REGELUNGSTECHNIK

• Unterschied zwischen Steuern & Regeln:

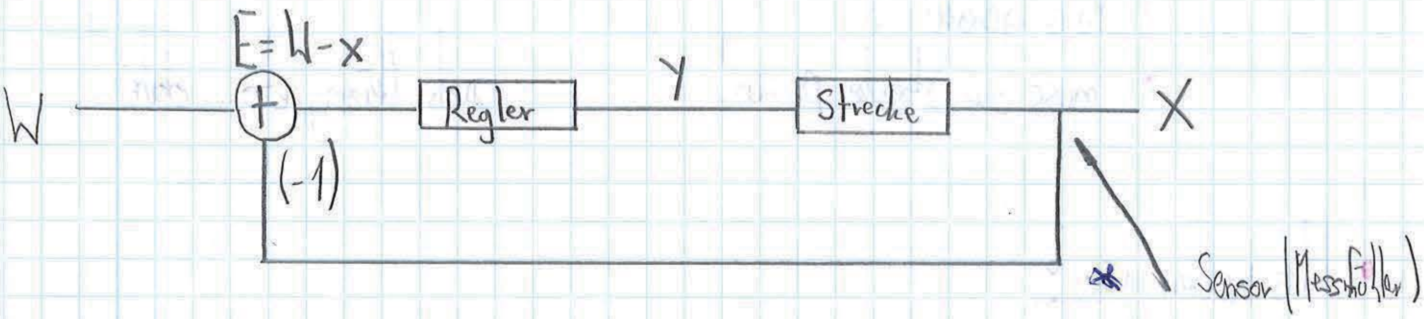
→ **Steuern:** Eine bestimmte Größe zB. Heizleistung wird auf einen bestimmten Wert eingestellt und ändert sich dann nicht mehr.

→ **Regeln:** Für eine bestimmte Regelgröße z.B. Temperatur wird ein Sollwert vorgegeben. Ein Regler variiert eine Stellgröße (z.B. Heizleistung) so, dass die Abweichung der Regelgröße vom Sollwert ausgeglichen wird. (Rückkopplung erforderlich)

Regeln → Temperatur
Steuern → Heizleistung) beeinflusst

Füllstand [m] → Regeln
Zufluss [$\frac{m^3}{h}$] → Steuern

Kompressorleistung [$\frac{m^3}{h}$] → Steuern
Druck [bar] → Regeln



W ... Sollwert
x ... Istwert
Y ... Stellgröße (Ausgang des Reglers)
E ... Regelabweichung = W - x

* Sensor (Messfühler) mit dem der Istwert (Temperatur) gemessen wird.
↳ wird der Strecke zugerechnet!

→ Für Regelkreis immer Rückkopplung (OPV mit Gegenkopplung auch Regelkreis!)
Schmitt - Trigger → Mitkopplung!

- Die Strecke ist das zu regelnde Objekt (ganzes Haus) + Eigenschaft!

- Ist das zu regelnde Objekt und damit von vorne herein vorgegeben. Das Verhalten der Strecke ist von uns nicht beeinflussbar. Wir können nur die Eingangsgröße der Strecke, also die Stellgröße Y beeinflussen.

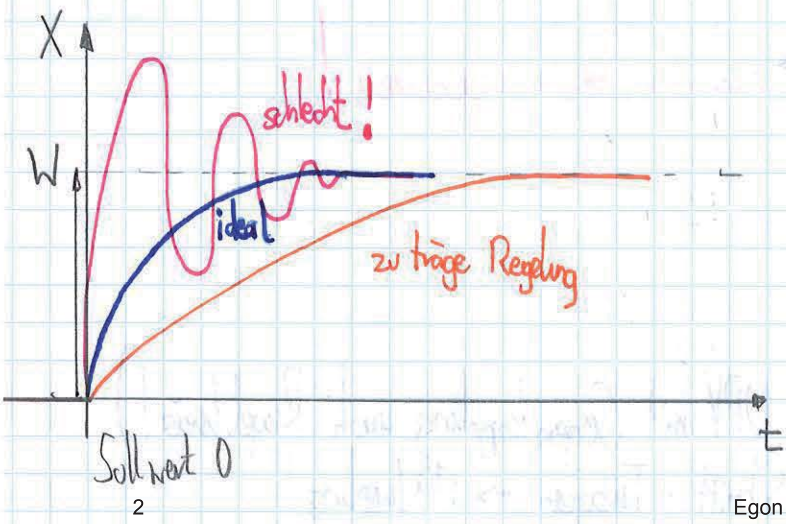
Regler:

- Ist von uns so zu gestalten, dass er für die vorgegebene Strecke jede Regelabweichung möglichst schnell ausgleicht. Der Regler ist vollkommen von uns auszulegen und muss an die jewilige Strecke angepasst sein.

  → Welcher Regler?
  → Wie schnell, wie stark?
  → was geredet?
  → muss zur Strecke passen! auch Heizung, etc... dabei!

- Was wollen wir?

1) Das Führungsverhalten optimieren



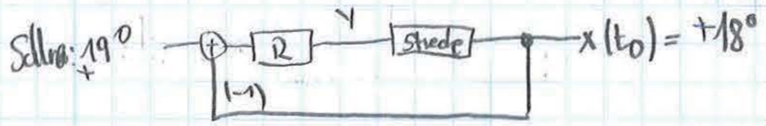
- Unter Führungsverhalten versteht man die zeitliche Reaktion des Regelkreises auf einen Sprung des Sollwertes.

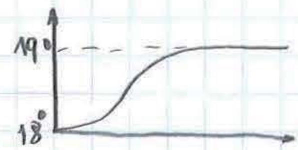
Sprungantwort:

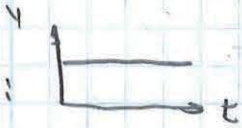
- Unter Sprungantwort versteht man den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße eines regelungstechnischen Elementes oder des ganzen Regelkreises wenn am Eingang zum Zeitnullpunkt ein Sprung der Höhe 1 erfolgt (Einheitssprung)

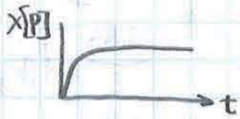
→ Führungsverhalten ist die Sprungantwort des ganzen Regelkreises im Bezug auf die Eingangsgröße W

Achtung: Genau unterscheiden wovon man die Sprungantwort betrachtet!

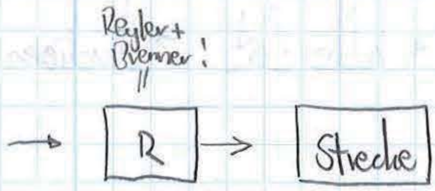


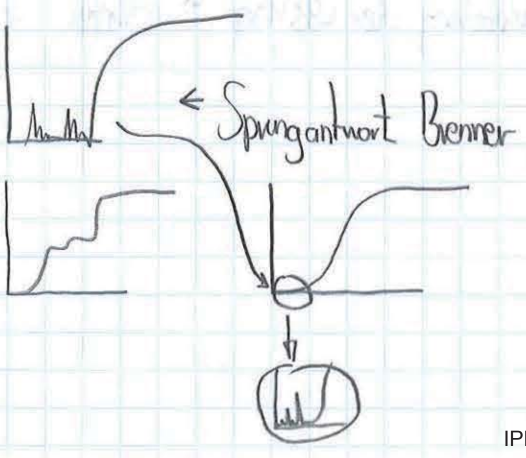


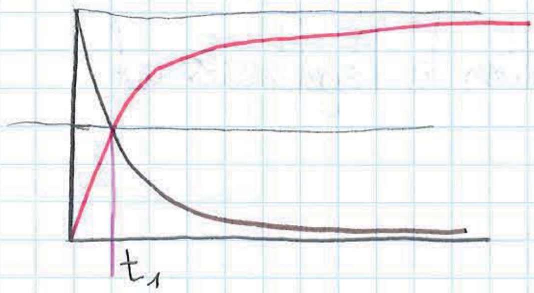
E-Ofen: 

1 Kessel: 

→ mehrere Sprungantworten (innerhalb des Kreises möglich) ergeben das Führungsverhalten!







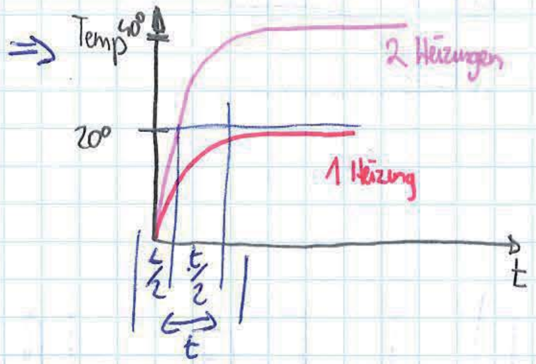
Punkt zu Heizen/Abkühlen

↳ gleich lange Ladung wie Entladung bei t_1

- Beispiel: Mit einer Heizung auf 20°C heizen.
  Bei 2 Heizungen "dauert" es halb so lang, allerdings gleich lange wie wenn man auf 40° heizen würde.

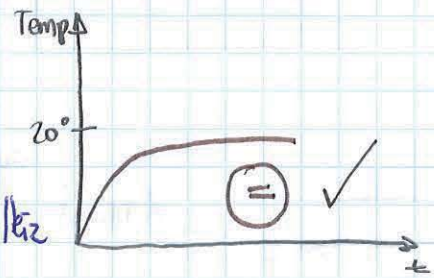
  Praxis: Effekt sichtbar, da Dauer halbiert

  Theorie: Wenn 2 Heizungen verwendet werden, muss auch erwartete Temperatur verdoppelt werden (ALLES!!), damit Sprungantwort am Ende die gleiche ist.



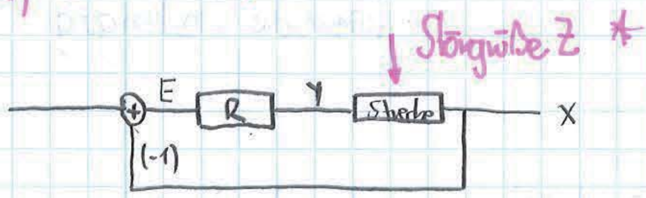
$\div$ ⇒ $\frac{2 \text{ Heiz}}{2} = 1 \text{ Heiz}$

$\frac{40°}{2} = 20°$



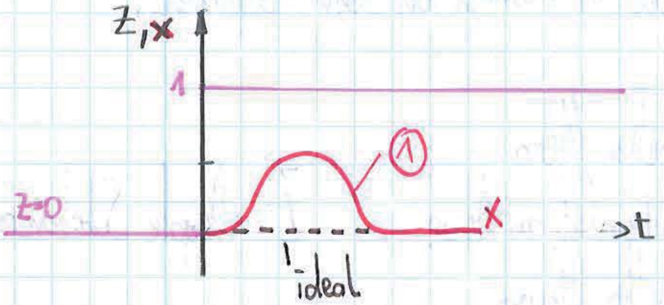
- Verdoppelung der Leistung → doppelt so hoher Sprung ⇒ halbe Zeit → dividieren ⇒ gleiches Ergebnis

2) Störverhalten:



* Kann irgendwo bei der Strecke eingreifen

- Das Störverhalten ist die Sprungantwort des ganzen Regelkreises im Bezug auf die Eingangsgröße Z.



- ① Auswirkung der Störung soll möglichst rasch durch eine Änderung von y kompensiert werden.

Beispiele:

Beispiel 1) Zimmertemperatur
x = Zimmertemperatur
y = Heizleistung
Z = Wärmeverlust durch Öffnen von Tür oder Fenster ODER Außentemperatur

Beispiel 2) PKW mit Tempomat
x = konstante Geschwindigkeit
y = Treibstoffzufuhr
Z = Gefälle oder Steigung

Beispiel 3) Drehzahlregelung bei DC-Motor
x = Drehzahl
y = U bzw. I
Z = Lastdrehmoment

Beispiel 4)
Körpertemperatur

x = Temperatur
y = Schweißabsonderung bzw. Kälte zittern

Z = z.B. Sonneneinstrahlung bzw. körperliche Anstrengung

Solltemperatur: 36°C ; Bei Infektion wünscht sich der Körper eine höhere Temperatur, da diese für Erreger schlecht ist (Erhöhung von W) ⇒ Kältezittern ; Abklingende Infektion: Körper wünscht sich niedere Temperatur ⇒ Abkühlen durch Schwitzen

Sonstige biologische Regelkreise im Normalfall sehr kompliziert.

Zu viel CO_2 im Blut: schneller Atem
Helligkeit : x = Lichteinfall im Auge Z = illegale Substanzen
y = Pupillenöffnung

x = Zuckergehalt im Blut Z = Spritze, Zucker, ...
y = Insulinproduktion

Beispiel 5) : Regelkreis in der Wirtschaft: Angebot & Nachfrage.
Preis wird von Angebot & Nachfrage bestimmt. Zum Beispiel bei konstantem Angebot und fallender Nachfrage sinkt der Preis ⇒ Nachfrage steigt wieder.

Negative Rückkopplung: Die Preisbildung durch Angebot & Nachfrage ist ein Beispiel für negative Rückkopplung. Ein bestimmter Effekt (geringe Nachfrage) hat eine Konsequenz, die diesem Effekt entgegengerichtet ist

⇒ System pendelt sich in einem stabilen Zustand ein.

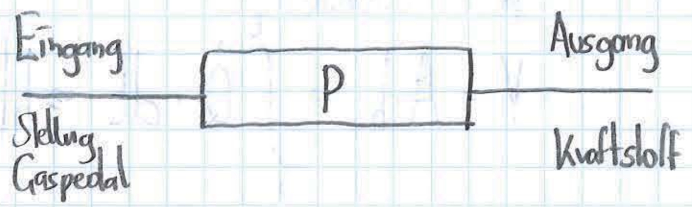
Positive Rückkopplung: Bestimmter Effekt hat Folgen, die diesen Effekt weiter verstärken.
→ Immobilienblase in den USA

→ Banken rechnen mit steigenden Grundstückspreisen und vergeben dadurch eigentlich schlecht besicherte Kredite an ihre Kunden. Bank (oder sonst wer) hat finanzielle Probleme → größere Gruppe will Immobilien verkaufen → Angebot steigt, Preis sinkt → Finanzielle Probleme werden größer bzw. mehr, da die Besicherung schwindet → noch mehr Immobilien werden verkauft (wenn möglich) → Markt übersättigt, Preise stürzen ins Bodenlose → Blase platzt.

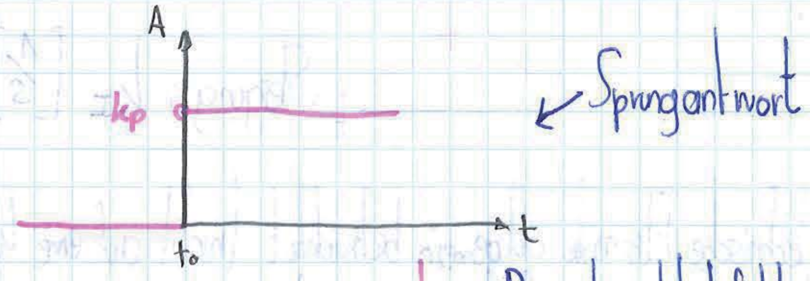
3) Typische Regelstrecken (regelungstechnische Elemente)

P-Element (Proportionalelement)

- Die Ausgangsgröße ist zumindest ungefähr proportional zur Eingangsgröße. Es treten keine zeitlichen Verzögerungen auf. (z.B. Stellung des Gaspedals und Kraftstoffzufuhr)



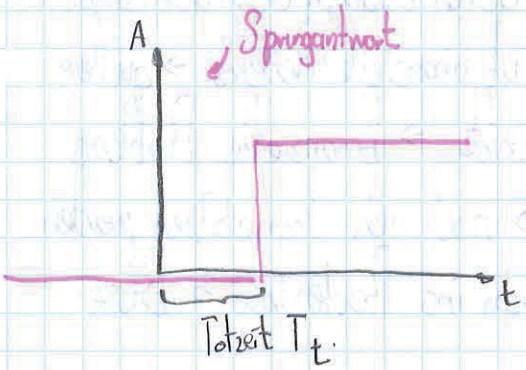
- Nicht mehr proportional dazu ist die Motordrehzahl, weil das Fahrzeug erst beschleunigt werden muss.

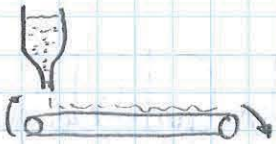


k_p ... Proportionalitätsfaktor des p-Elements

- $A(t) = k_p \cdot E(t)$

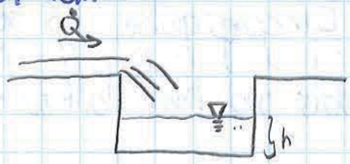
Totzeit - Element





Integrierer I-Glied (ohne Verlust)

z.B. Tank

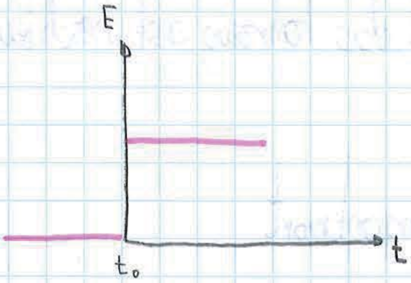


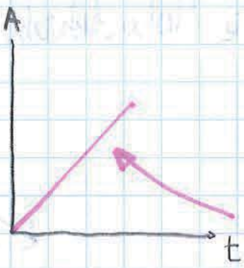
A = Grundfläche

$\dot{Q}$ = Wasserstrom m^3/s

h = Füllhöhe

$$V = A \cdot h = \int_0^t \dot{Q} \cdot dt \Rightarrow h(t) = \frac{1}{A} \cdot \int_0^t \dot{Q}\, dt$$





Steigung: k_I $[\frac{1}{s}]$ *

* Wenn man regelungstechnische Elemente allgemein betrachtet (nicht auf eine konkrete Anwendung bezogen), so sind die Eingangs- & Ausgangsgrößen immer dimensionslos.

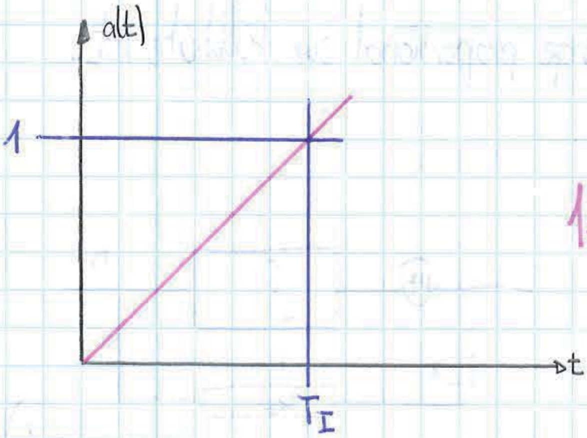
Damit nach der Integration über die Zeit die Einheit wieder weg fällt, hat k_I die Einheit $1/s$.

