Étude de cas : k-couverture connexe minimum dans les réseaux de capteurs

BATY Léo, BRUNOD-INDRIGO Luca

3 novembre 2020

Table des matières

1 Calcul de bornes inférieures

Dans cette section, on pose le problème sous la forme d'un programme linéaire en nombres entiers (PLNE) et on en déduit des bornes inférieures par relaxation linéaire.

1.1 Notations

Voici tout d'abord les différentes notations qui seront utilisées dans la suite :

- $k \in \{1, 2, 3\}$
- $R^{capt} \leq R^{com}$
- T ensemble des cibles (targets), de cardinal n
  - $\rightarrow$ $t \in T$, coordonnées (x_t, y_t)
  - $\rightarrow$ $t, t' \in T, t \neq t', \Delta_{t,t'} = \sqrt{(x_t - x_{t'})^2 + (y_t - y_{t'})^2}$
- puit s de coordonnées (x_s, y_s)
- $E^{capt} = \{(t, t') \in T^2 \mid t \neq t', \Delta_{t,t'} \leq R^{capt}\}$
  - $\rightarrow$ $E_t^{capt} = \{t' \in T |\ (t, t') \in E^{capt}\}$
  - $\rightarrow$ **Graphe de captation** : $\boxed{G^{capt} = (T, E^{capt})}$
- $E^{com} = \{(t, t') \in (T \cup \{s\})^2 |\ t \neq t', \Delta_{t,t'} \leq R^{com}\}$
  - $\rightarrow$ $E_t^{com} = \{t' \in T |\ (t, t') \in E^{com}\}$
  - $\rightarrow$ **Graphe de communication** : $\boxed{G^{com} = (T \cup \{s\}, E^{com})}$
  - $\rightarrow$ On note $\mathcal{D}(E^{com})$ l'ensemble des arrêtes orientées contenant les (t, t') et (t', t).
- $\forall t \in T$, $\delta_t = \mathbb{1}_{\{\text{capteur sur la cible } t\}}$
- $\forall e \in E^{com}$, $x_e = \mathbb{1}_{\{e \text{ dans l'arbre de communication}\}}$

1.2 Modèle PLNE

Variables de décision :

- $\forall t \in T$, $\delta_t = \mathbb{1}_{\text{capteur sur la cible } t}$
- $\forall e \in E^{com}$, $x_e = \mathbb{1}_{e \text{ dans l'arbre de communication}}$

On note $\delta_s = 1$.

$$
\begin{aligned}
\min_{\delta, x, f} \quad & \sum_{t \in T} \delta_t && && \text{(1a)}\\
\text{s.t.} \quad & \sum_{t' \in E_t^{capt}} \delta_{t'} \geq k, && \forall t \in T && \text{(1b)}\\
& \sum_{e \in E^{com}} x_e = n, && && \text{(1c)}\\
& x_e \leq \delta_t, && \forall e = (t, t') \in E^{com} && \text{(1d)}\\
& x_e \leq \delta_{t'}, && \forall e = (t, t') \in E^{com} && \text{(1e)}\\
& \sum_{t' \in E_t^{com}} y_{(t',t)} - \sum_{t' \in E_t^{com}} y_{(t,t')} = \delta_t, && \forall t \in T && \text{(1f)}\\
& \sum_{t \in E_s^{com}} y_{(s,t)} - \sum_{t \in E_s^{com}} y_{(t,s)} = \sum_{t \in T} \delta_t, && && \text{(1g)}\\
& y_{(t,t')} \leq n \times x_e, && \forall e = (t, t') \in E^{com} && \text{(1h)}\\
& y_{(t',t)} \leq n \times x_e, && \forall e = (t, t') \in E^{com} && \text{(1i)}\\
& \delta_t \in \{0, 1\}, && \forall t \in T && \text{(1j)}\\
& x_e \in \{0, 1\}, && \forall e \in E^{com} && \text{(1k)}\\
& y_a \geq 0, && \forall a \in \mathcal{D}(E^{com}) && \text{(1l)}
\end{aligned}
$$

- k-connexité : contrainte 1b

1.3 Relaxation linéaire

2 Heuristiques

2.1 heuristique 1

2.2 heuristique 2

3 Métaheuristiques

3.1 Structure de voisinage

3.2 Recuit simulé

3.3 Recherche à voisinages multiples