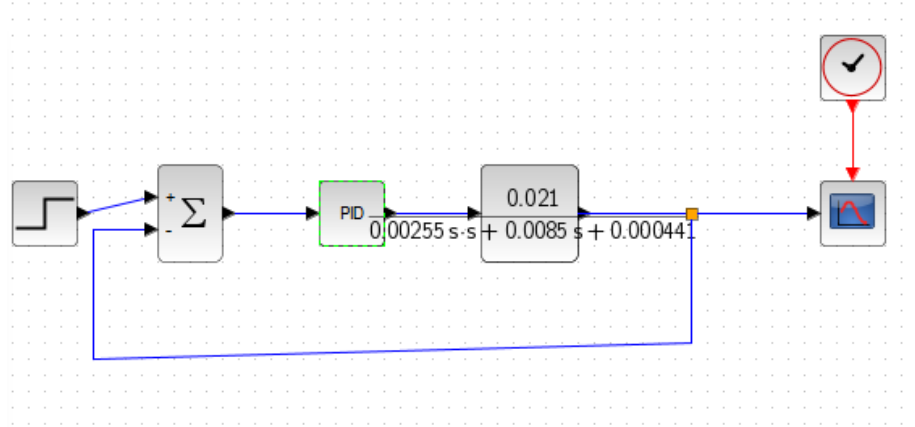


図 3

PIDコントロールの  
パラメータ値

Proportional	500
Integral	28
Derivation	7

表 1

ステップ応答

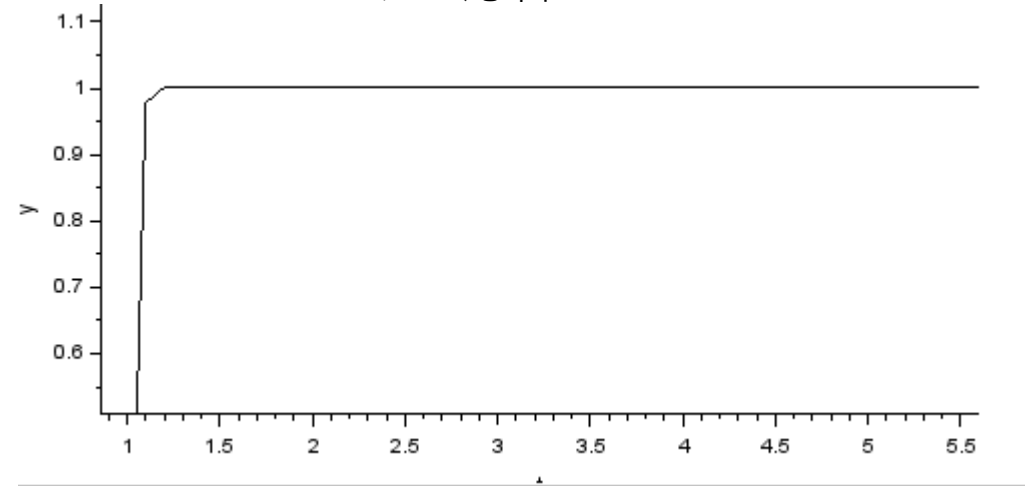


図 4

# 結果と考察

図3は、Scilabでステップ関数を用いて描いたPIDコントローラを用いたDCモータの制御システムのブロック図である。図4は、ブロック図から表1のPIDパラメータを刺激したグラフである。ステップ反応でシステムが目的の値に到達するのに0.3秒かかり、1.13%のオーバーシュートと0.7%の誤差で安定する。または、整定時間が1秒以下、最大オーバーシュートが5%のシステムPIDコントローラを設計するために、PIDコントローラのパラメータで調整を行い、以下の値に変更した。