$a(t)$ ... Ausgangsgröße

$$\boxed{a(t) = \underbrace{k_I}_{\text{Einheit } 1/s} \cdot \int \underbrace{e(t)}_{\text{dimensionslos}} \, dt} = \underbrace{\frac{1}{T_I}}_{= k_I = \frac{1}{T_I}} \cdot \int e(t)\, dt$$

Einheit Zeit [s]

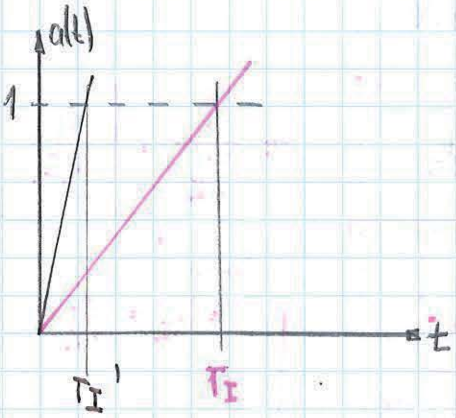
dimensionslos



$$1 = k_I \cdot T_I$$

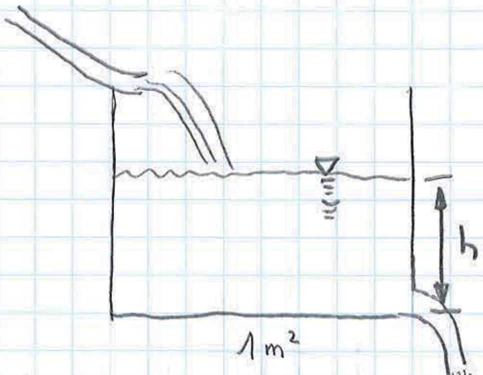
- Ein I-Glied wird durch k_I bzw. T_I charakterisiert, wobei $T_I = \frac{1}{k_I}$ = die Zeit, die die Sprungantwort benötigt, bis die Ausgangsgröße den Wert 1 erreicht.
- Um einen Integrierer allgemein beschreiben zu können, ist eine Konstante nötig, die den Anstieg der Ausgangsgröße berücksichtigt. Zum Beispiel: Füllstand steigt in einem kleinen Schwimmbad als in großem, bzw. Spannung eines Kondensators steigt bei konstantem Strom schneller wenn die Kapazität kleiner ist.
- Die Steigung dieser Kurven entspricht dem k_I bzw. wird die Zeit T_I kleiner, je steiler der Anstieg ist.

- Ein weiteres Beispiel für einen Integrierer ist das Aufheizen einer Box, wenn diese keinen Energieverlust an die Umgebung hat (Thermobox)

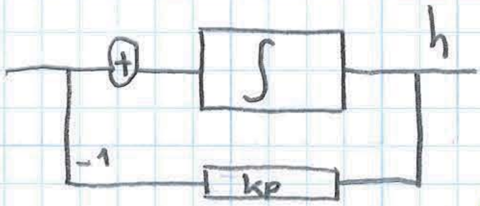


Integrierer mit Verlust

- z.B. Tank mit Abfluss, wobei die abfließende Menge proportional zur Füllhöhe ist.



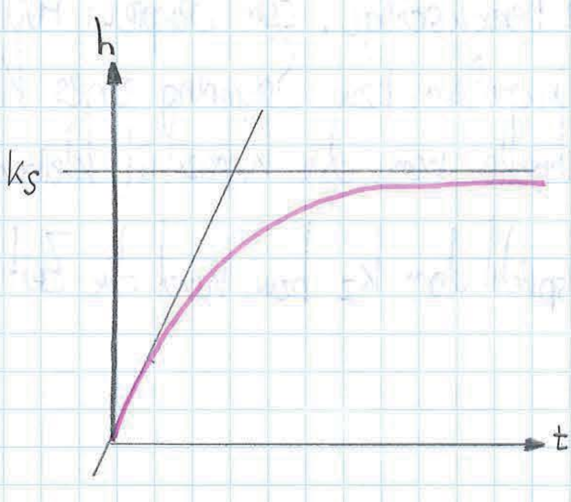
W^* ... abfließende Menge $\left[\frac{m^3}{s}\right]$



(1)

- Maximale Füllhöhe ist erreicht, wenn $h * k_p = W$. Das heißt es fließt gleich viel ab wie zu.

Sprungantwort:



← Annäherung an Asymptote

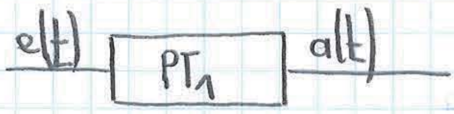
k_s ... entspricht k_p

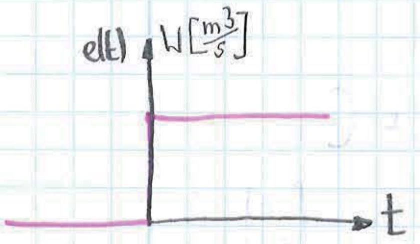
•) nähert sich asymptotisch an k_s an : Sprungantwort

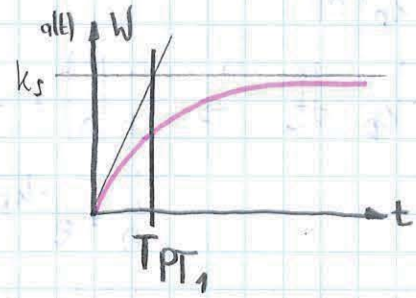
•) Anderes Beispiel: Zimmertemperatur steigt durch die zugeführte Heizleistung an ⇒ die Verlustwärme an die Umgebung steigt mit der Zimmertemperatur an.

= reales Verhalten

PT1- Element







•) PT_1 - Element als Differentialgleichung 1. Grades ⇒ deshalb PT_1

•) PT_2 - Element als Differentialgleichung 2. Grades ⇒ deshalb PT_2

(1)

$$h(t) = \int W(t) - W^*(t) \; dt$$

*... Durchschnittswert

bzw. $$\frac{dh(t)}{dt} = W(t) - \bar{W}^*(t) = W(t) - h(t) \cdot k_p$$

$$\boxed{\frac{dh(t)}{dt} + k_p \cdot h(t) = W(t)}$$ ... Differentialgleichung 1. Ordnung

0 für h.L.

$W(t)$ ... Eingangsgröße = Störgröße (im Sinne von nicht homogener DG) = Störfunktion

Zusammenfassung: Ein (dieses) Regelungstechnische Element lässt sich durch eine Differentialgleichung beschreiben, wobei die unabhängige Variable t ist, die Lösungsfunktion ist die Ausgangsgröße und die Störfunktion ist die Eingangsgröße.

Regelungstechnische Überlegungen sind großteils eine Vermeidung des Lösens der entsprechenden Differentialgleichung.

Sprungantwort: $W = 0$ für $t < 0$ $\Rightarrow$ für $t < 0$ $h = 0$ Becher leer
$W = 1$ für $t \geq 0$

Für $t > 0$ homogene Lösung

$$\frac{dh}{dt} = -k_p \cdot h(t)$$

$$\frac{dh}{h} = -k_p \cdot dt \xrightarrow{\int} \ln(h) = -k_p \cdot t + C$$

$$h = e^{-k_p t} \cdot \bar{C} \qquad (e^c)$$

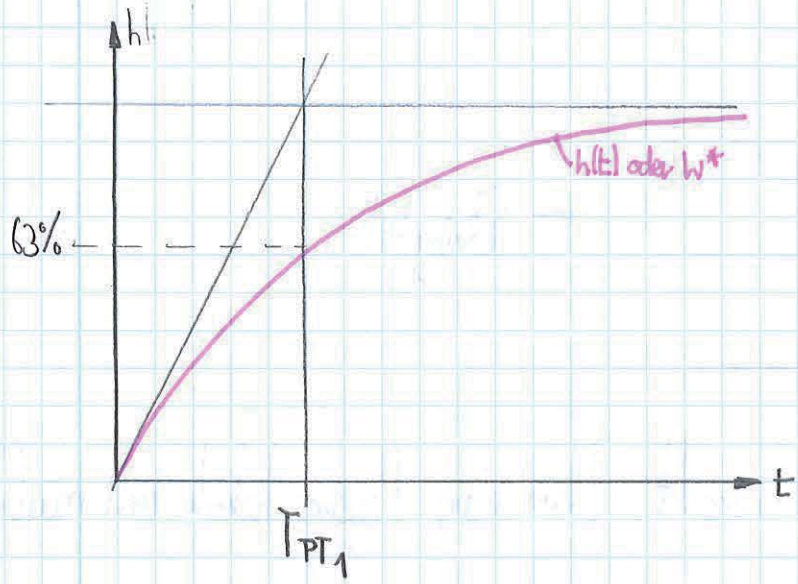
$\Rightarrow$... Ergebnis nach Variation der Konstanten: $h(t) = k_s \cdot \left(1 - e^{-k_p \cdot t}\right) =$
$= k_s \cdot \left(1 - e^{-t/T_{PT_1}}\right)$

$e^{-\infty} = 0 \Rightarrow$
$h(\infty) = k_s$ □

$$1 - \frac{1}{e^1} = 1 - \frac{1}{2{,}718} = 0{,}6321$$

2

(2)



... wenn man 63% des Endwertes erreicht hat, hat man T_{PT_1} ungefähr bestimmt

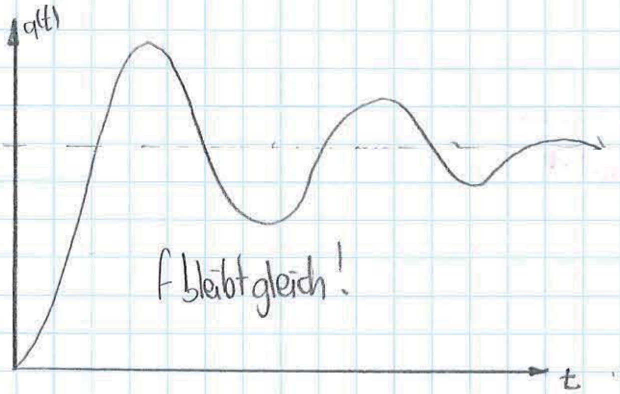
- Für $t = T_{PT_1}$ gilt: $h(t) = k_S \cdot (1 - e^{-1}) = 0{,}63\, k_S$
- Nach der Zeit T_{PT_1}, hat die Sprungantwort also 63% ihres Endwertes erreicht.
- Das PT_1-Element hat also eine exponenziell ansteigende Sprungantwort ($1 - e^{-x}$ → exponenziell) deren Verlauf charakterisiert wird durch den Endwert k_S und die Zeitkonstante T_{PT_1}, auch als τ bezeichnet
- Bemerkung: Wir werden nur Fälle betrachten, wo I- und PT_1-Elemente zum Startzeitpunkt am Ausgang den Wert 0 haben. Bei ANA-Simulationen ließe sich ein entsprechender Startwert vorgeben.

PT2 - Element

- PT2 - Elemente lassen sich durch eine Differentialgleichung 2. Grades beschreiben.
- Es gibt 3 Möglichkeiten:

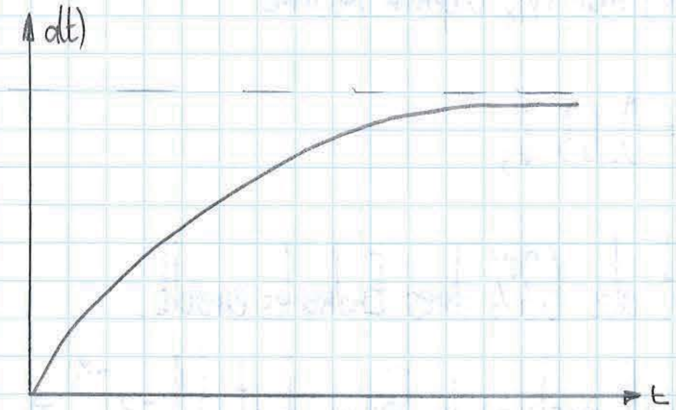
$\underbrace{\text{1. Kriechfall , 2. Schwingfall}^{*}}_{\text{nicht schwingungsfähig!}}$, 3. aperiodischer Grenzfall

*

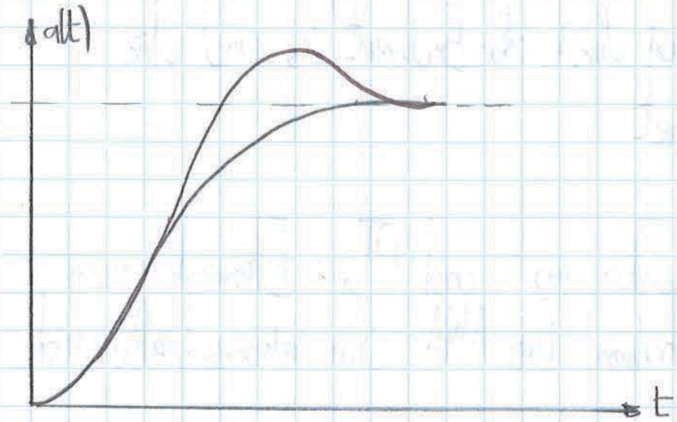


← Schwingfall

- Schwingfall ist typischerweise unerwünscht (Voraussetzung: Regelungstechnik will möglichst schnell den Endwert erreichen.



← Kriechfall



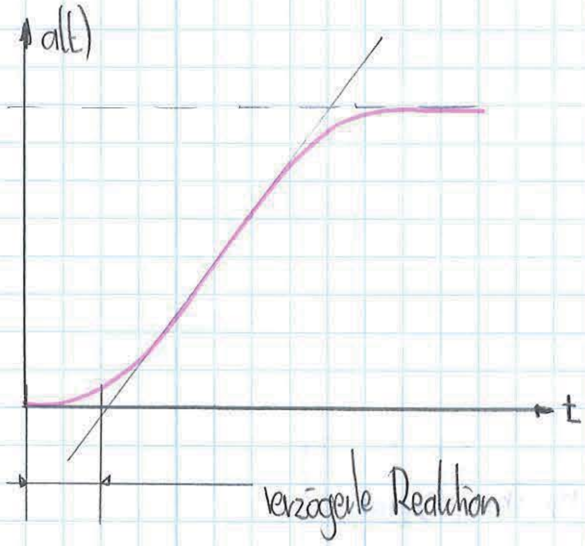
← aperiodischer Grenzfall

- Grundsätzlich ist für die schnellst mögliche Annäherung der aperiodische Grenzfall ideal. Sollte aber das System überschwingen nicht bleiben muss man eventuell auf einen leichten Kriechfall ausweichen.

a) nicht schwingungsfähige PT2-Elemente

- Lösung der Differentialgleichung enthält keine Winkelfunktionen.
- Kann durch zwei PT_1-Elemente in Serie dargestellt werden.

- ACHTUNG: Nur für ein nicht schwingungsfähiges PT_2-Element



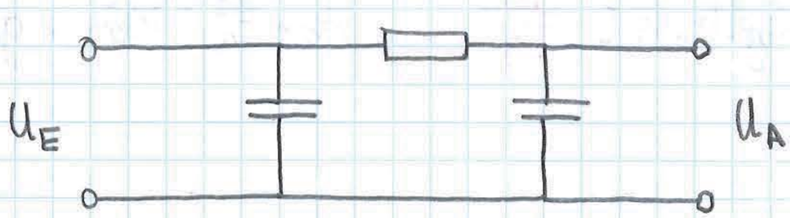
Beispiele:

z.B. Kochtopf: Strom ein → Herd erwärmt sich nicht schlagartig (1)

Herdplatte erwärmt sich langsam → Summe erwärmt sich (2)

↳ die beiden PT_1 können unterschiedliche Zeitkonstanten haben.

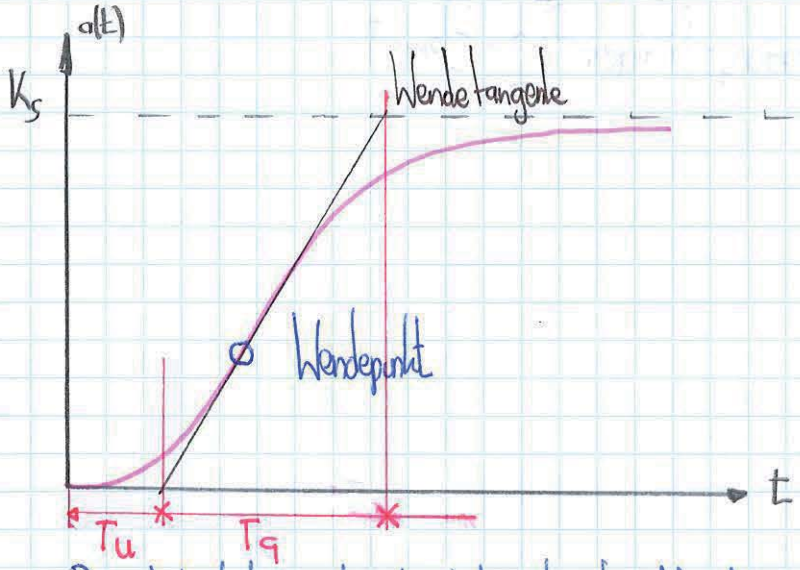
z.B. Kondensatoren



- "Erst, wenn der erste Kondensator so weit geladen ist, dass dessen Ausgangsspannung einen nennenswerten Strom im Widerstand zur Folge hat, beginnt sich der zweite Kondensator nennenswert zu laden"

zwei hintereinander geschaltene Druckluftkessel mit einer (sehr) dünnen Verbindungsleitung:

- Sprungantwort des nicht schwingungsfähigen PT2-Elementes



- Die Wendetangente berührt und schneidet die Kurve nur im Wendepunkt.

