Beschreibende Statistik

Lageparameter

Arithmetisches Mittel

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{n} (x_1 + \dots + a_n)$$

Das Arithmetische Mittel \bar{x} minimiert die Funktion

$$g(t) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - t)^2$$

Geometrisches Mittel

$$\overline{x}_{geom} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Median

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & ,ungerade \\ \frac{1}{2} \cdot \left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right) & ,gerade \end{cases}$$

Der Median \tilde{x} minimiert die Funktion

$$g(t) = \sum_{i=1}^{n} |x_i - t|$$

Streungsmaße

(empirische) Varianz

$$var = \sigma^2 = s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})^2$$
alternativ
$$var = \sigma^2 = \frac{n}{n-1} \cdot (\overline{x^2} - \overline{x}^2)$$

Standardabweichung

$$\sigma = s_n = \sqrt{\sigma^2}$$
$$\sigma = s_n = \sqrt{s_n^2}$$

mittlere absolute Abweichung

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |x_i - \tilde{x}| \text{ für Median}$$

 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_{i}-\overline{x}|$ für arithmetisches Mittel

Kovarianz und Korrelationskoeffizient

Kovarianz

$$cov(x,y) = S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x}) \cdot (y_i - \overline{y})$$

alternativ

$$cov(x,y) = S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot y_i - n \cdot \overline{x} \cdot \overline{y})$$

Korrelationskoeffizent

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y}$$

Der Korrelationskoeffizent liegt immer zwi-

schen $-1 \le r \le +1$. Je näher r_{xy} bei -1 (negative Korellation/Steigung), oder +1 (positive Steigung/Korrelation) liegt, desto genauer schmiegen sich die Messwerte an eine Gerade an. Bei r_{xy} nahe 0 gibt es keinen linearen Zusammenhang zwischen den Merkmalen.

Regressionsrechnung

Regressionsgerade

$$\begin{array}{c} \text{Variante 1} \\ y = \overline{y} + \frac{S_{xy}}{\sigma_x^2} \cdot (x - \overline{x}) \\ \text{Variante 2} \\ y = b + a \cdot x \\ a = \frac{S_{xy}}{\sigma_x^2} \text{ und } b = \overline{y} - a \cdot \overline{x} \end{array}$$

Kleinste quadratische Abweichung

Die Parameter a, b, c, \dots werden so gewählt,

$$Q(a, b, c, ...) = \sum_{i=1}^{\text{dass}} (f_{a,b,c,...}(x_i) - y_i)^2$$

minimal ist $f_{a,b,c...}(x_i)$ ist die Funktion dessen Parameter gesucht werden Nullsetzen der partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial}{\partial a}Q(a,b) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial b}Q(a,b) = 0$$

Über die Ableitungen lassen sich die Parameter finden welche die vorgegebene

Funktion am besten annähern

Vergleich ermittelter Kurven

Um Kurven zu vergleichen, einfach die ermittelten Parameter in die Q(a, b, c, ...)Funktion eingeben und Wert berechnen. Je kleiner der Wert desto besser passt die Kurve

Wahrscheinlichkeitstheorie

Wahrscheinlichkeitsräume

Der Wahrscheinlichkeitsbegriff

$$Ergebnismenge = \Omega$$
 Beispiel Würfel $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Ein Ereignis ist eine Teilmenge der Ergebnismenge
$$\varnothing \subseteq \Omega \stackrel{\frown}{=} \text{unm\"{o}gliches Ereignis}$$
 $\Omega \subseteq \Omega \stackrel{\frown}{=} \text{sicheres Ereignis}$

 $A = \{1, 2, 3\}$ Ereignis

 $\overline{A} = \{4, 5, 6\}$ Gegenereignis

 $P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A} \cap \overline{B})$ $P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B})$ Wenn A und B unabhängig, dann gilt $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ P(A|B) = P(A)

Elementarereignis

einelementige Teilmenge von Ω Ereignis, eine 3 werfen

$$B = \{3\} P(\{3\}) = \frac{1}{6}$$

Laplace-Versuch

Jedes Elementarereignis ist gleich

wahrscheinlich
$$P(\{\omega_i\}) = \frac{1}{|\Omega|}$$
 $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Wahrscheinlichkeit für A unter der Bedingung B $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$$P(\overline{A}|B) = \frac{P(B)}{P(A|B)}$$

$$P(\overline{A}|B) = 1 - P(A|B)$$

Formel von Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Satz der totalen Wahrscheinlichkeit