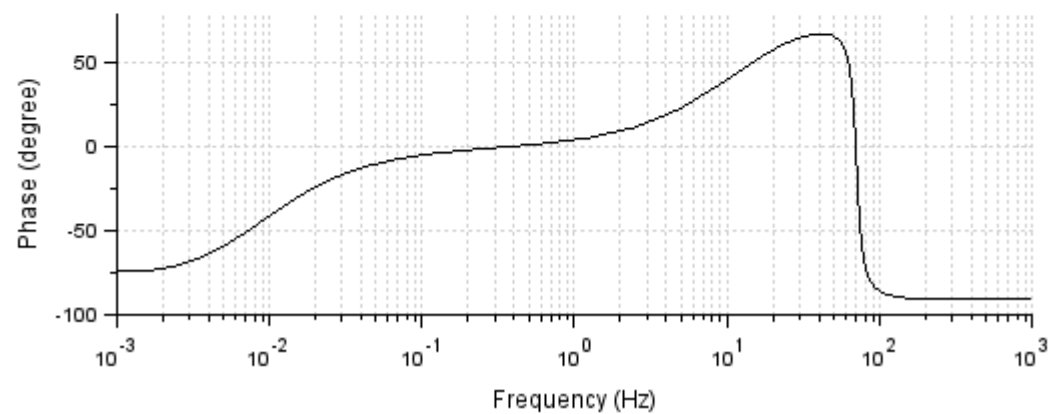
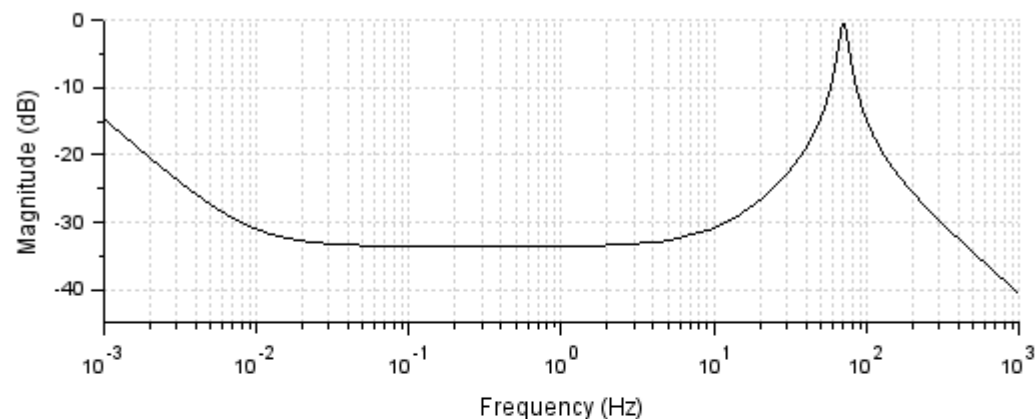
- $K_p = 500$
- $K_i = 200$
- $K_d = 7$

望ましい立ち上がり時間と低い誤差を得るために、PとIのコントローラの値は適当な値まで増加した。一方、Dコントローラは、高いPとIの値から起こすオーバーシュートと整定時間の増加の影響を打ち消すために使用された。

目的の値に思ったより早く到達する、1オーバーシュートと0誤差も低く、より早い安定するPIDコントローラを用いたDCモータの制御システムを操作したと思う。

# 周波数応答のシミュレーション 結果とその考察

## ボード線図



## 考察と結果

いずれかの周波数でゲイン**0Db**、位相**-180**が発生すると、閉ループ系は不安定になる。図5を見ればゲインマージンと位相マージンがどちらも無限になっていることをわかる。しかし、ゲインのグラフにはゲインが周波数が**70Hz**の場合、**0**に近くなっている。そのためシステムは不安定に導く可能性がある。

# 安定性に関する考察

このシステムは条件付き安定システムである。図4のように、ステップ応答は望ましい値に達し、変化しないので、このシステムの応答は安定していることが分かる。しかし、ボード線図（図5）から、ゲインが0Db、位相が $180^\circ$ で交差していないにもかかわらず、周波数70Hzでゲインが0Dbに近づき、システムが所望の出力を得られない可能性があることがわかる。