T_u ... Verzugszeit
T_g ... Ausgleichszeit

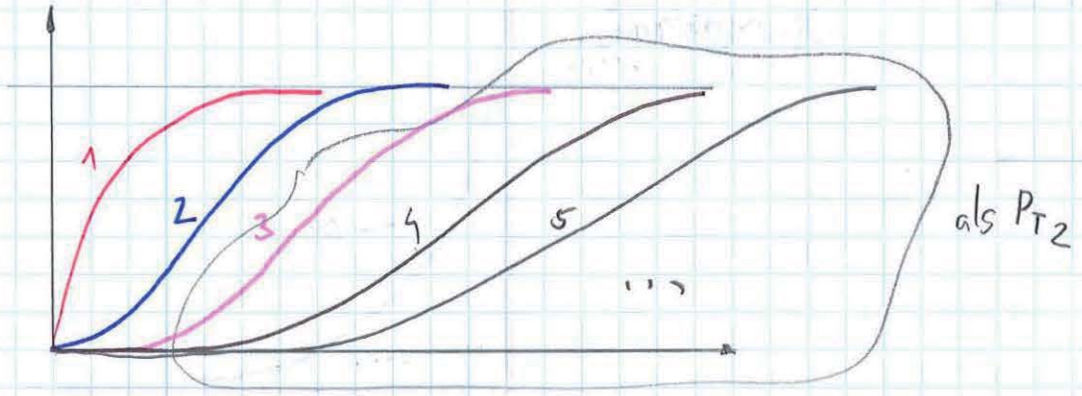
- Eine Strecke ist umso schwieriger zu regeln, je größer T_u (Strecke reagiert mit großer Verzögerung auf die Regelung) und je kleiner T_g ist (Strecke reagiert nach langer Verzögerung sehr stark).

↳ Parameter für Regelbarkeit $\frac{T_u}{T_g}$ Wenn $\frac{T_u}{T_g}$ = klein : gut zu regeln.

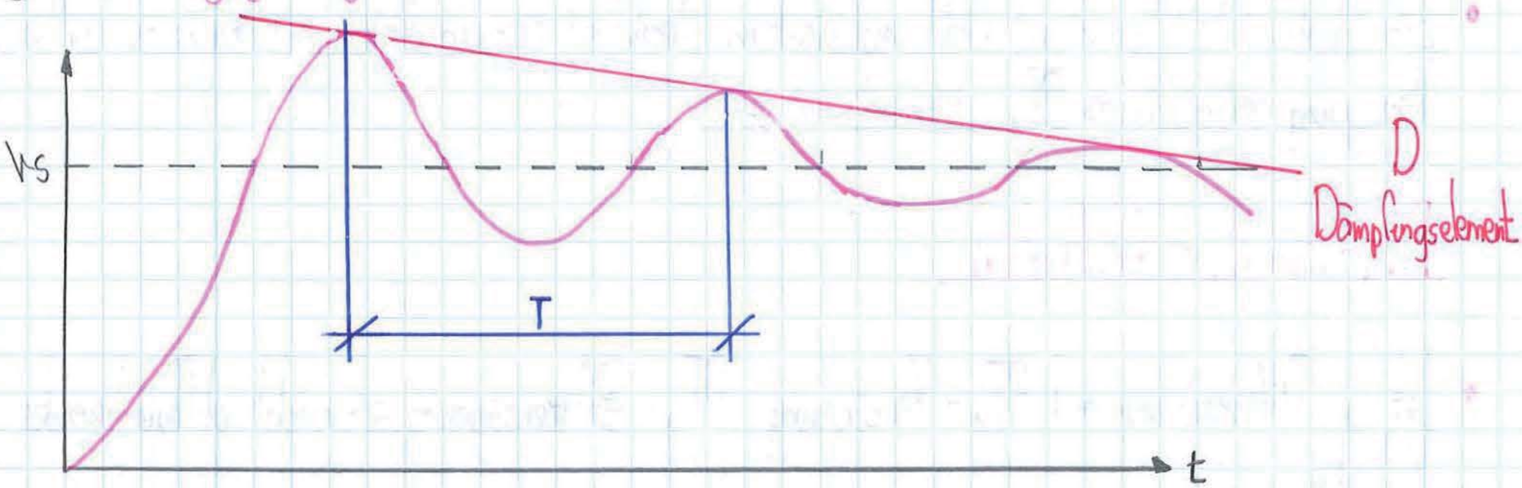
- Dusche: Beispiel Brause

- Für uns ist es ausreichend, die Hintereinanderschaltung von mehr als zwei PT_1 - Elementen wie ein PT_2 - Element (mit anderem T_u & T_G) zu behandeln weil die Sprungantworten eines PT_N und eines PT_2 fast identisch sind.

- Wichtig: Die Sprungantwort eines PT_2 - Elements beginnt mit einer horizontalen Tangente, die Sprungantwort eines PT_1 - Elements mit einer gewissen Steigung. !



b) schwingungsfähige PT_2 - Elemente



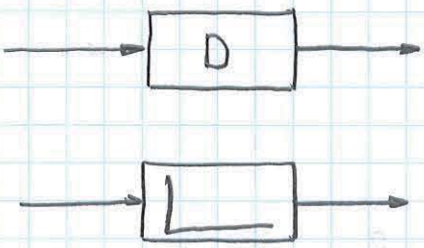
Dämpfungselement D: Gibt an mit welcher e - Potenz (e^{-dt}) die Schwingungsmaxima abfallen.

Bsp: Last an einem Kranhaken verhält sich wie ein gedämpftes Pendel.

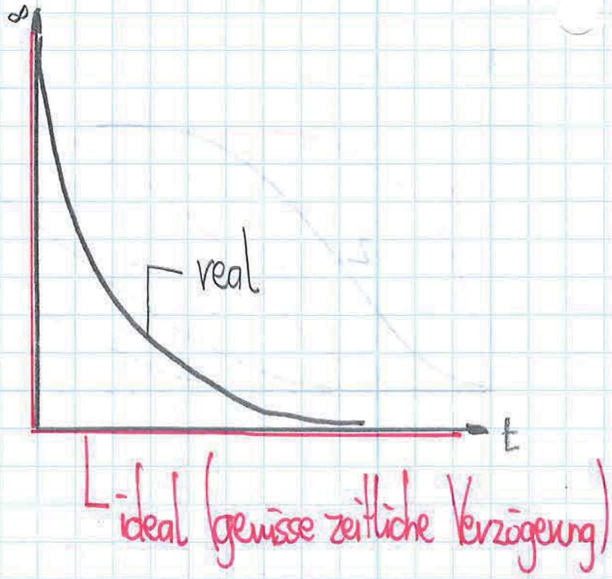
- Eine gut eingestellte Regelung kann die Schwingung unterdrücken.

D-Element

- Das D-Element ist ein differentierendes Element.
- Kommt als Regelstrecke praktisch nie vor sondern nur als Element eines Reglers.
- Wird später als Teil eines Reglers verwendet.



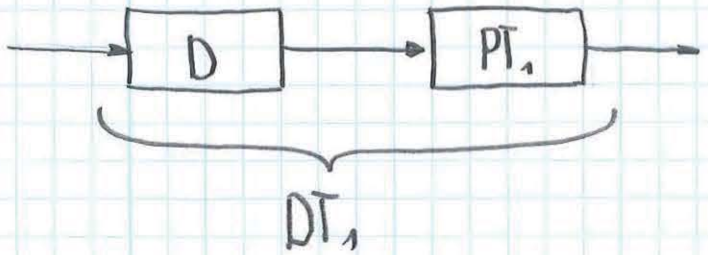
Sprungantwort:



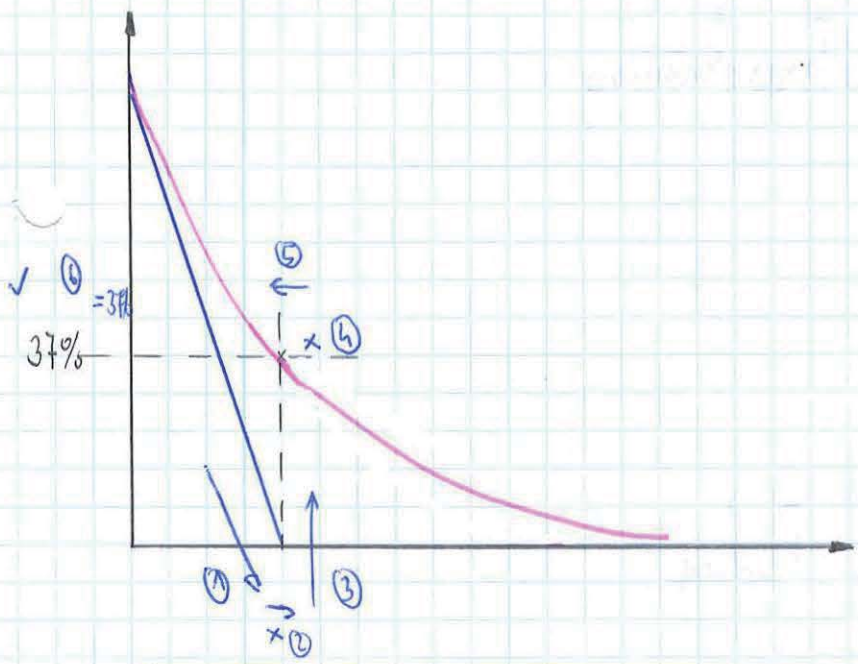
- Ein ideales D-Element ist nicht realisierbar. Real ist nur ein Abfall mit gewisser zeitlicher Verzögerung möglich => DT_1-Element

DT_1-Element = Vorhalteglied

- Ist ein Differenzierer mit PT_1-Verzögerung. PT_1-Zeit erzögerung schwächt differentierendes Verhalten.



Sprungantwort exakt:



REGLERTYPEN

EINE GROBE UNTERSCHEIDUNG

Unstetige Regler

- Die Ausgangsgröße des Reglers (=Stellgröße), kann nur ganz bestimmte Werte annehmen.
  z.B. EIN/AUS bei Heizung

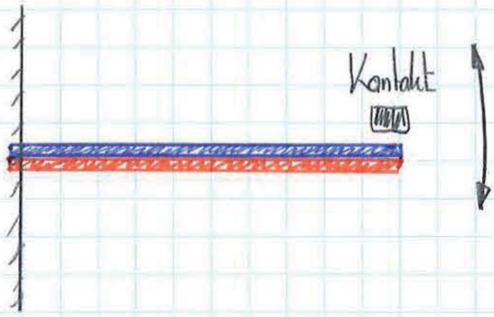
Stetige Regler

- Die Ausgangsgröße kann beliebige Zwischenwerte annehmen.
  z.B. zwischen EIN und AUS

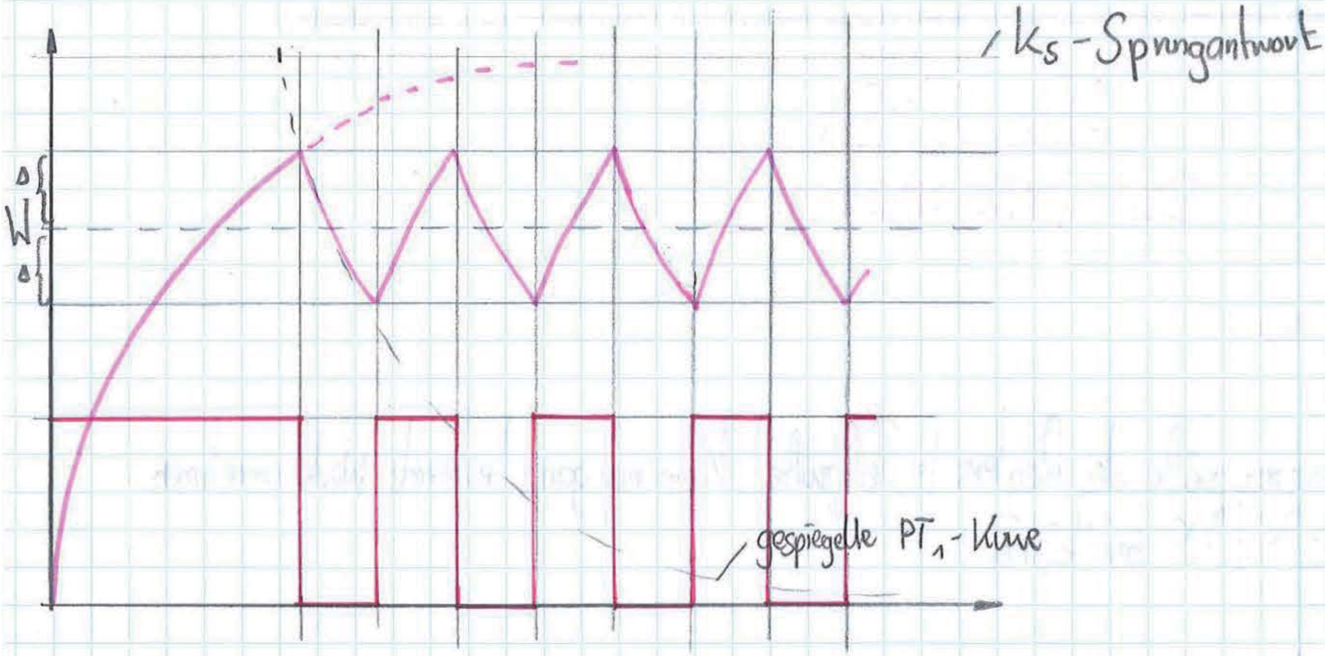
Unstetige Regler - Typen

Zwei-Punkt-Regler

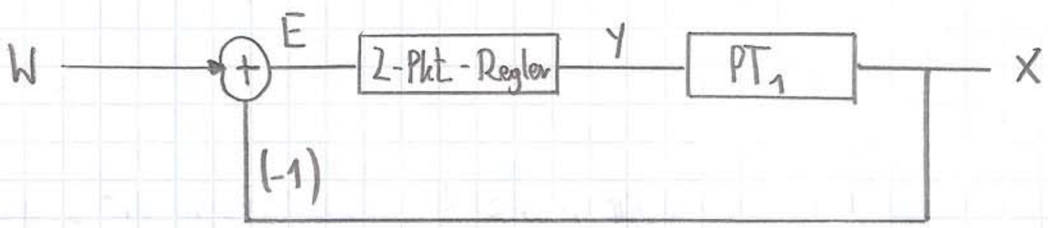
- Ist der einfachste unstetige Regler.
- Kann nur ein & ausschalten
- z.B. Bimetallstreifen: biegt sich bei Temperaturänderung



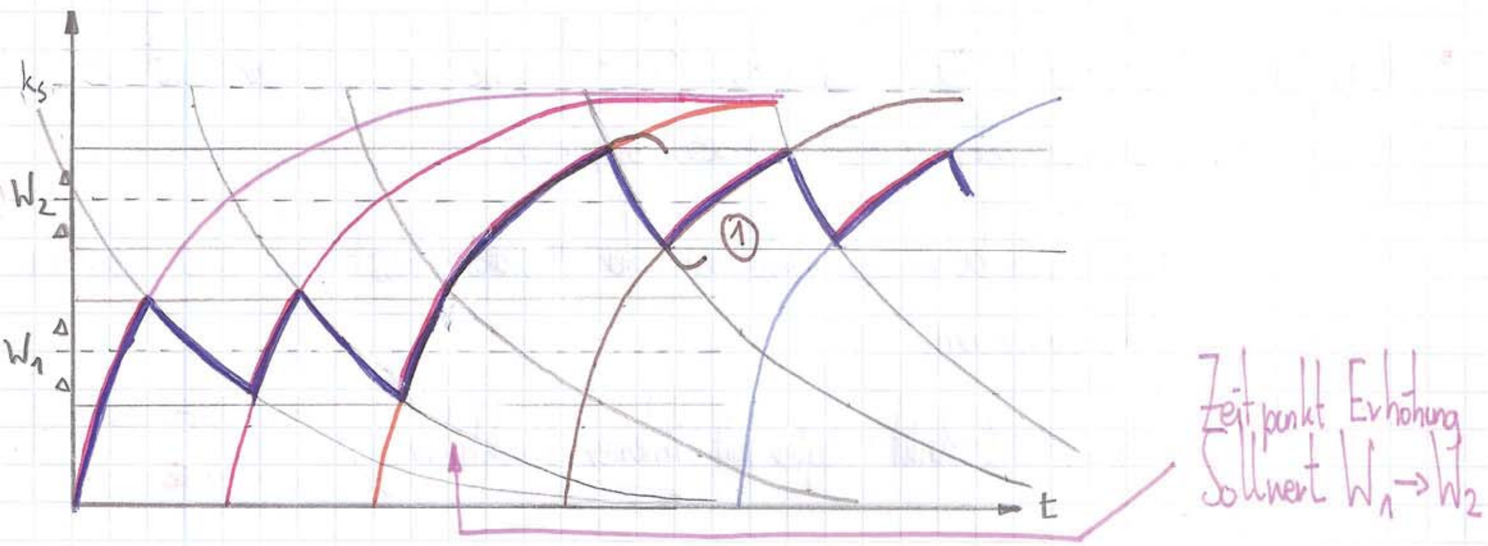
Zum Beispiel PT_1-Strecke mit Zweipunkt-Regelung



- Schaltbild 2Punkt-Regler



- Ein 2-Punkt-Regler schaltet nicht genau beim Sollwert EIN und AUS, da dies eine unendlich hohe Schaltfrequenz bewirken würde, sondern mit einer gewissen Hysteresenbreite $\pm\Delta$.
- Anstiege bzw. Abfälle dieses Verlaufs sind Teile der EIN- & AUS-Schaltkurven der PT_1-Strecke.
  - ⇒ Einschaltkurve: Sprungantwort
  - ⇒ Ausschaltkurve: nach unten gespiegelte Sprungantwort von ks beginnend



- In Abhängigkeit des Sollwertes im Bezug auf ks ergeben sich kurze Aufheizzeiten und lange Abkühlphasen oder umgekehrt.
- Dies entspricht unserer täglichen Erfahrung, dass eine Heizung, die in der Lage ist, eine hohe Temperatur der Strecke zu erreichen eine geringe Temperaturerhöhung sehr schnell bewirken kann.

- Andererseits dauert es sehr lange, in die Nähe der Höchsttemperatur zu kommen, während die Abkühlung in diesem Fall sehr schnell erfolgt.

Allgemeine Sachen:

- Zweipunkt-geregelte PT_1-Strecken haben eine Ausgangsgröße x, welche zwischen $W-\Delta$ und $W+\Delta$ schwankt.

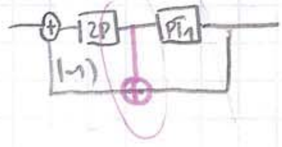
  Der Nachteil der 2-Punkt-Regelung und aller unstetigen Regler ist, dass die Regelgröße nicht dauerhaft auf dem Sollwert gehalten werden kann.