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} (P(A|B_i) \cdot P(B_i))$$

Viel Felder Tafel \overline{A} AB $P(A \cap B)$ $P(\overline{A} \cap B)$ P(B) \overline{B} $P(A \cap \overline{B})$ $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ $P(\overline{B})$ $P(\overline{A})$ P(A)

Die Ränder sind immer die Summen der zugehörigen Zeilen oder Spalten

Allgemeine Regeln

$$\overline{P(A \cap B)} = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A} \cap \overline{B})$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B})$$
Wenn A und B unabhängig, dann gilt.

Zufallsvariablen

Eine Zufallsvariable ist eine Zuordnungsvorschrift die jedem möglichen Ergebnis eines Zufallsexperiments eine

Größe zuordnet
$$X = k \stackrel{\frown}{=} \{\omega \in \Omega | X(\omega = k) \}$$
 $X = 3 \stackrel{\frown}{=} \{\omega \in \Omega | X(\omega = 3) \}$ $X < k \stackrel{\frown}{=} \{\omega \in \Omega | X(\omega < k) \}$

Diskrete Verteilungen

Binomialverteilung

Mit zurücklegen, Wahrscheinlichkeit für jedes Ereignis gleich $X \sim B(n, p)$

n =: Stichprobenumfangp =: Wahrscheinlichkeit

(p muss bei Binomialverteilung fest bleiben)

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n - k}$$

$$P(X \le k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1 - p)^{n - i}$$

$$P(X > k) = 1 - P(X \le k)$$
Eingabe Taschenrechner
$$\binom{n}{k} \stackrel{\frown}{=} n |nCr| k$$

$$Mode \to 4 \to \downarrow \to 1 \to 2 \to k \to n \to p$$

Binomialverteilung approximieren

Die Binomialverteilung kann mit der Poisson Verteilung approximiert werden,

Die Binomialverteilung kann auch mit der Normalverteilung approximiert werden, wobei gilt $n \cdot p = \mu$ und

werden, wober gilt
$$n \cdot p = \mu$$
 und $n \cdot p \cdot (1 - p) = \sigma^2$, **bedingung ist** $X \sim B(n, p) \approx N(n \cdot p, n \cdot p \cdot (1 - p))$ falls gilt $n \cdot p \cdot (1 - p) > 9$

Bei der approximation mit der Normalverteilung kann man eine

Stetigkeitskorrektur verwenden um ein

besseres Ergebnis zu erhalten $P(X \le k) \approx F_N(R+0,5)$ $P(X < k) \approx F_N(R - 0.5)$ $P(a \le X \le b) \approx F_N(b+0,5) - F_N(a-0,5)$

Zusammengefasst

Falls np und n(1-p) groß genug sind: $\mu = n \cdot p \text{ und } \sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$

$$F_B(x) \approx F_N(x + 0.5) = \Phi(\frac{x + 0.5 - np}{\sqrt{np(1-p)}})$$

Hypergeometrische Verteilung

Ohne zurücklegen, Wahrscheinlichkeit ändert sich nach jedem Ereignis $X \sim H(N,M,n)$ n =: Stichprobenumfang N =: Gesamtzahl M =: Anzahl der Elemente mit der Eigenschaft $P(X=k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ $P(X \leq k) = \sum_{i=0}^{k} \frac{\binom{M}{i} \cdot \binom{N-M}{n-i}}{\binom{N}{n}}$ $P(X > k) = 1 - P(X \leq k)$

Hypergeometrische Vert. approximieren

Die hypergeometrische Verteilung kann mit der **Binomialverteilung** approximiert werden. Dabei muss folgende Bedingung

$$gelten \\ \frac{n}{N} < 0,05$$

Poisson Verteilung

Schlüsselwörter sind **Ereignisse pro Zeiteinheit**, zum Beispiel Anrufe innerhalb

bestimmter Zeitspanne

$$X \sim Pois(\lambda)$$

$$P(X = k) = \pi_{\lambda}(k) = \frac{\lambda^{k}}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$
Eingabe Taschenrechner