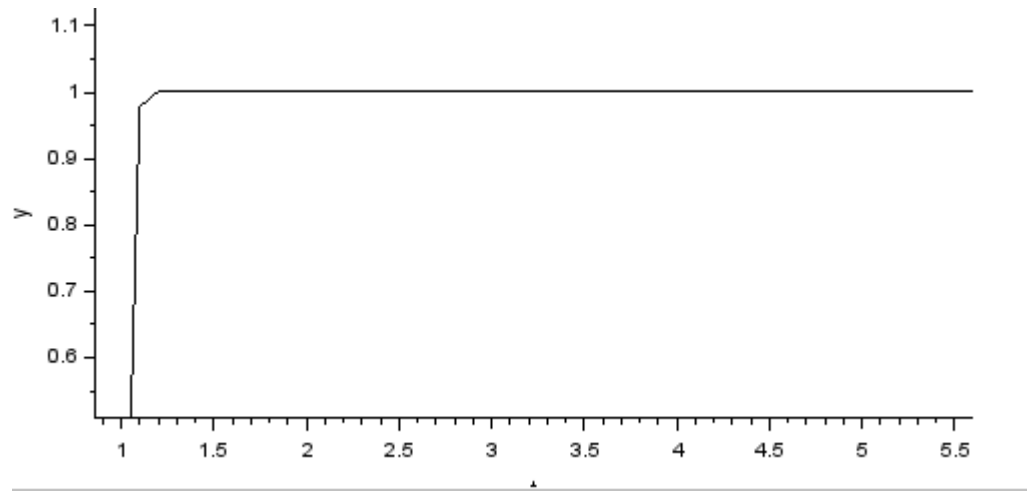


図 4

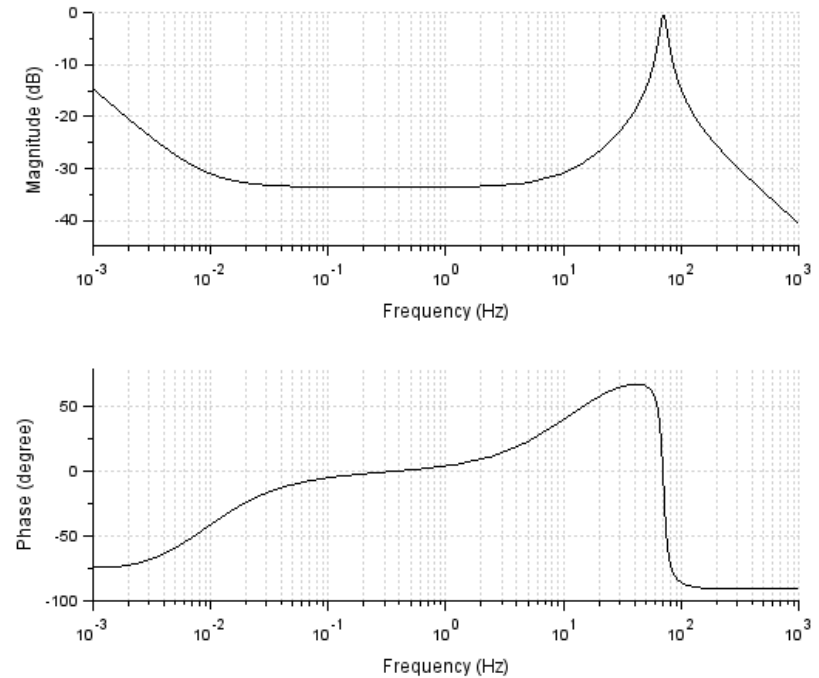


図5

# 設計した複数の制御系の比較

図4の結果に至るまで、本当に大変だった。最初にオープンループ方式を試したときは、システムが不安定で、PIDコントローラを使ってシステムを調整し、安定性を獲得する必要があった。PIDコントローラは3つのパラメータがあり、それぞれでシステムの調整を行った。Dコントローラは、最初は無視すればよかったのですが、知らなかった。そこで、3つのコントローラを同時に調整することにした。調べてみると、PIDコントローラの調整はPとIから始まり、Dは最後に実装するものだとなった。何度も何度も試した結果、以下のような表を作った。