- x kann nur durch Verkleinern von Δ innerhalb einer kleineren Schwankungsbreite gehalten werden. Je nach Anwendung kann die damit verbundene Schaltfrequenz ein gravierender Nachteil sein. (z.B. Kompressormotor beim Kühlschrank)

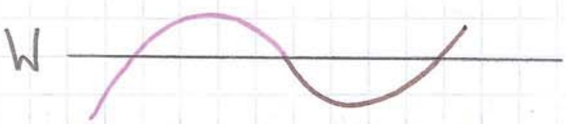
- Anmerkung: Bei einer 2-Punkt geregelten PT_2-Strecke schwingt der Istwert x über dem Sollwert +/- (Hysterese) Δ hinaus.

  Auch durch beliebiges verkleinern der Hysterese lässt sich das Überschwingen nicht verhindern.

  Abhilfe: 2-Punkt-Regler mit interner Rückführung.



①

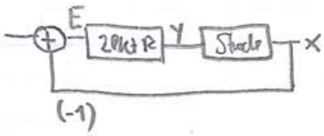


bei $\Delta = 0$

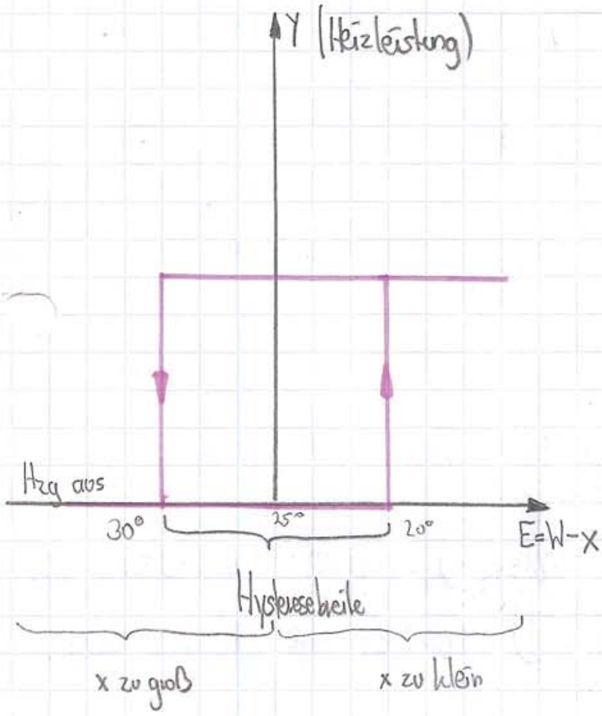
- Bei der internen Rückführung wird die Stellgröße dazu verwendet ein Signal zu generieren, welches einen anderen Istwert vortäuscht. Dadurch kann das Regelverhalten optimiert werden. Zum Beispiel wenn die Heizung aktiv ist, wird ein Wert von 2° Celsius zum Istwert addiert → dadurch schaltet die Heizung etwas früher aus.

- Bei "Heizung AUS" 2° abziehen ⇒ Heizung schaltet früher ein

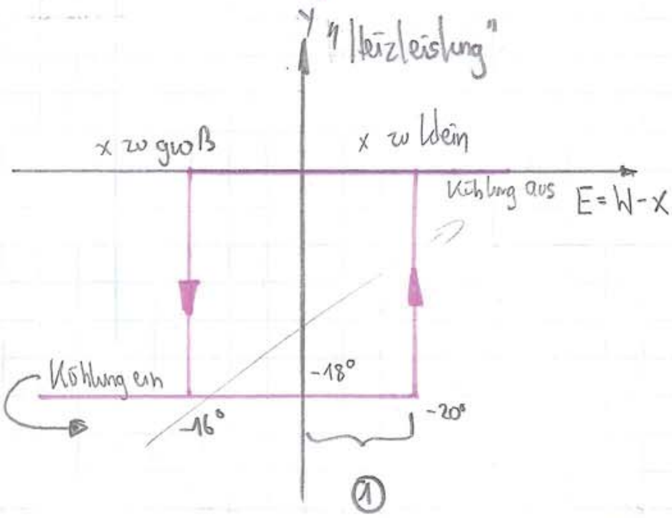
Reglerkennlinie 2-Punkt-Regler



Heizung EIN/AUS



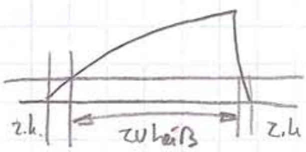
Kühlung EIN/AUS



① Obwohl die Temperatur schon leicht unterhalb dem Sollwert ist, wird noch weiter gekühlt.

⇒ Wenn x zu klein → E positiv, Heizung schaltet ein

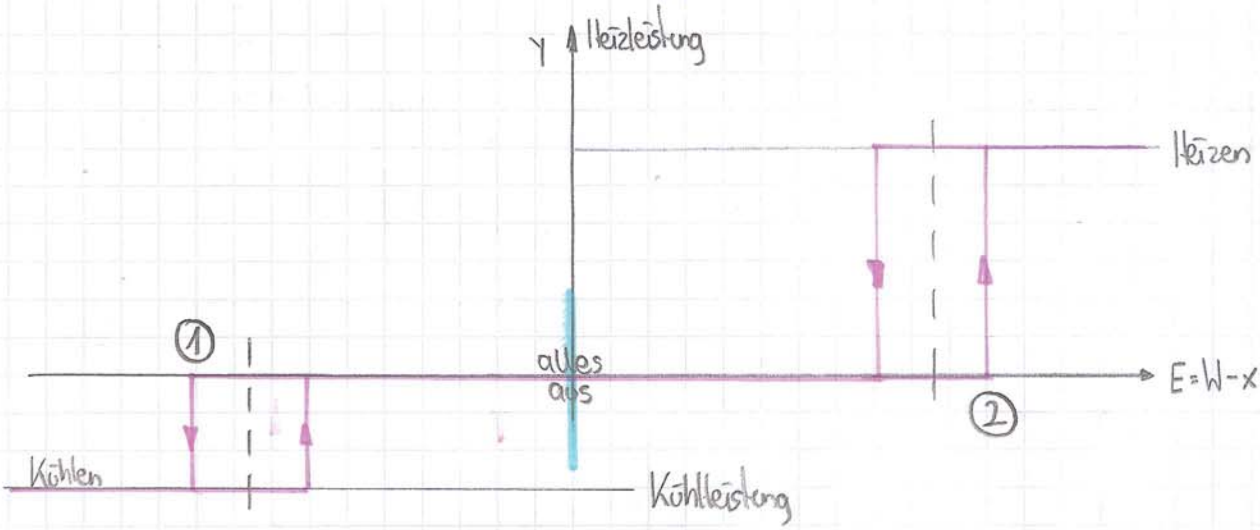
Assymetrische Hysterese:



...unterschiedlich groß

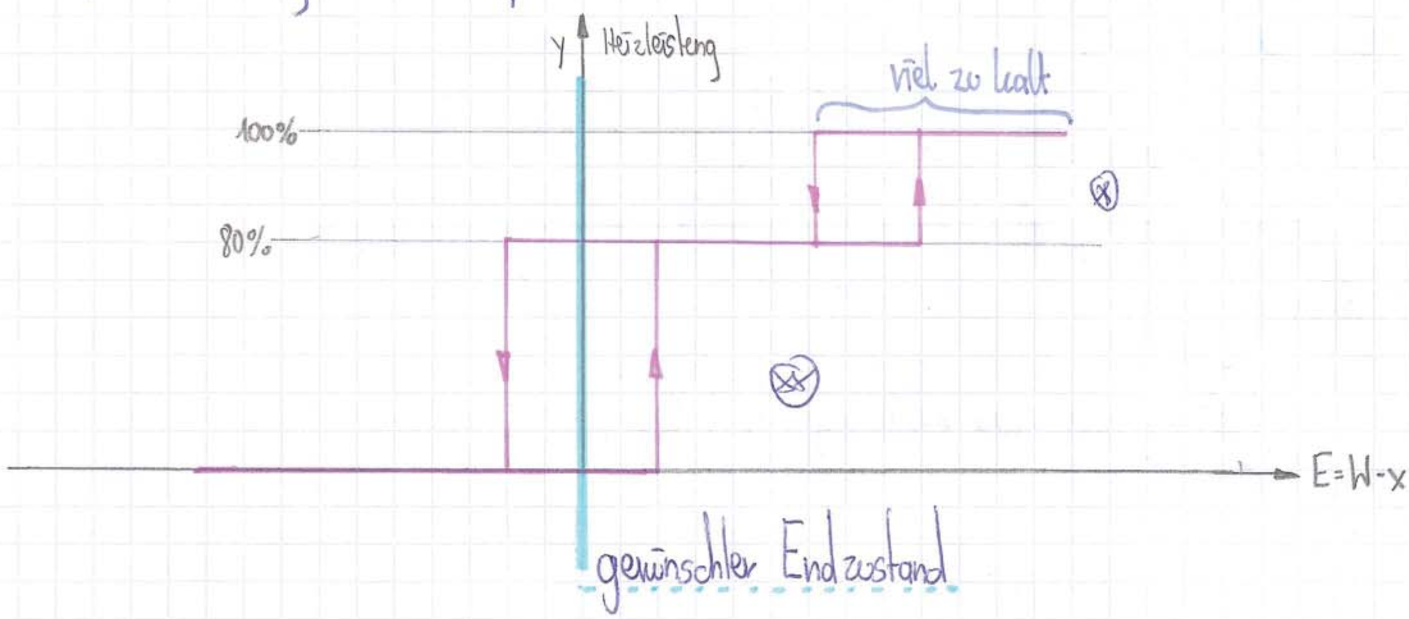
3-Punkt-Regler

Heizung ein aus Kühlung ein | aus |



- Zum Beispiel: Fällt die Temperatur im Raum unter Punkt ②, schaltet die Heizung ein, steigt die Raumtemperatur über Punkt ① schaltet die Heizung aus.

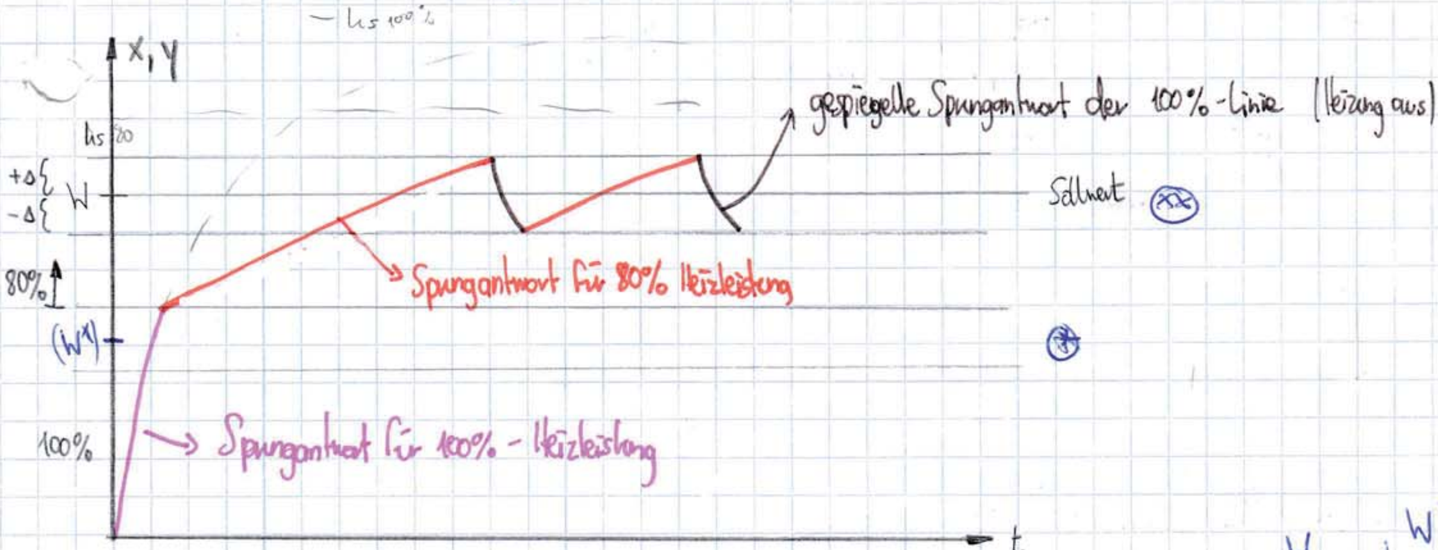
Beispiel: Heizung voll 100% | 80% | aus

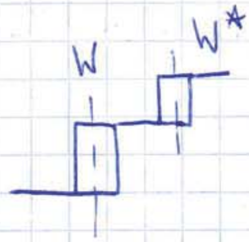


- Wenn die Temperatur viel zu niedrig ist, fährt die Heizung mit 100% Leistung. In der Nähe des Sollwertes jedoch nur mehr mit 80%.

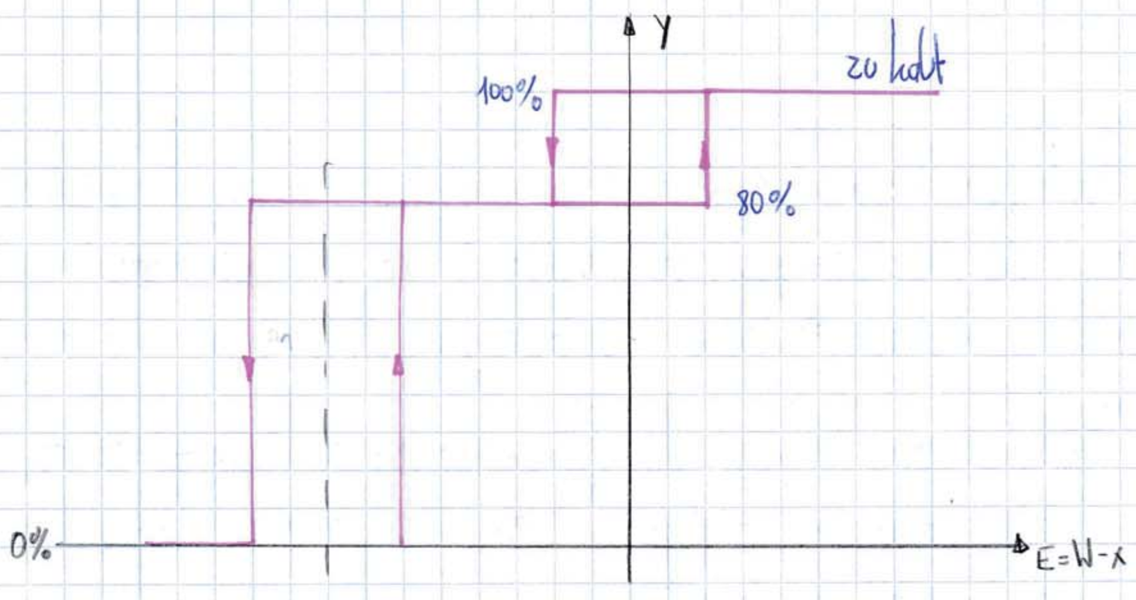
- Eine Verbesserung des Regelverhaltens könnte dadurch entstehen, dass bei einer trägen Strecke das Überschwingen reduziert wird (PT_2 - Totzeit)

- Ist nur dann sinnvoll, wenn mit 80% der Heizleistung (oder weniger) der Sollwert (Temperatur) gehalten werden kann.

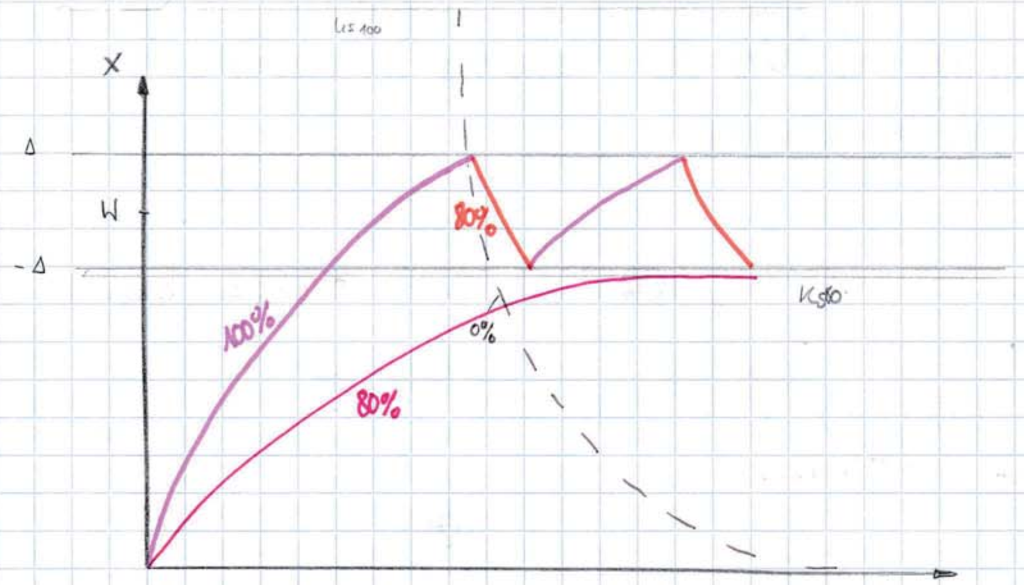




⟹ Regelverhalten eines 3-Punkt-Reglers mit PT_1-Strecke



- In der Nähe der Solltemperatur wird zwischen 80% und 100% hin- und her geschaltet. Die Heizung wird nur dann ganz ausgeschalten, wenn die Solltemperatur weit überschritten wird. Dies ist z.B. sinnvoll bei einem Brennofen, der mit 100% Heizleistung eine Temperatur dauerhaft (bestimmte Maximaltemperatur) halten kann und die Solltemperatur knapp unter dieser Maximaltemperatur liegt.



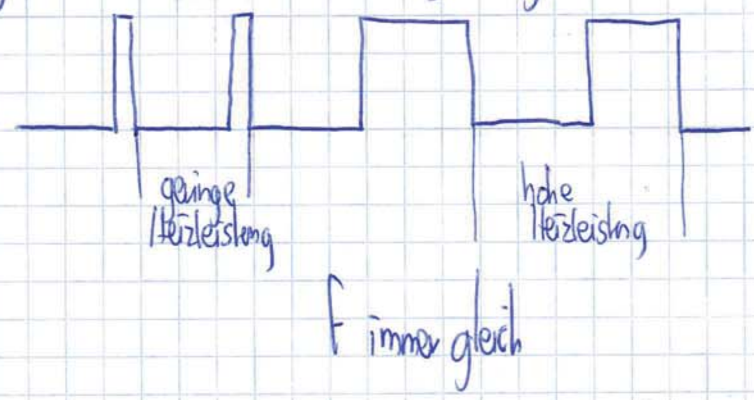
Vorteil gegenüber Abschalten auf 0%:

- Abkühlungsphase dauert damit länger → geringere Schaltfrequenz bei gleicher Hysteresebreite oder Hysteresebreite lässt sich verringern ohne dass die Schaltfrequenz allzu hoch wird.