Eingabe Taschenrechner $Mode \rightarrow 4 \rightarrow \downarrow \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow k \rightarrow \lambda$

Wenn λ groß genug ist kann die Verteilungsfunktion $F_P(x)$ der Poissonverteilung durch die Verteilungsfunktion der Normalverteilung

 $F_N(x)$ mit den Parametern $\mu = \lambda$ und $\sigma^2 = \lambda$

genähert werden:

$$F_P(x) \approx F_N(x+0.5) = \Phi(\frac{x+0.5-\lambda}{sart\lambda})$$

Geometrische Verteilung

$$X \sim Geom(n, p)$$
$$P(X = n) = (1 - p)^{n-1} \cdot p$$

 $P(X = n) = (1 - p)^{n-1} \cdot p$ Beispiel: Ein Würfel wird so lange gewürfelt bis eine 6 Auftritt. Die Zufallsvariable X ist gleich Anzahl der Würfe

Stetige Verteilungen

Dichtefunktion

Die Dichtefunktion ist ein Hilfsmittel zur

Beschreibung einer stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilung

Bedingungen der Dichtefunkion

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ge 0$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

Die Dichtefunktion muss **nicht** stetig sein Die Dichtefunktion ist die Ableitung der Verteilungsfunktion F(x)

Verteilungsfunktion

Eine Verteilungsfunktion ist eine Funktion F, die jedem x einer Zufallsvariable X genau eine Wahrscheinlichkeit $P(X \le x)$ zuordnet $F(x) \to P(X \le x)$

Bedingungen der Verteilungsfunktion Die Verteilungsfunktion **muss** stetig sein Die Verteilungsfunktion **muss** monoton

steigend sein
$$\lim_{\substack{x\to\infty\\x\to-\infty}}F(x)=1$$

$$\lim_{\substack{x\to-\infty\\x\to-\infty}}F(x)=0$$

Normalverteilung

 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Ist $X \sim N(0,1)$ dann heißt sie

Standardnormalverteilt Jede Normalverteilung kann standardisiert werden, das heißt die Mitte der Kurve wird

auf den Nullpunkt gesetzt

Wenn $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ verteilt ist dann ist die standardisierte Zufallsvariable $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$ standardnormalverteilt Ist die Zufallsvariable standardverteilt kann die Wahrscheinlichkeit aus der Tabelle abgelesen werden

Regeln für den Phi-Wert

$$P(X \le k) = \Phi(k)$$

$$P(X \le -k) = 1 - \Phi(+k)$$

P(X = k) = 0 ("Integral ohne Breite!") allgemein folgt daraus, wenn

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$
 dann gilt

$$P(X \le k) = \Phi(\frac{k-\mu}{\sigma})$$

$$P(a \le X \le b) = \Phi(\frac{b-\mu}{\sigma}) - \Phi(\frac{a-\mu}{\sigma})$$

Additions satz der Normalverteilung

Seien X und Y unabhängig und Normalverteilt, dann gilt:

 $X + Y = N(\mu_X + \mu_Y; \sigma_X^2 + \sigma_Y^2)$

Ihre Summe ist ebenfalls Normalverteilt!

Quantile der Normalverteilung

Tabelliert ist das β -Quantil z_{β} der Normalverteilung N(0,1)

$$P(X \le z_{\beta}) = \beta$$
$$z_{1-\beta} = -z_{\beta}$$

Beispiel

$$\beta = 0.9 = > z_{\beta} = 1.28155$$

Exponentialverteilung

Eine exponentialverteilte Zufallsvariable T hat die Dichte

$$f(t) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} & , t \ge 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases}$$

und daraus eribt sich die Verteilungsfunktion $F(x) = P(T \le x) =$

$$= \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda \cdot x} &, x \ge 0 \\ 0 &, x < 0 \end{cases}$$

Die Exponentialverteilung ist Gedächtnislos

Gleichverteilung(Rechteckverteilung)