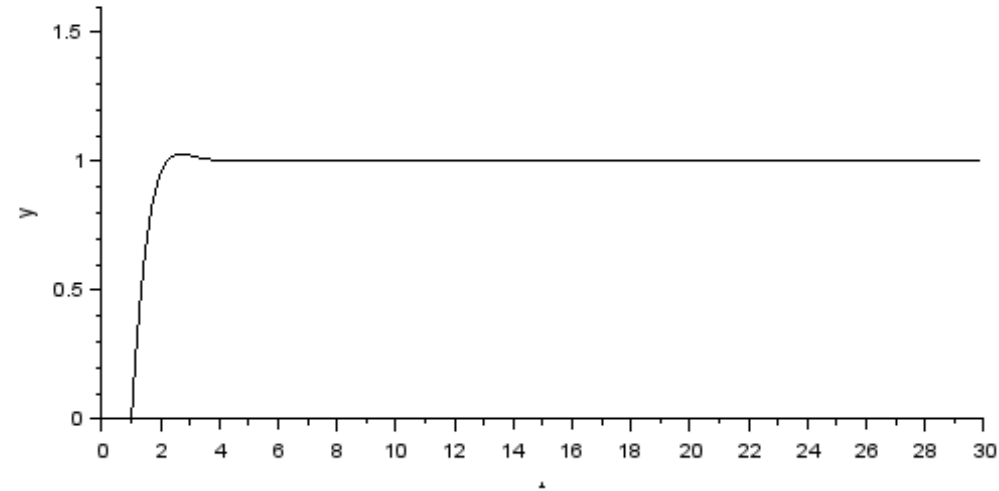
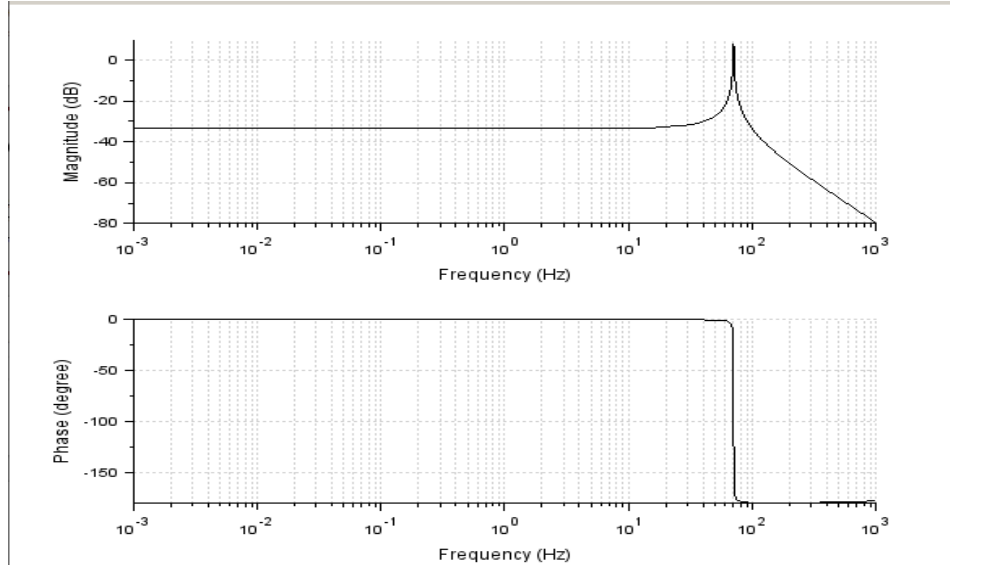
	上がり時間	オーバーシュート	決定時間	定常誤差
Kp	下がる	上がる	あまり変わらない	下がる
Ki	下がる	上がる	上がる	下がる
Kd	あまり変わらない	下がる	下がる	変わらない