- Je mehr Schaltpunkt ein Mehrpunktregler besitzt, desto genauer passen die einzelnen Schaltniveaus zu der Heizleistung die notwendig ist um die Solltemperatur dauerhaft aufrecht zu erhalten. ⇒ Schwankungsbreite um Solltemperatur wird geringer.
- Eine andere Möglichkeit zum Verringern des Schwingens von x (Ausgang) ist es, y so schnell zwischen seinen zwei möglichen Werten hin- & herzuschalten, dass die Strecke bei weitem nicht mitkommt.

- Die Trägheit der Strecke selbst bewirkt eine zeitliche Mittelung => pseudo stetige Heizleistung durch Ändern des Tastverhältnisses.

  ↳ PWM : gleich zu Behandeln wie stetige Regler

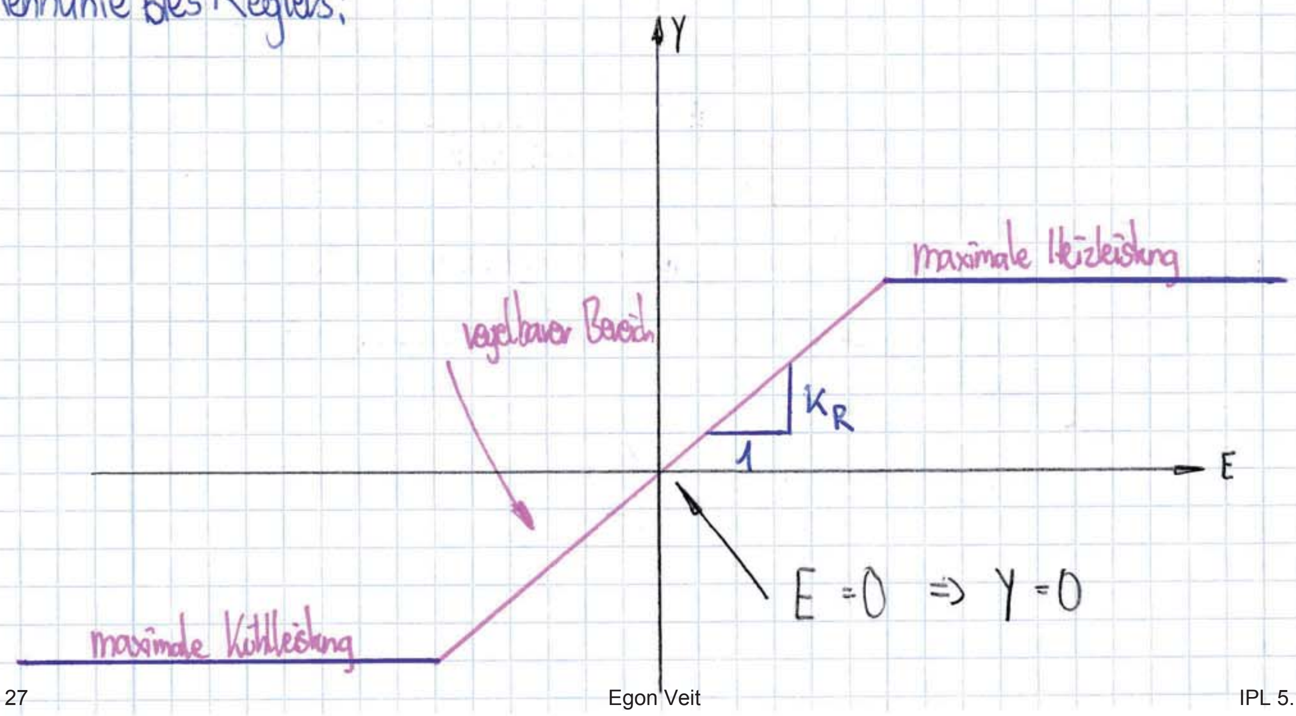


stetige Regler

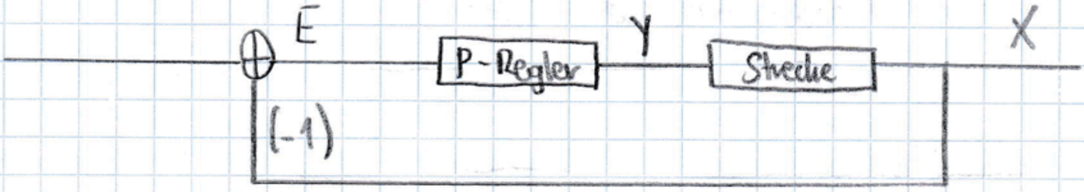
• P-Regler

- Der P-Regler ist ein stetiger Regler weil er die Stellgröße auf beliebige Werte halten kann => Für einen bestimmten Sollwert W kann Y einen konstanten Wert annehmen, welcher X dauerhaft auf W hält.

Kennlinie des Reglers:



- Innerhalb des regelbaren Bereiches ist $Y \sim E$, also $Y = k_R \cdot E = k_R \cdot (W - x)$

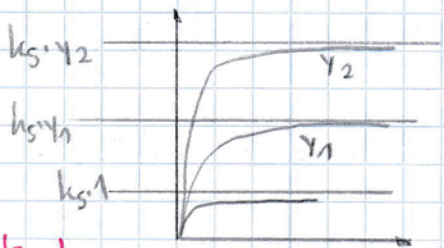


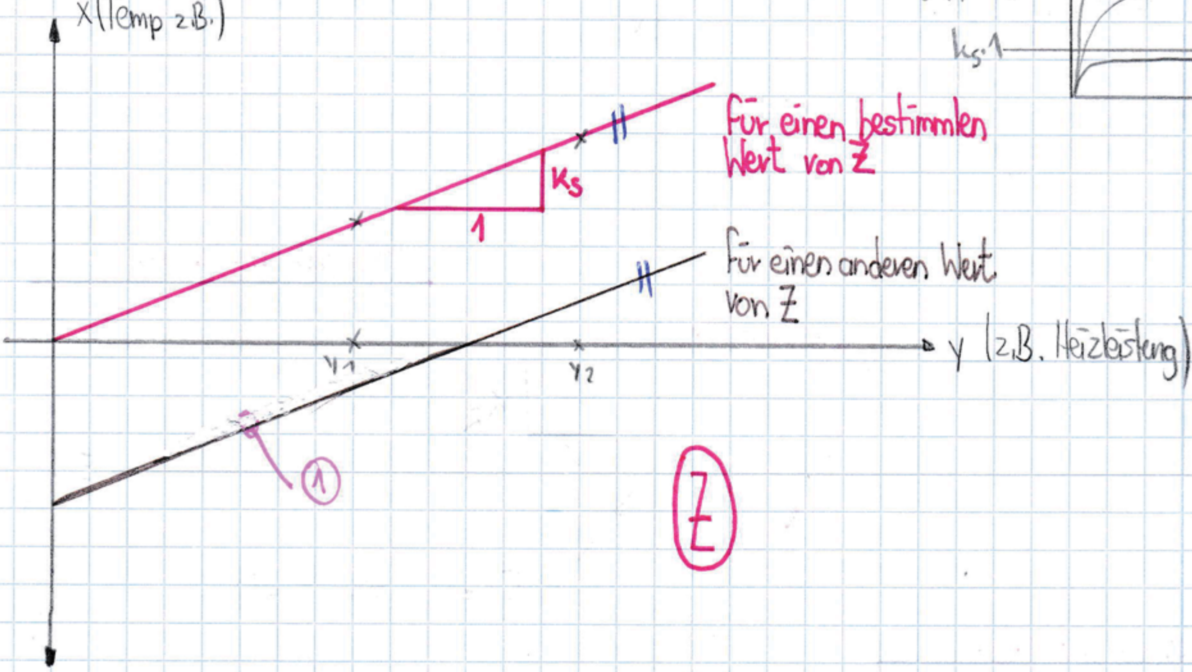
- Problem beim P-Regler bei Strecken mit Ausgleich (Verlust)

⇒ Um einen Y-Wert $\neq 0$ zu halten benötigt der P-Regler eine dauerhafte Regelabweichung.

Beispiel: Temperaturregelung bei kalter Umgebung: Um die Solltemperatur aufrecht zu erhalten, wäre eine dauerhafte Heizleistung notwendig. Wenn X aber gleich W ist, ist E gleich 0 und damit Y gleich 0 ⇒ Endtemperatur stellt sich auf einen Wert leicht unterhalb von W ein.

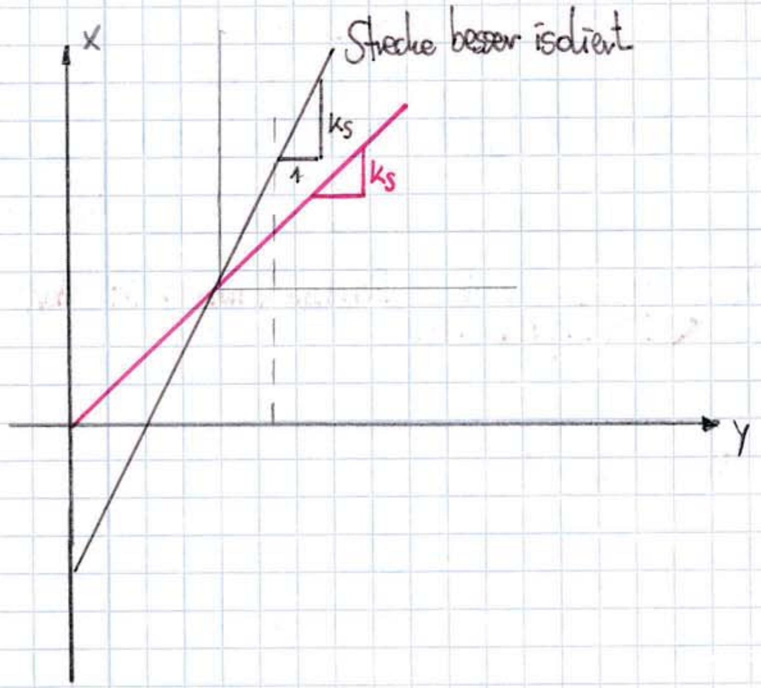
Statische Streckenkennlinie

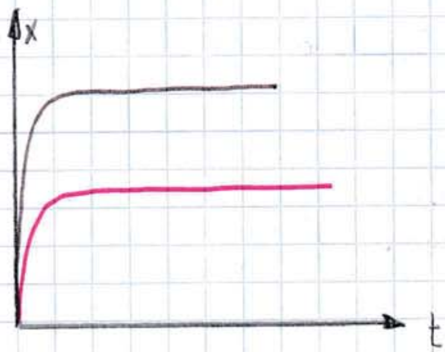




- Für gleiche Strecken sind die Kennlinien parallel (vergleiche Heizleistung = 0 und Außentemperatur ist unterschiedlich)
- Achtung: Die Streckenkennlinie ist nicht die Sprungantwort.
- Bei einer bestimmten Heizleistung stellt sich nach unendlich langer Zeit eine bestimmte Endtemperatur ein. Diese Endtemperatur wird aufgetragen & ergibt dann die Streckenkennlinie.

①



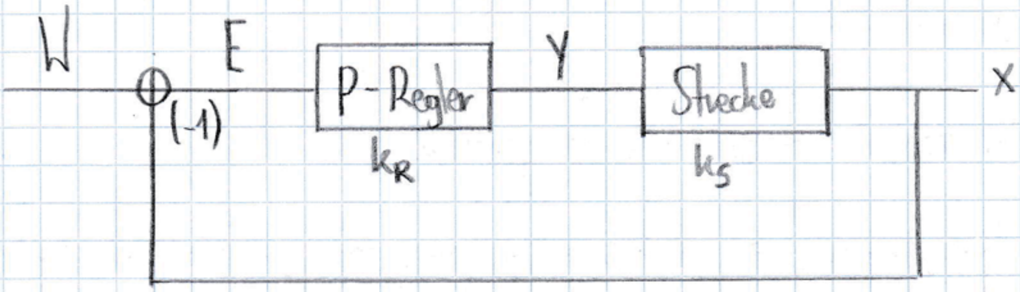


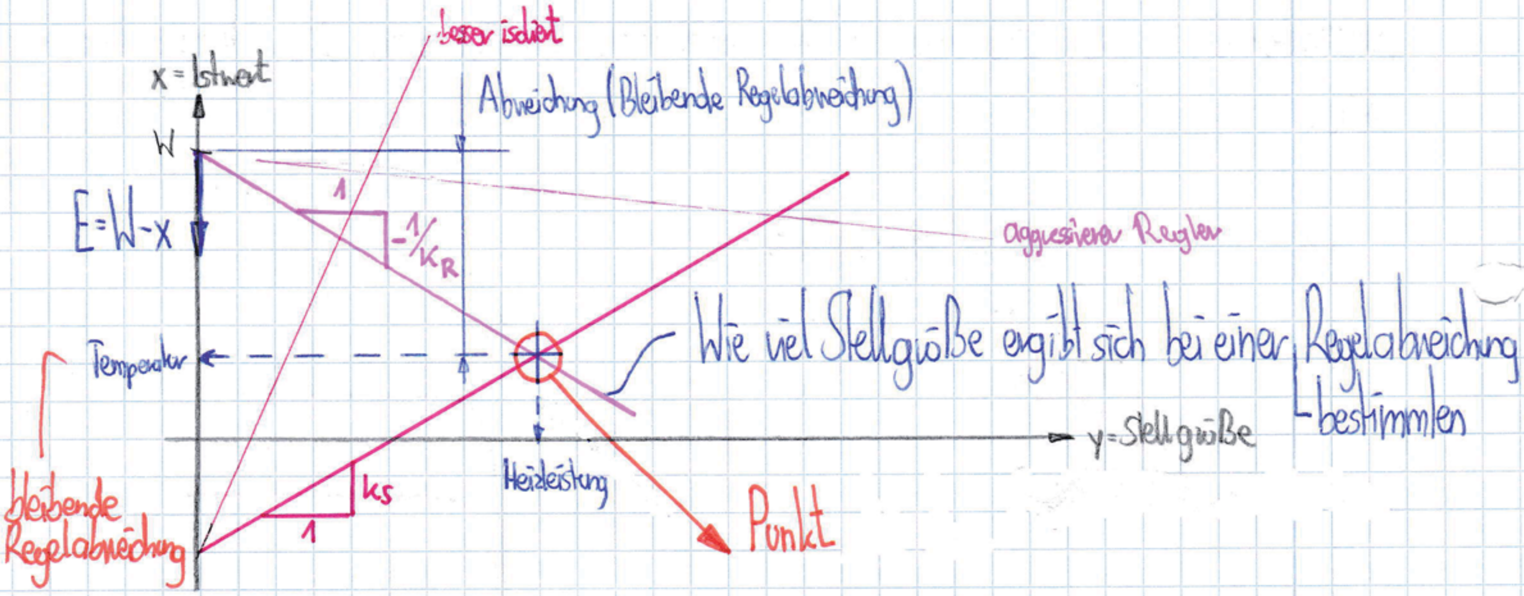
Für gleichen Heizungssprung

Zusammenfassung:

- Die statische Streckenkennlinie gibt an, wie sich die Strecke für die jeweilige Stellgröße nach unendlich langer Zeit verhält.
- Den zeitlichen Verlauf bis zum Erreichen des Endwertes kann man aus der statischen Streckenkennlinie nicht ablesen, nur den Endwert selbst.

Kombination der Kennline eines P-Reglers mit der statischen Streckenkennlinie

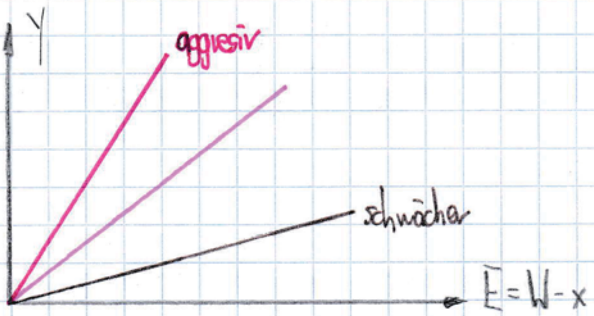


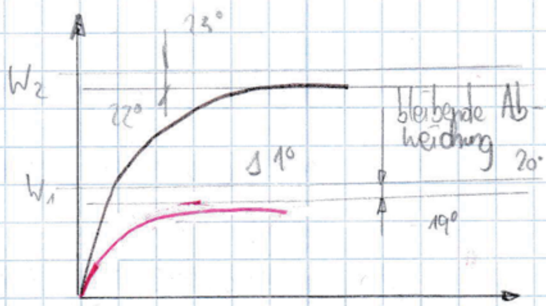


$$y = k_R \cdot E \Rightarrow \text{Umkehrfunktion}$$

$$E = \frac{1}{k_R} \cdot y$$

Statische Regler kennlinen verschiedener Regler:





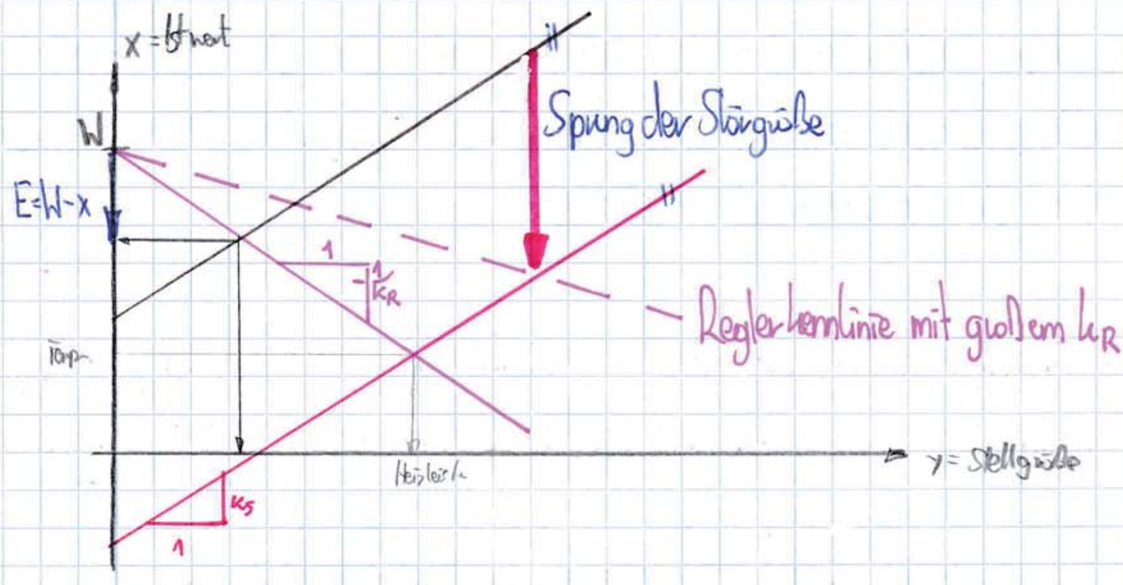
$$E = W - x \Rightarrow x = -E + W$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{k_R} \cdot y + W}$$

- Um festzustellen, auf welchen Endwert sich die geregelte Strecke einstellt, übertragen wir die Kennlinie des P-Reglers in das Diagramm der Streckenkennlinie.
- Die Y-Achse wird horizontal gezeichnet, die Achse für W-x verläuft senkrecht nach unten ausgehend von X = W. Der Schnittpunkt der beiden Kennlinien gibt die Endwerte für x und Y an, auf die sich der Regelkreis nach unendlich langer Zeit einstellt.
- Die Steigung der Reglerkennlinie nach der Übertragung $= -\frac{1}{k_R}$
- Regler & Strecke gemeinsam verhalten sich so, dass der einzig stabile Zustand nach unendlich langer Zeit der Schnittpunkt der beiden Kennlinien ist.