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , t \in [a, b] \\ 0 & , sonst \end{cases}$$

$$F(t) = \begin{cases} 0 & , t < a \\ \frac{t-a}{b-a} & , t \in [a, b] \\ 1 & , t > b \end{cases}$$

Erwartungswert und Varianz

Erwartungswert

Erwartungswert und Mittelwert sind prinzipiell gleichwertig, der Erwartungswert entspricht der theoretischen Erwartung, der

Mittelwert entspricht den tatsächlichen Werten

Zufallsvariable mit diskreter Verteilung

$$\mu = E(X) = \sum_{i=0}^{n} (x_i \cdot p_i)$$

Zufallsvariable mit Dichtefunktion f

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx$$

Exponentialverteilung mit Zufallsvariable T

$$E(T) = \sigma_T = \frac{1}{\lambda}$$

Für Binomialverteilung

$$\mu = E(X) = n \cdot p$$

Für geometrische Verteilung

$$\mu = E(X) = \frac{1}{p}$$

Für Poissonverteilung

$$\mu = E(X) = \lambda$$

Für Hypergeometrischeverteilung

$$E(S_n) = E(X_1 + \dots + X_n) = n \cdot E(X_1) = n \cdot \frac{M}{N}$$

| Für Gleichverteilung(Rechteckverteilung)

$$E(T_i) = \frac{a+b}{2}$$

Allgemeine Regeln für den Erwartungswert

$$a, b \in \mathbb{R}$$

$$E(aX + b) = a \cdot E(X) + b$$

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

$$E(aX + bY) = a \cdot E(X) + b \cdot E(Y)$$

Varianz

Zufallsvariable mit diskreter Verteilung

$$\sigma^2 = Var(X) = \sum (x_i - \mu)^2 \cdot p_i$$

Zufallsvariable mit Dichtefunktion f

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Varianz aus Erwartungswert berechnen

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$

Exponentialverteilung mit Zufallsvariable T

$$Var(T) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Für Binomialverteilung

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

Für geometrische Verteilung

$$\sigma^2 = \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p}$$

Für Poissonverteilung

$$\sigma^2 = Var(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \lambda$$

Für Hypergeometrischeverteilung

$$Var(S_n) = n \cdot \frac{M}{N} \cdot (1 - \frac{M}{N}) \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

| Für Gleichverteilung(Rechteckverteilung)

$$Var(T_i) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Allgemeine Regeln für Varianz

$$Var(X+b) = Var(X)$$

$$Var(aX+b) = a^{2} \cdot Var(X)$$

$$Var(X+Y) =$$

$$Var(X) + Var(Y) + 2 \cdot cov(X,Y)$$
wobei gilt:
$$Cov(X,Y) = E((X - \mu_{X})(Y - \mu_{Y})) =$$

$$E(X \cdot Y) - \mu_{X}\mu_{Y}$$

bei unabhängigen Zufallsvariablen X und Y ist Cov(X,Y) = 0 siehe unten.

Unabhängige Zufallsvariablen

Allgemeine Regeln

$$Var(X + const) = Var(X)$$
$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$$
$$E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$$

Wichtige Sätze der Stochastik

Zentraler Grenzwertsatz

n groß (Anzahl der Zufallsvariablen) $n \ge 30$ X_i unabhängig und identisch verteilt $\hat{}=$ haben die gleiche Verteilung $E(X_i) = \mu$

$$Var(X_i) = \sigma^2$$

$$\sum X_i \sim N(n \cdot \mu, n \cdot \sigma^2)$$

$$\overline{X}_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} = \overline{x} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$
Manche Verteilungen verhalten sich in der

Manche Verteilungen verhalten sich in der Summe anders, zum Beispiel die Rechteckverteilung ist nicht mehr R-Verteilt. Dann wird der Zentrale Grenzwertsatz

verwendet

ZGS - Definition

Seien $X_1,...,X_n$ unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen (nicht zwangsläufig Normalverteilt) mit Erwarungswert μ und Varianz σ^2 . Ihre Summe sei $S = X_1 + ... + X_n$ mit Erwarungswert $n\mu$ und Varianz $n\sigma^2$. Es gilt für die zugehörige Zufallsvariable $Z = \frac{S - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ gilt $\lim_{n \to \infty} P(Z \le z) = \Phi(z)$

Induktive Statistik - Schätztheorie

Schätzfunktionen

Maximum-Likelihood-Schätzer

Vorbereitung: Falls F(x) gegen leite ab um f(x) zu erhalten $(f(x_i)$ muss eine **Dichtefunktion** sein)

1. Stelle auf: $L(x_1, \ldots, x_n, \alpha) = \prod_{i=1}^n f(x_i)$

Tipp: Wenn möglich alles was nicht von x_i abhängt aus der Summenfunktion ziehen.

