

Synthèse d'article :

Rental harmony : Sperner's lemma in fair division

LÉO BATY, LUCA BRUNOD-INDRIGO , EMMANUEL LO, NICOLAS PODVIN

Table des matières

1	Introduction	1
2	Résumé de l'article	1
2.1	Lemme de Sperner	1
2.2	Résolution du problème de <i>rent-partitioning</i>	2
2.3	Algorithme de résolution	2
3	Réflexions personnelles	2
3.1	Adaptation du problème au cours	2
3.2	Implémentation de l'algorithme	2
3.3	Application à un cas réel	2

Introduction

L'article étudié¹ porte sur la résolution du problème de *rent-partitioning* à l'aide du lemme de Sperner. Le problème concret à résoudre est le suivant : n individus s'apprêtent à s'installer en collocation dans un logement possédant n chambres, et vient le moment de la répartition des chambres. Si l'on associe à chaque chambre un pourcentage du loyer à payer, y a-t-il une répartition du loyer optimale, telle que chaque colocataire préfère une chambre différente ?

Résumé de l'article

Lemme de Sperner

La triangulation d'un simplexe de dimension n par des n -simplexes élémentaires est dite de Sperner lorsque les $n + 1$ sommets sont indexés par un chiffre différent et que

1. Rental harmony : Sperner's lemma in fair division, FRANCIS EDWARD SU

pour tout sous-simplexe de dimension inférieure ayant uniquement des sommets dans l'ensemble des $n + 1$ sommets du simplexe de base, toute triangulation de ce sous-simplexe par des simplexes élémentaires ne contiennent que des chiffres des sommets initiaux du sous-simplexe.

Une telle triangulation d'un simplexe possède une propriété décrite par le lemme de Sperner : un tel simplexe possède nécessairement un nombre impair sous-simplexe élémentaire de même dimension n avec les $n + 1$ différentes indexations aux $n + 1$ sommets de ce simplexe élémentaire

Résolution du problème de *rent-partitioning*

Le lemme de Sperner trouve alors une application dans la vie courante : le problème de l'allocation des chambres entre plusieurs locataires. Présentons le problème : on a n locataires qui payent un certain loyer pour occuper une chambre et doivent décider entre eux de la part de loyer à payer. Le but est de trouver une répartition du loyer qui apporte un paiement qui soit socialement juste pour tous les joueurs. Les hypothèses prises sur les joueurs sont les suivantes :

1. Tout locataire est satisfait par au moins une des chambres de la propriété, quelque soit la répartition du loyer.
2. Une personne préfère toujours une chambre gratuite à une chambre payante.
3. Si une personne est satisfaite par une certaine chambre pour une suite convergente de répartition de loyer, alors il est satisfait par la même chambre à la limite de cette répartition.

Algorithme de résolution

Réflexions personnelles

Adaptation du problème au cours

Implémentation de l'algorithme

Application à un cas réel