Effekt der Regelung:

- Bei Änderung der Störgröße Z (Sprung auf eine andere Streckenkennlinie) ändert der Regler die Stellgröße so, dass der Sprung nicht vertikal erfolgt (X ändert sich weniger stark als ohne Regler)

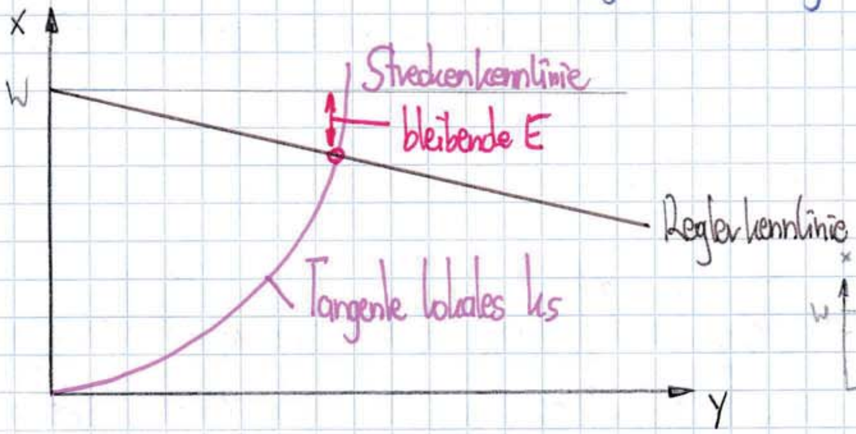


- Von diesem Diagramm her wäre ein möglichst großes k_R $\left(\frac{1}{k_R} \rightarrow 0\right)$ ideal damit die Reglerkennlinie im Streckendiagramm möglichst flach wird.

- Problem: Wenn k_R zu groß wird (Regler reagiert zu stark) kann der Regelkreis instabil werden und x immer stärker schwingen.

Bemerkung:

a) Der P-Regler hat gegenüber einem Mehrpunktregler Vorteile, liefert aber bei nicht integrierenden Strecken eine dauerhafte Regelabweichung.

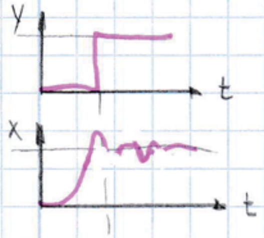


- Die Streckenkennlinie gibt an, welcher x-Wert nach unendlich langer Zeit bei einem bestimmten y-Wert erreicht wird. Über den zeitlichen Verlauf dieses Einstellvorgangs gibt die Streckenkennlinie keine Auskunft. Diese ist in der Sprungantwort enthalten.

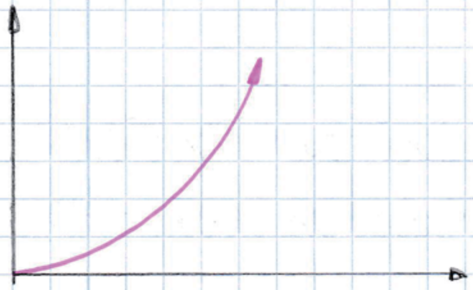
Streckenkennlinien können nur für Strecken mit Ausgleich gezeichnet werden, die sich mit der Zeit bei konstantem y auf einen konstanten x-Wert einstellen.

In der Sprungantwort nähert sich x einer horizontalen Linie an.

•) Beispiele für Strecken mit Ausgleich: PT_1, PT_2, Totzeitelement



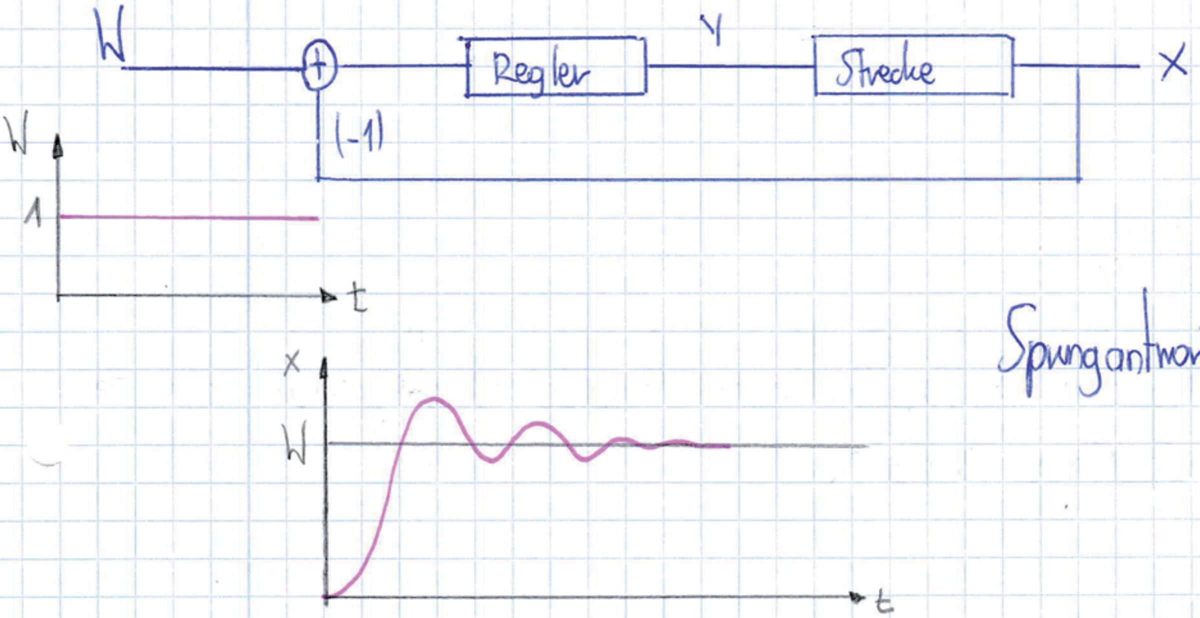
• Beispiele für Strecken mit Ausgleich: Integrierende Strecken



•) Für Strecken ohne Ausgleich lässt sich keine Streckenkennlinie zeichnen!

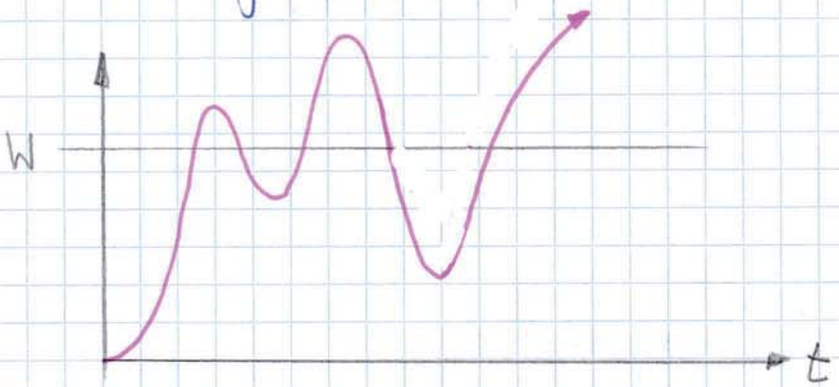
b) Grundsätzlich ist die bleibende Regelabweichung kleiner wenn k_R größer gewählt wird, allerdings kann ein zu großes k_R zur Instabilität des Regelkreises führen.

•) Sprungantwort des gesamten Regelkreises = zeitlicher Verlauf der Änderung von X wenn sich W schlagartig um 1 ändert.



Sprungantwort, Führungsverhalten

bei instabilem Regelkreis

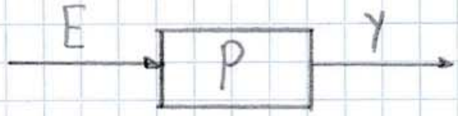


c) der zeitliche Verlauf, mit dem sich x und y dem Schnittpunkt der beiden Kennlinien nähern, kann aus diesem Kennliniendiagramm nicht abgelesen werden, da dieses keine Information über die Zeit enthält.

- Es kann sogar so sein, dass bei instabilen Regelkreisen dieser Punkt gar nicht als stabiler Endwert erreicht wird

d) man kann W nicht einfach um die bleibende Regelabweichung erhöhen, da die bleibende Regelabweichung sowohl von W als auch von Z abhängt und daher nicht vorhergesehen werden kann.

Begründung für die bleibende Regelabweichung:



$$Y = k_R \cdot E$$

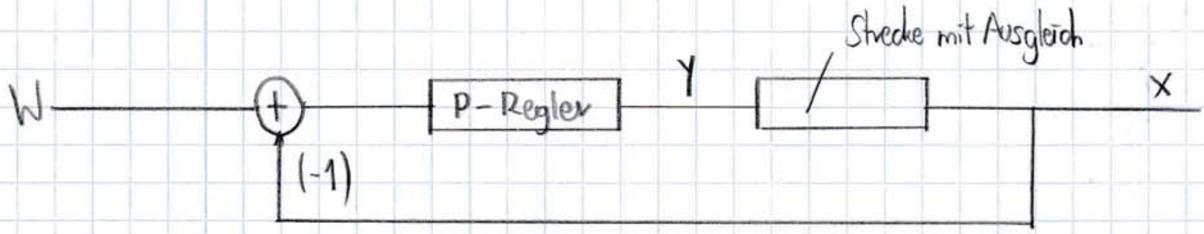
muss $\neq 0$ sein damit x bei Strecken mit Ausgleich gehalten werden kann ⇒ $E \neq 0$, damit ein y verbleibt.

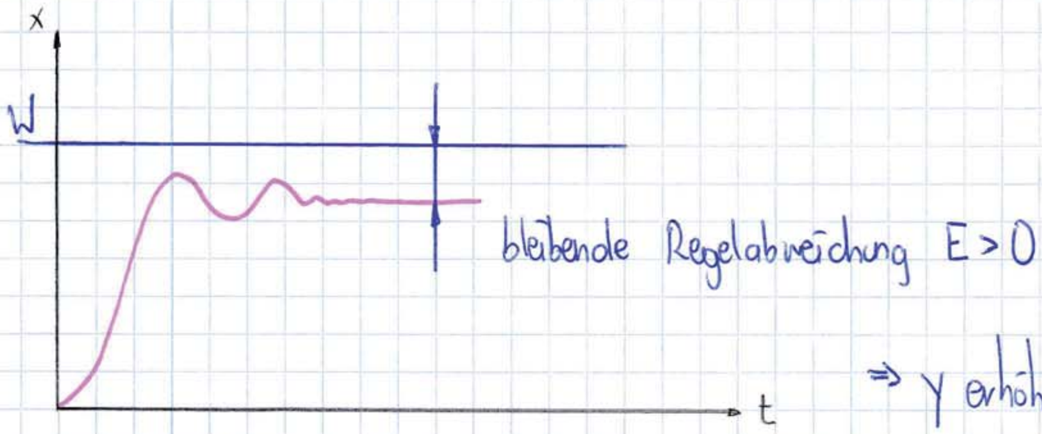
- Bei Strecken ohne Ausgleich (z.B. Integrierer):

  $y = 0$ liefert einen konstanten x-Wert ⇒ P-Regelung kann bei $E = 0$ ⇒ $(y = 0)$ x konstant auf W halten

- <u>Idee</u>: Wenn die Strecke nicht integriert, kann man einen integrierenden Anteil in den Regler einbauen, um die bleibende Regelabweichung zu entfernen.

PI-Regler





⇒ y erhöhen, bis $E = 0$

⇒ <u>Lösung: $\int_0^t E\,dt$</u> … erfüllt diese Anforderung, weil ab $E = 0$ keine Erhöhung des Integrals mehr erfolgt.

$$\text{PI-Regler: } y(t) = \underbrace{k_p \cdot E(t)}_{\text{P-Anteil}} + \underbrace{k_i \cdot \int_0^t E(t)\,dt}_{\text{I-Anteil}}$$

bisher k_R

$$[k_i] = \frac{1}{\text{Zeit}}$$

$[k_i] = \frac{1}{\text{Zeit}} \Rightarrow E(t) \cdot dt \rightarrow$ Zeit muss weg

k_p ist bisheriges k_R

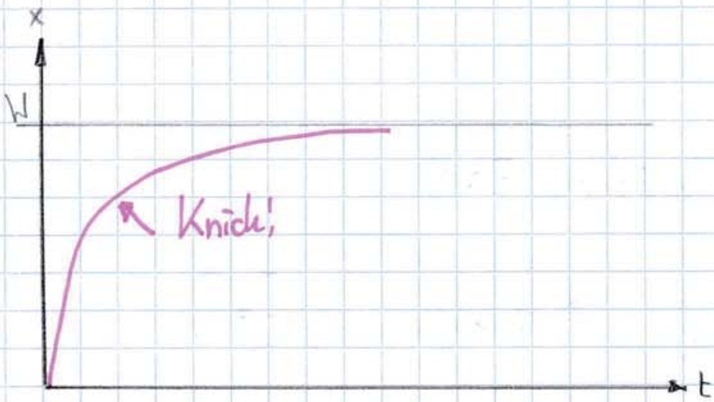
$$y(t) = k_p \cdot \left[E(t) + \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t E(t)\, dt\right]$$

$$\frac{1}{T_I} := \frac{k_I}{k_p}$$

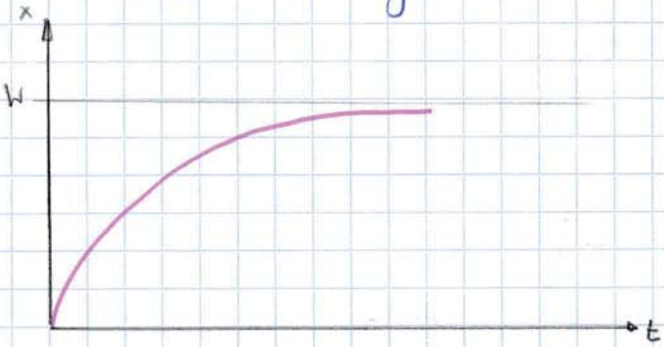
T_I ... Nachführzeit

$$\boxed{\frac{1}{T_I} = \frac{k_I}{k_p} = \frac{1}{T_N}}$$

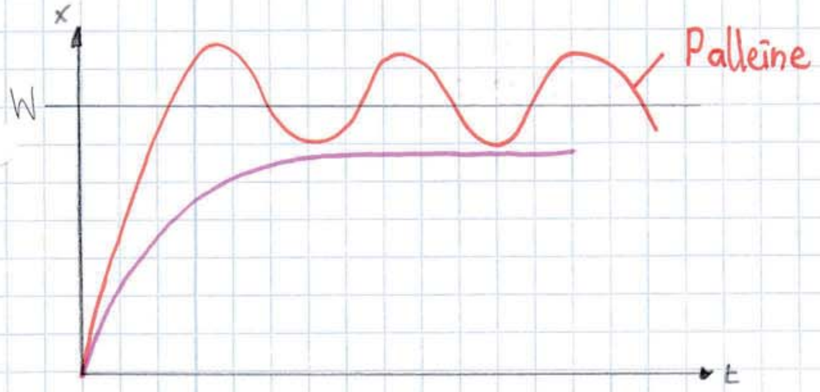
Effekt von T_N:



•) T_N bzw. T_I zu groß: D.h.: I-Anteil zu klein



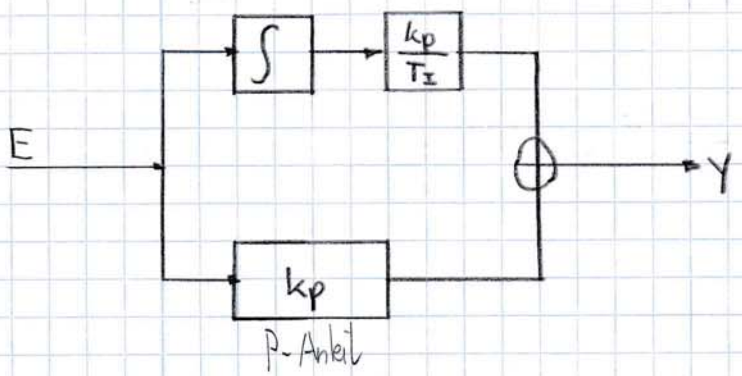
•) T_N passend



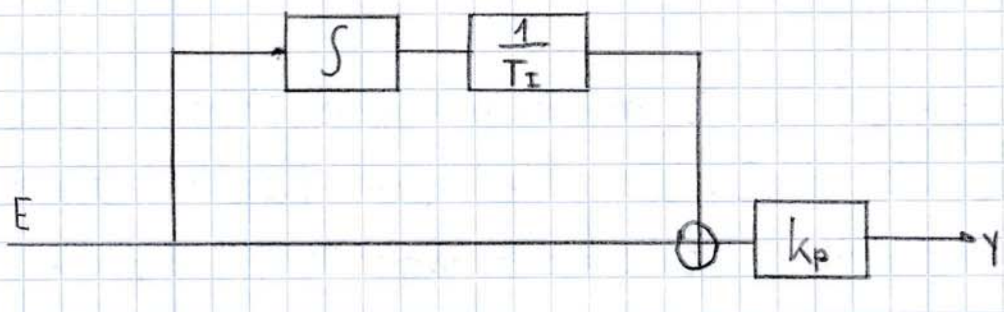
- T_I bzw T_N zu klein: I-Anteil zu groß