- 2. Wende an: $ln(L(x_1,\ldots,x_n,\alpha))$
- 3. Die Funktion nach dem Parameter α ableiten und Nullsetzen: $\frac{\partial \ln L(x_1,...,x_n,\alpha)}{\partial \alpha}=0$
 - 4. Nach α auflösen, Das Ergebnis ist der Maximum-Likelihood-Schätzer

Konfidenzintervalle

Intervall für E(X) einer Normalverteilung

Ist
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$
 verteilt, dann ist $Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

Bei bekannter Standardabweichung σ

$$\left[\overline{x} - z_{1-(\alpha/2)} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-(\alpha/2)} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

$$\overline{X} = \text{arithmetisches Mittel, bzw}$$
erwartungsstreuer Schätzer bei n
unabhängigen Stichproben
$$\alpha = \text{Signifikanzwahrscheinlichkeit}$$
(Irrtumswahrscheinlichkeit)
$$1 - \alpha = \text{Vertrauensniveau}$$
Ist α gegegeben, berechne das Quantil
$$z_{1-(\alpha/2)}$$

Bei **unbekannter** Standardabweichung σ

$$[\overline{x} - t_{1-(\alpha/2);n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \overline{x} + t_{1-(\alpha/2);n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}]$$
 Anstatt σ^2 wird der erwartungstreue Schätzer s verwendet
$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2$$
 beziehungsweise
$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}$$

Induktive Statistik - Hypothesentest

Tests für Lageparameter

Wähle Fall a) wenn Verteilung statt absoluter Wert gegeben (z.b. "jeder n-te...") und verfolge Stragie (3).

Wähle Fall b) wenn $\overline{X} \leq \mu_0$ Wähle Fall c) wenn $\overline{X} > \mu_0$

(1)Gauß-Test (Wählen wenn σ^2 bekannt)

Ist ein Test für den Erwartungswert einer Normalverteilung bei bekannter Standardabweichung σ Wähle eine mögliche

- Hypothesenkombination: a) $H_0: \mu = \mu_0$
 - b) $H_0: \mu \ge \mu_0$
 - c) $H_0: \mu \le \mu_0$

Wähle ein Signifikanzniveau α (z.B.: 0.05) Ziehe eine Stichprobe vom Umfang n, berechne \overline{x} und den zugehörigen standardisierten Prüfwert:

$$z = \sqrt{n} \cdot \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma}$$

nme das entsprechende On

Bestimme das entsprechende Quantil der Standartnormalverteilung:

- a) $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ bzw. b) $-z_{1-\alpha}$ c) $z_{1-\alpha}$ H_0 ist zu verwerfen, falls
 - a) $|z| > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
 - b) $z < -z_{1-\alpha}$
 - c) $z > z_{1-\alpha}$

(2)t-Test (Wählen wenn σ^2 nicht bekannt)

Wähle eine mögliche Hypothesenkombination:

- a) $H_0: \mu = \mu_0$
- b) $H_0: \mu \ge \mu_0$
- c) $H_0: \mu \le \mu_0$

Wähle ein Signifikanzniveau α (z.B.: 0.05) Ziehe eine Stichprobe vom Umfang n, berechne daraus \overline{x} und s sowie den zugehörigen Prüfwert:

$$t = \sqrt{n} \cdot \frac{\overline{x} - \mu_0}{s}$$

Bestimme das entsprechende Quantil der

t-Verteilung:

a) $t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}$ bzw. b) $-t_{n-1;1-\alpha}$ c) $t_{n-1;1-\alpha}$ H_0 ist zu verwerfen, falls

- a) $|t| > t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}$
- b) $t < -t_{n-1;1-\alpha}$
- c) $t > t_{n-1;1-\alpha}$