表 2

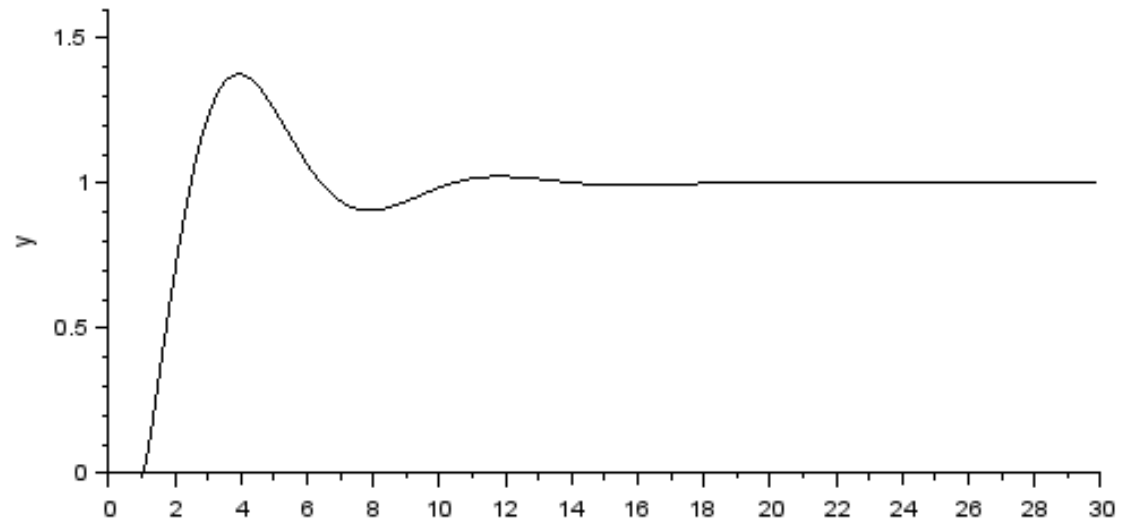
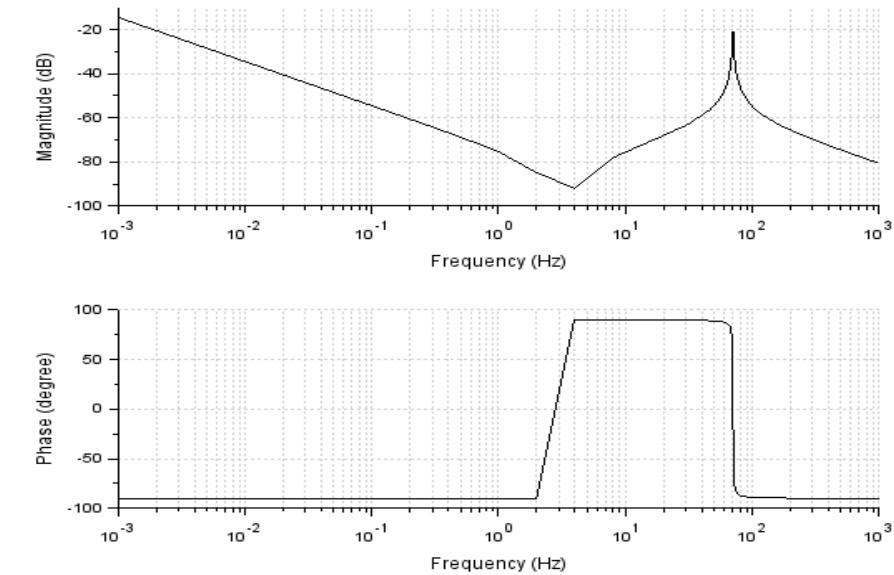
他のチューニング法も試したが、ほとんどがmatlabを使うので、精度が出せるのはZiegler Nichols PID Tuning<sup>[1]</sup>法だけでしたが、うまく行かなかった。Kpの値をすぐに求めてしまうのだが、その方法を使う前にすでに求めていた。

1. [http://www.engineers-excel.com/Apps/Tuning\\_Calc/Description.htm](http://www.engineers-excel.com/Apps/Tuning_Calc/Description.htm) 2022/2/23

# Ziegler Nichols PID Tuning method $K_p = 500$ $K_i = 0.00144$ $K_d = 0.036$



$K_p = 1$   $K_i = 1$   $K_d = 1$





# 全体的な考察

今回の課題はPIDコントロールを使いDCモーターをアウトプットとしてclosed-loop制御システムを作った。初めにはニュートンの法則を用い制御対象を見つけて伝達関数を求めた。次に伝達関数とブロック図を使用してScilabアップでステップ応答シミュレーションを行いPIDコントロールの名コントロールのProportional, Integral, Derivationに適切な値を求めた。そして、ボード線図を使い周波数応答のシミュレーションも行ってためシステムのゲインと位相を分かったうえ制御システムが半安定なシステムと判断した。

毎週一つ一つ丁寧に取り組んだラプラス変換やPIDコントローラのチューニング、グラフの描画などは問題なく行うことができた。しかし、今回の課題では、それを一挙にやった。一つの式から制御系を作るということで、簡略化しても部分的にやるよりずっと大変だった。制御系を学ぼうとする人は、物理の深い理解と数学的な知識も必要だ。物理現象から、伝達関数、ラプラス変換、ボード線図まで、物理と数学の両方が必要なだった。

一つひとつのミスが、システムを作る後半には大きなミスに発展していくので、一つひとつのステップを篤と作っていかなければならない。私にとって一番難しかったのは、ボード線図の仕組みを理解することだった。私のシステムは、私の努力にもかかわらず、半安定なシステムとして機能した。

私の作ったPID制御のDCモーターシステムはステップ反応でシステムが目的の値に到達するのに0.3秒かかり、1.13%のオーバーシュートと0.7%の誤差で安定し、ゲインが周波数が70Hzの場合、0に近くなっているため条件付き安定システムとなった。