- Immer wenn ein Teil eines Reglers und damit der gesamte Regler zu stark reagiert, führt dies zu einem schwingenden Verhalten eines Regelkreises. Im Extremfall kann sich die Schwingung aufschaukeln = Reglerkatastrophe

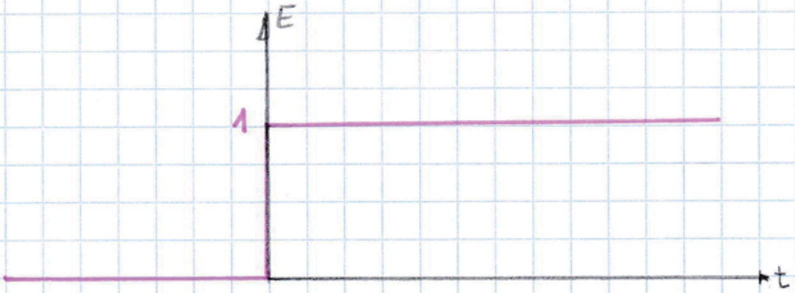
PI-Regler als Blockdiagramm



oder:

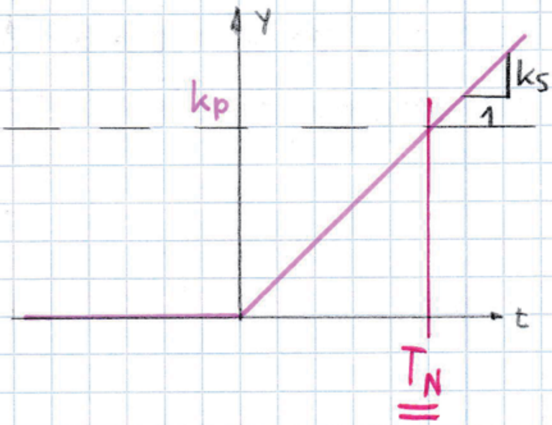


Sprungantwort eines PI-Reglers wenn Einheitssprung von E erfolgt



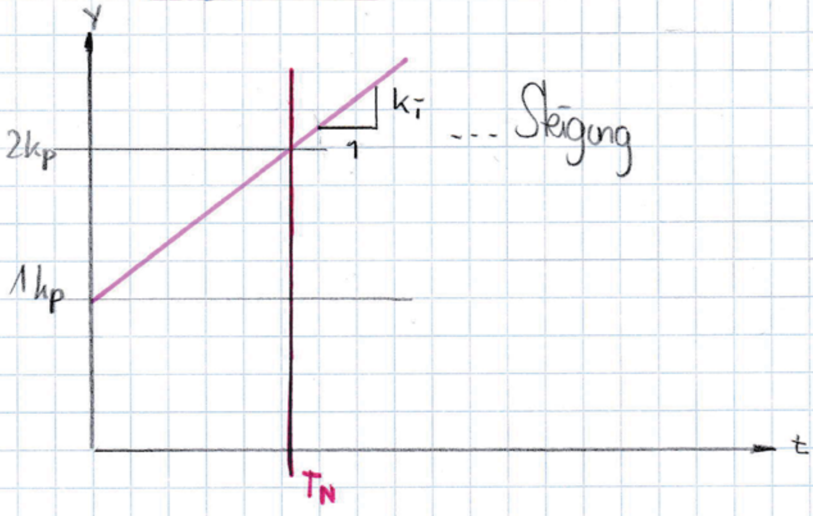
P-Anteil

I-Anteil



P&I-Anteil

(*)

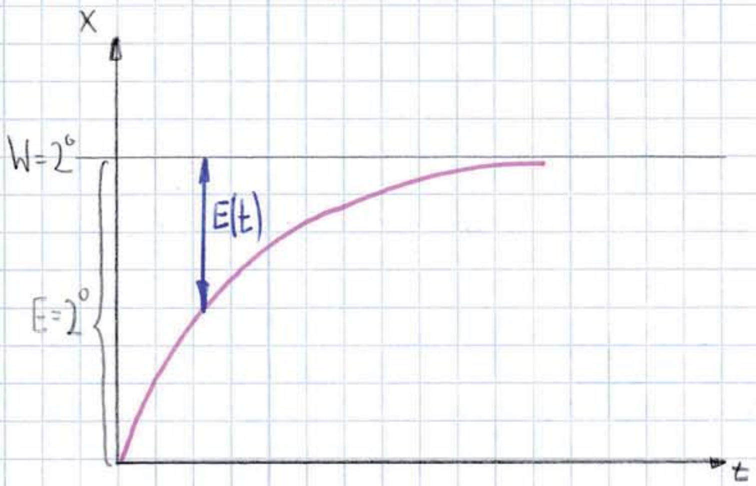


(*) Der I-Anteil der Sprungantwort hat die (eigentlich unangenehme) Eigenschaft, dass er mit zunehmender Zeit gegen unendlich wächst. Dies sollte in einem Regelkreis aber nie auftreten, da sich die Regelabweichung E nicht auf einen konstanten Wert einpendeln sondern gegen 0 gehen soll.

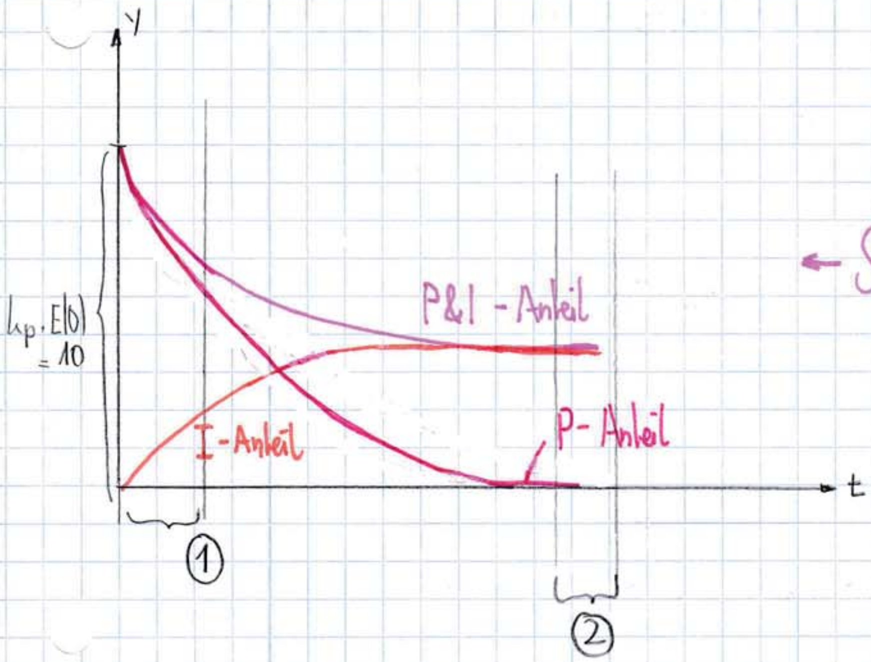
Wind Up - Effekt des I-Anteils

- Wenn die Regelabweichung aus irgend einem Grund zu langsam verschwindet, kann dies zu einem zu großen I-Anteil führen.
- Dieser Effekt wird häufig dadurch verursacht, dass die Stellgröße y in der Realität durch einen Maximalwert begrenzt wird (z.B. maximale Heizleistung)

Fall 1: Regelung (Temperatur) knapp über der Umgebungstemperatur



k_p = z.B. 5



← Stellgröße eines PI-Reglers

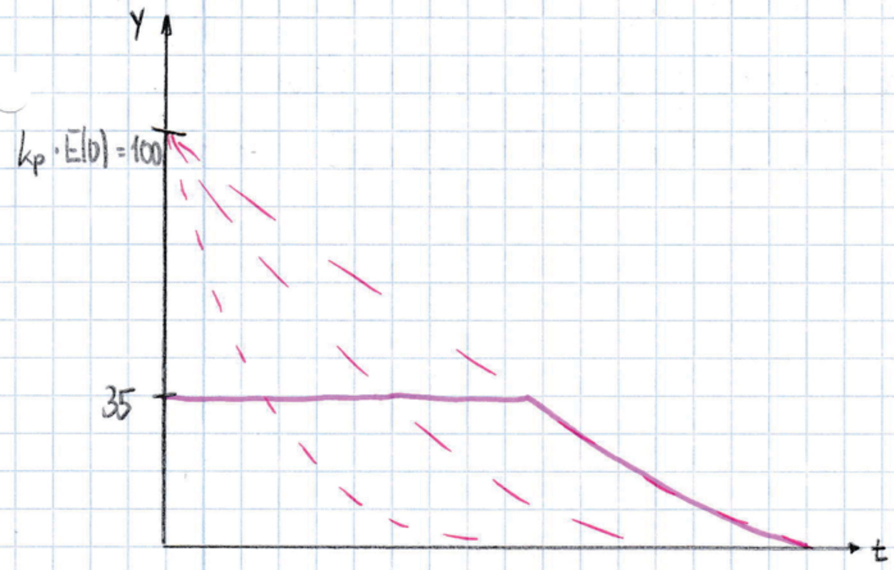
① Beginn des Regelvorgangs: Es existiert eine große Regelabweichung aber es ist noch wenig Zeit vergangen über die der I-Anteil aufintegriert wurde.
⇒ P-Anteil dominiert, hat also den größten Anteil an der Stellgröße

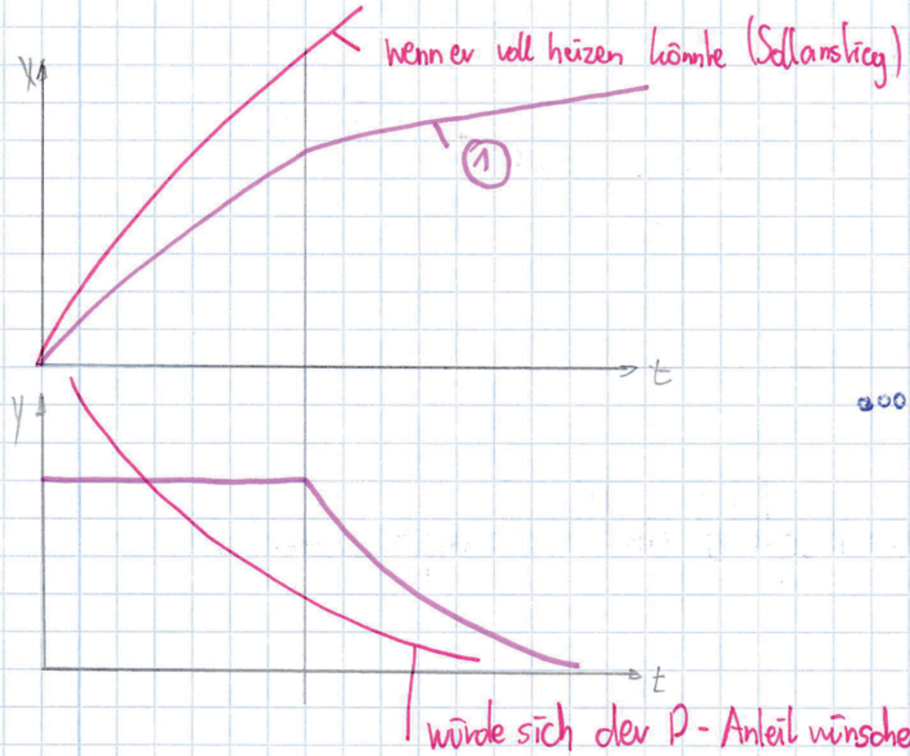
② $E=0$ ⇒ P-Anteil $=0$ (verschwindet), I-Anteil bleibt konstant auf einem Wert, der die Regelgröße dauerhaft auf dem Sollwert hält.

So ist der Regler optimal eingestellt!

Fall 2: Der Sollwert ist soweit über der Umgebungstemperatur, dass der Wert $k_p \cdot E(0)$ den maximal möglichen Wert der Stellgröße überschreitet.
Zum Beispiel: Heizung defekt, nur Stufe 1 möglich.
Die geforderte Stellgröße y kann aus irgend einem Grund nicht erreicht werden.

1





... Wind up

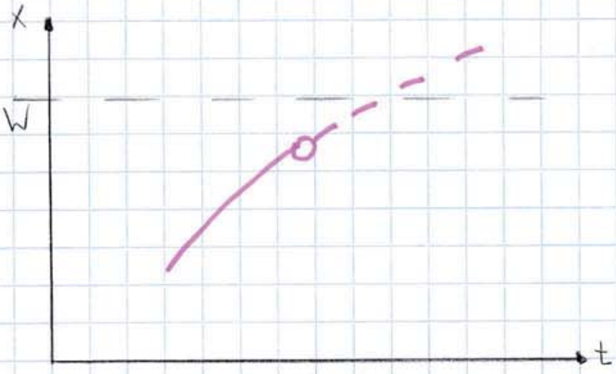
•) Bemerkung: Der Verlauf kann vom Sollverlauf stark abweichen, da auch der P-Anteil "reagiert"

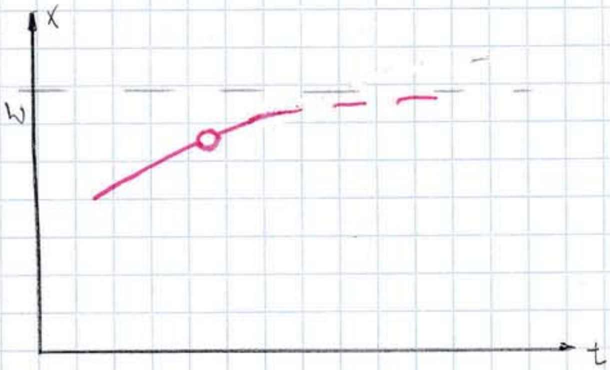
1 : I-Anteil wird zu stark aufintegriert

Das zu starke Aufintegrieren des I-Anteils (= Wind up-Effekt) führt zu einem Überschwingen → unerwünschtes Verhalten ∴ Abhilfe wäre zum Beispiel durch Begrenzung des I-Anteils möglich

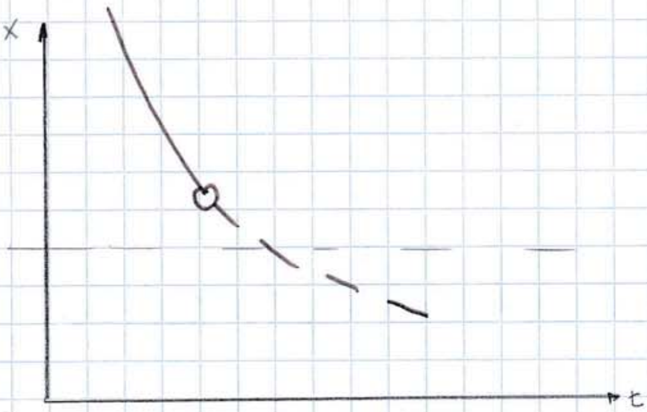
- I-Anteil schaut sozusagen in die Vergangenheit und ermittelt aus der vergangenen Regelabweichung jenen Wert für y, der notwendig ist, um x dauerhaft auf W zu halten, (P-Anteil = 0) → D-Anteil schaut in die "Zukunft" um die Regelung weiter zu verbessern.

PID-Regler





Bei a) y reduzieren, um möglichst ein Überschwingen zu verhindern



Bei b) keine Maßnahme nötig, Bei c) y erhöhen, um Überschwingen zu verhindern

- ⇒ große Steigung von x soll y verkleinern, stark negative Steigung von x soll y erhöhen

- Regler sieht nicht x sondern $W - x(t) = E(t)$, wobei W konstant ist
- $W - x(t) = E(t) \Rightarrow \frac{dE(t)}{dt} = \underbrace{\frac{W}{dt}}_{0} - \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{dE(t)}{dt}$
- Wenn x sehr schnell steigt, wird E sehr schnell kleiner, (Fall a)) $\Rightarrow \frac{dE(t)}{dt}$ ist stark negativ und wir wollen weniger stark heizen
- Wenn x sehr stark abnimmt, wird E sehr schnell größer, (Fall c)) und wir wollen die Heizleistung erhöhen.
- Beides wird erreicht, indem man zum P und I-Anteil noch einen Ausdruck proportional zu $\frac{dE(t)}{dt}$ addiert (Differentialteil)
- Damit erhalten wir:

$$\boxed{y(t) = \underbrace{k_P \cdot E(t)}_{\text{P-Anteil}} + \underbrace{k_I \cdot \int E(t)\, dt}_{\text{I-Anteil}} + \underbrace{k_D \cdot \frac{dE(t)}{dt}}_{\text{D-Anteil}}}$$

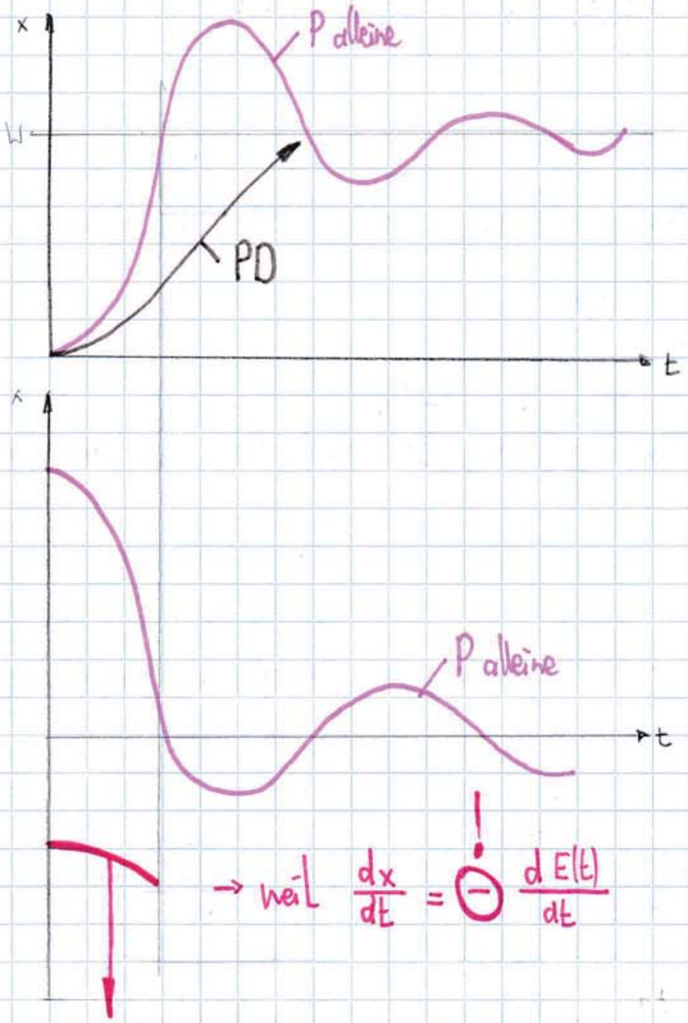
$$\boxed{y(t) = k_P \cdot \left[E(t) + \frac{1}{T_N} \cdot \int E(t)\, dt + T_V \cdot \frac{dE(t)}{dt}\right]}$$

T_N ... Nachführzeit

T_V ... Vorhaltezeit $= \frac{k_D}{k_P}$ [Zeit]

- Interpretation von T_V: Ist in etwa jene Zeit, die der Regler in die Zukunft schaut

- Erwünschte Folge beim PD-Regler:
  Wenn P-Anteil alleine zu groß:



$\rightarrow$ weil $\frac{dx}{dt} = \ominus \frac{d\,E(t)}{dt}$

PT_1 + PI ... Integrieren $\Rightarrow$ dagegen D-Anteil
$PT_{N>1}$ ... integrierendes Verhalten

D-Anteil < 0 $\rightarrow$ verringert y dann, wenn x sich stark ändert

- Generell ist die Aufgabe des D-Anteils schnelle Änderungen von x und damit insbesondere ein Überschwingen zu verhindern (Natürlich wird die Regelung dadurch träger)

1.3 Reglereinstellung nach Chien, Hrones und Reswick

1.3.1 Strecken mit Ausgleich

Strecken mit Ausgleich weisen eine Sprungantwort auf, die sich einem festen Endwert nähert. Derartige Strecken enthalten keine offenen Integratoren. Für Strecken mit Ausgleich und Verzögerungen höherer Ordnung haben Chien, Hrones und Reswick einen Satz von Einstellregeln gefunden. Sie unterscheiden einerseits zwischen Führungs- und Störverhalten und andererseits zwischen aperiodischem Übergang und 20% Überschwingen.