(3) Wahrscheinlichkeit gegeben

 $X_i = \begin{cases} 1, & i \text{te Stichprobe hat die Eigeschaft} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

$$\Rightarrow ZGS \Rightarrow \sum_{i} X_{i} \stackrel{a}{\sim} N(np_{0}|np_{0}(1-p_{0}))$$

$$T = \frac{X - np_{0}}{\sqrt{np_{0}(1-p_{0})}}$$

Verwerfe oder nicht nach Regeln in Variante (1)

Tests für Streuungsmaße

 χ^2 - Anpassungstest

Der χ^2 -Anpassungstest überprüft ob eine unbekannte Wahrscheinlichkeitsverteilung einem bestimmten Verteilungsmodell folgt

$$T = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{r} \frac{N_i^2}{p_i} \right) - n$$

wobei N_i absolute Häufigkeit in Kategorie r, n ist der Stichprobenumfang. Alternativ

$$T = \sum_{i=1}^{r} \frac{(N_i - np_i)^2}{n \cdot p_i}$$

Das Ergebnis T mit $\chi^2_{r-1;1-\alpha}$ Wert aus der Tabelle vergleichen

 $T < \chi^2 = \text{Hypothese}$ wird nicht verworfen **Algorithmus**

- 1. Hypothese aufstellen
- 2. n und r festlegen (n = Stichprobenumfang, r = Anzahl der Klassen)
- 3. Verteilung auf welche getestet werden soll bestimmten
- 4. Alle p_i berechenen (zu jeder Kategorie r eines nach in 3. festgelegter Verteilung)
- 5. T berechnen.
- 6. χ^2 mit T vergleichen.

Allgemeine Matheregeln

Potenzen und Logarithmen

Potenz	gesetze	
	$a^0 = 1$	
	$a^1 = a$	
	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	
	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	
	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	
	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	
	$\prod_{i=1}^n a^{x_i} = a^{\sum\limits_{i=1}^n x_i}$	
	$\sqrt[n]{k} = k^{\frac{1}{n}}$	

$$x = \log_a y \Leftrightarrow y = a^x$$

$$\log 1 = 0$$

$$\log x \cdot y = \log x + \log y$$

$$-\log x = \log \frac{1}{x}$$

$$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$$
$$\log x^n = n \cdot \log x$$

$$\log_a x = \frac{\log x}{\log a}$$

$$\log\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \log x_i$$

$$ln(e^x) = x$$

Ableitungen und Integrale

Grundlegende Ableitungsregeln		
f(x)	f'(x)	
c = const	0	
x^n	$n \cdot x^{n-1}$	
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	
e^x	e^x	
a^x	$\ln a \cdot a^x$	
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	
$\log_a x$	$\frac{1}{\ln a \cdot x}$	
$\sin x$	$\cos x$	
$\cos x$	$-\sin x$	
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	
$\cot x$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	

	Verknüpfte Ableitungsregeln		
	f(x)	f'(x)	
	(f(x) + g(x))	(f'(x) + g'(x))	
	$(f(x) \cdot g(x))$	$(f'(x)\cdot g(x)) + (f(x)\cdot g'(x))$	
l	f(x)	$(f'(x)\cdot q(x))-(f(x)\cdot q'(x))$	

$\frac{f(x)}{g(x)}$	$(f'(x)\cdot g(x))-(f(x)\cdot g'(x))$
$\overline{g(x)}$	$g(x)^2$
f(g(x))	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$

wichtige Stammfunktionen

f(x)	F(x)
$x^n, n \neq 1$	$\frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + c$
c	cx + c
$\frac{1}{x}, x \neq 0$	$\ln x + c$
\sqrt{x}	$\frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} + c$
e^x	$e^x + c$

Bestimmte Integrale

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = [F(x) + C]_{a}^{b} = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b a \cdot f(x) dx = a \cdot \int_a^b f(x) dx$$
 Summen und Produkte

$$\prod_{i=1}^{n} a \cdot x_i = a^n \prod_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} a \cdot x_i = a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Sonstiges

$$\frac{b}{\alpha} = c \Leftrightarrow \alpha = \frac{b}{c}$$