Zur Anwendung dieser Einstellregeln ist die Messung der Sprungantwort der Strecke (ohne Regler) erforderlich.

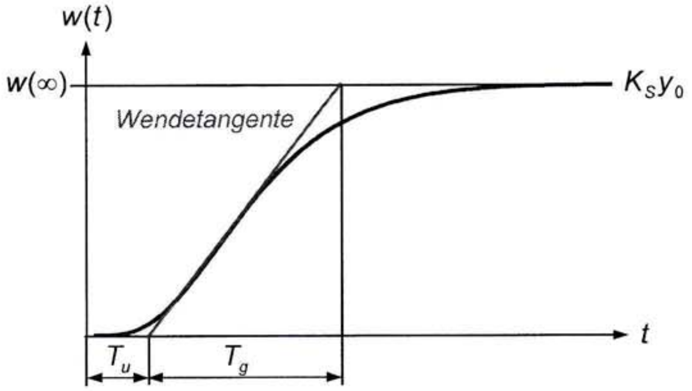


Bild 1-1 Wendetangentenverfahren

Aus der Sprungantwort werden die Parameter T_u (Verzugszeit), T_g (Ausgleichszeit) und K_S (Streckenverstärkung) bestimmt. Hierzu muss die Wendetangente eingezeichnet werden. Die beiden Zeiten ergeben sich aus deren Schnittpunkten mit der Zeitachse. Die Streckenverstärkung ergibt sich aus dem stationären Wert der Sprungantwort und der Eingangsamplitude:
$K_S = w(\infty)/y_0$

Tabelle 1-1 Einstellregeln nach Chien, Hrones und Reswick für Strecken mit Ausgleich

Reglertyp	**aperiodischer Einschwingvorgang**		**Einschwingvorgang mit 20% Überschwingen**	
	Führung	Störung	Führung	Störung
P	$K_P = \frac{0,3 \cdot T_g}{K_S T_u}$	$K_P = \frac{0,3 \cdot T_g}{K_S T_u}$	$K_P = \frac{0,7 \cdot T_g}{K_S T_u}$	$K_P = \frac{0,7 \cdot T_g}{K_S T_u}$
PI	$K_P = \frac{0,35 \cdot T_g}{K_S T_u}$ $T_N = 1,2 \cdot T_g$	$K_P = \frac{0,6 \cdot T_g}{K_S T_u}$ $T_N = 4 \cdot T_u$	$K_P = \frac{0,6 \cdot T_g}{K_S T_u}$ $T_N = T_g$	$K_P = \frac{0,7 \cdot T_g}{K_S T_u}$ $T_N = 2,3 \cdot T_u$
PID	$K_P = \frac{0,6 \cdot T_g}{K_S T_u}$ $T_N = T_g$ $T_V = 0,5 \cdot T_u$	$K_P = \frac{0,95 \cdot T_g}{K_S T_u}$ $T_N = 2,4 \cdot T_u$ $T_V = 0,42 \cdot T_u$	$K_P = \frac{0,95 \cdot T_g}{K_S T_u}$ $T_N = 1,35 \cdot T_g$ $T_V = 0,47 \cdot T_u$	$K_P = \frac{1,2 \cdot T_g}{K_S T_u}$ $T_N = 2,3 \cdot T_u$ $T_V = 0,42 \cdot T_u$

1.3.2 Strecken ohne Ausgleich

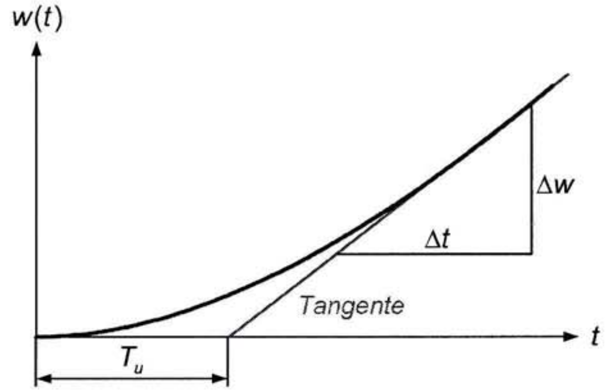


Bild 1-2 Ermittlung von T_u und K_{IS} bei Stecken ohne Ausgleich

Bei Regelstrecken ohne Ausgleich, d. h. bei Strecken mit integrierendem Verhalten, wird anstelle der Wendetangente die Asymptote an die Sprungantwort angelegt. Ihr Schnittpunkt mit der Zeitachse liefert die Verzugszeit T_u (vergl. Bild 1-2). Die Steigung der Asymptote lässt sich durch Messen der Ordinaten- und Abszissenabschnitte Δw und Δt ermitteln. Der Wert der Steigung geht als

$$K_{IS} = \frac{\Delta w}{\Delta t}$$

in die Formeln zur Berechnung der Reglerparameter ein. Auch für Strecken ohne Ausgleich wird zwischen Führungs- und Störverhalten und zwischen einer Regelung ohne und mit Überschwingen unterschieden. Die Berechnungsvorschriften für die Reglerparameter sind in Tabelle 1-2 zusammengefasst.

Tabelle 1-2 Einstellregeln nach Chien, Hrones und Reswick für Strecken ohne Ausgleich

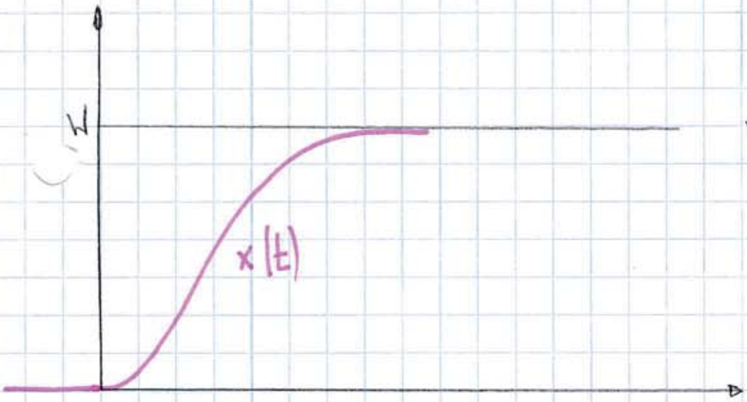
Reglertyp	**aperiodischer Einschwingvorgang**		**Einschwingvorgang mit 20% Überschwingen**	
	Führung	Störung	Führung	Störung
P	$K_P = \frac{0,3}{K_{IS}T_u}$	$K_P = \frac{0,3}{K_{IS}T_u}$	$K_P = \frac{0,71}{K_{IS}T_u}$	$K_P = \frac{0,71}{K_{IS}T_u}$
PI	$K_P = \frac{0,34}{K_{IS}T_u}$ $T_N = 4 \cdot T_u$	$K_P = \frac{0,59}{K_{IS}T_u}$ $T_N = 4 \cdot T_u$	$K_P = \frac{0,59}{K_{IS}T_u}$ $T_N = 2,3 \cdot T_u$	$K_P = \frac{0,71}{K_{IS}T_u}$ $T_N = 2,3 \cdot T_u$
PID	$K_P = \frac{0,59}{K_{IS}T_u}$ $T_N = 2,4 \cdot T_u$ $T_V = 0,5 \cdot T_u$	$K_P = \frac{0,95}{K_{IS}T_u}$ $T_N = 2,4 \cdot T_u$ $T_V = 0,42 \cdot T_u$	$K_P = \frac{0,95}{K_{IS}T_u}$ $T_N = 2 \cdot T_u$ $T_V = 0,47 \cdot T_u$	$K_P = \frac{1,2}{K_{IS}T_u}$ $T_N = 2 \cdot T_u$ $T_V = 0,42 \cdot T_u$

Bei der Anwendung der zuvor vorgestellten "praktischen Einstellregeln" erzielt man nicht immer den erwarteten Erfolg. Dies hängt vor allem damit zusammen, dass beim Erstellen der Formeln ausgewählte Streckenstrukturen als gegeben angenommen wurden, die so in der Praxis kaum exakt anzutreffen sind. Deshalb ist es nahezu immer erforderlich, vor Ort an der realen Strecke im geschlossenen Regelkreis Korrekturen der Einstellungen vorzunehmen.

Einstellverfahren nach Chien, Hrones, Reswick
CHR

- k_p, k_i, k_D ... anpassbare Faktoren

- Ideales Führungsverhalten (optimal)



- Ideales Störverhalten (optimal)

- aperiodischer Einschwingvorgang

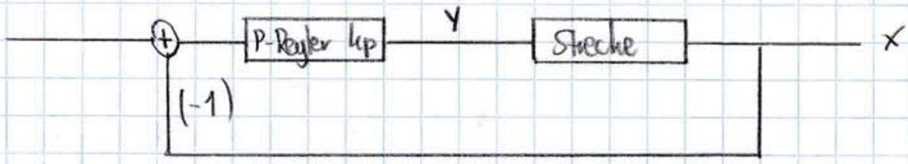
möglichst schnelles Einschwingen ohne Überschwingen

- Einschwingvorgang mit 20% Überschwingen

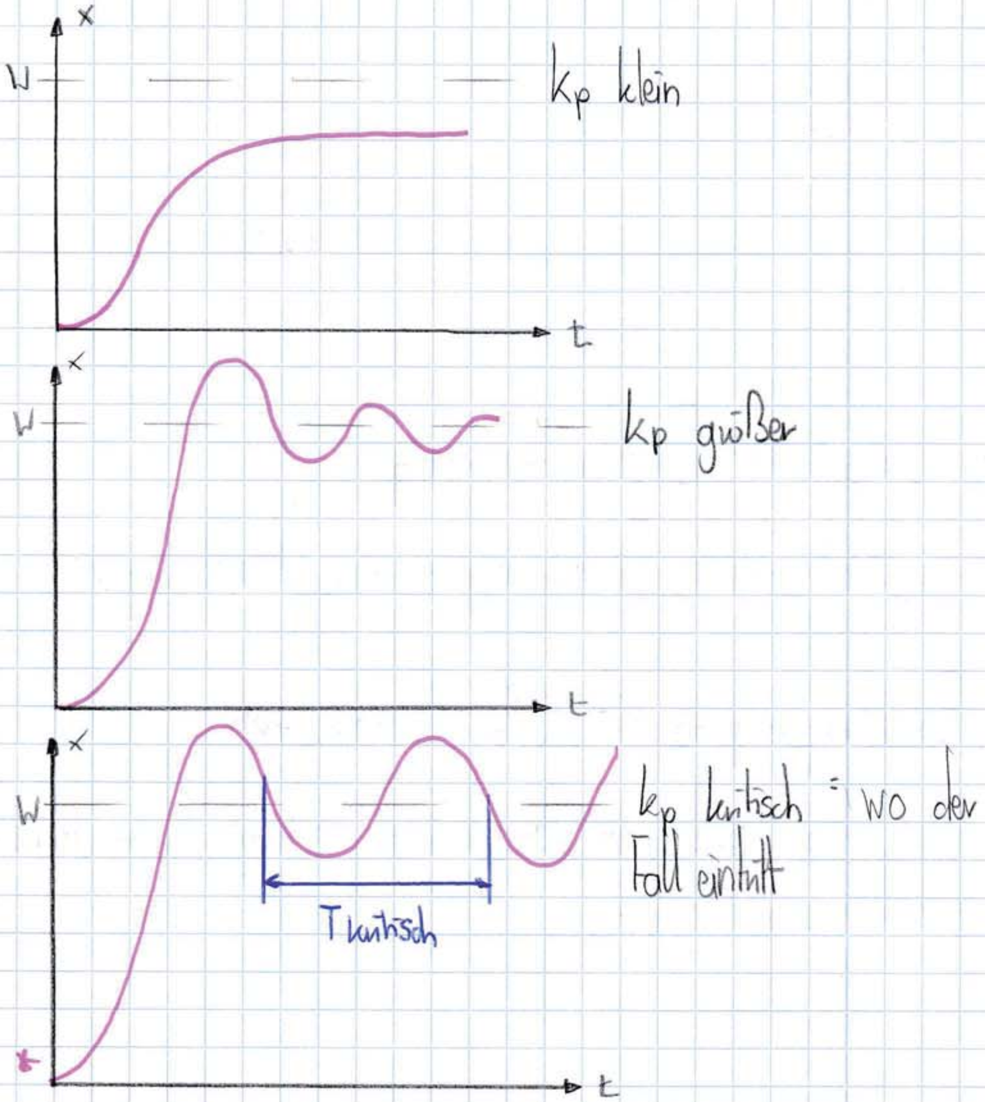
wenn die Strecke ein Überschwingen verträgt, kann dadurch der Soll-Wert schneller erreicht werden.

Ziegler - Nichols - Einstellverfahren

• Idee: Die Strecke wird versuchsweise durch eine P-Regelung zum Schwingen gebracht.



1) k_p langsam erhöhen und Sprung auf W



• Stabile Schwingung: Wichtige Werte: $k_{p\,kritisch}$ und $T_{kritisch}$

$$k_p = k_{p\,konstant} = k_{p\,kritisch}$$

const

- Diese beiden Werte werden gemessen und beschreiben die Grenze, ab welcher der Regler instabil wird. (bei reiner P-Regelung)

2) mit k_p und $T_{KRITISCH}$ werden die Parameter des Reglers bestimmt, mit denen sich ein relativ vernünftiges Verhalten des Regelkreises erwarten lässt.

$\left(k_p \left[E(t) + \frac{1}{T_N} \int + T_V \cdot D \right] \right)$

Regler	k_p	T_N	T_V
P	$0{,}5\ k_{KRITISCH}$		
PI	$0{,}45\ k_{KRITISCH}$	$0{,}85\ \frac{T_{KRITISCH}}{k_p}$	
PD	$0{,}80\ k_{KRITISCH}$		$0{,}12 \cdot T_{KRITISCH} \cdot k_p$
PID	$0{,}6\ k_{KRITISCH}$	$0{,}5\ \frac{T_{KRITISCH}}{k_p}$	$0{,}12 \cdot T_{KRITISCH} \cdot k_p$

- $T_{KRITISCH}$ gibt an, wie träge die Strecke reagiert (groß → träge)
- Bei sehr träger Strecke integriert der I-Anteil die Regelabweichung über einen relativ langen Zeitraum auf $\hat{=}\ k_I$
  ↳ Der Koeffizient $\left(\frac{1}{T_N}\right)$ ist verkehrt proportional zu $T_{KRITISCH}$
- Der D-Anteil wirkt proportional zu $T_{KRITISCH}$ stärker weil
  a) bei träger Strecke länger in die Zukunft geschaut werden muss
  b) bei träger Strecke mit kleineren Werten von $\frac{dE(t)}{dt}$ gerechnet werden muss →

x ändert sich langsamer ↑

→ (x ändert sich langsamer)

- Die Werte $T_{kritisch}$ und $k_{p\,kritisch}$ werden gemessen und beschreiben die Grenze, ab welcher der Regelkreis gerade instabil wird. (Bei reiner P-Regelung)

Vorteile des Verfahrens:

- Grundsätzlich mit jeder beliebigen Strecke durchführbar.
- Die Faustformel liefert PID-Parameter, bei denen der Regelkreis ziemlich sicher nicht instabil wird.

Nachteile des Verfahrens

- Strecke muss den Schwingungsvorgang überleben.

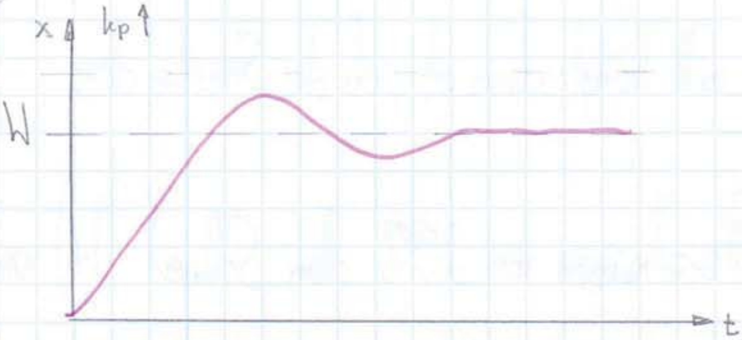
Achtung: Beide Einstellregeln liefern nur sehr grobe PID-Parameter, die im Normalfall noch händisch nachoptimiert werden müssen.

Händisches Optimieren

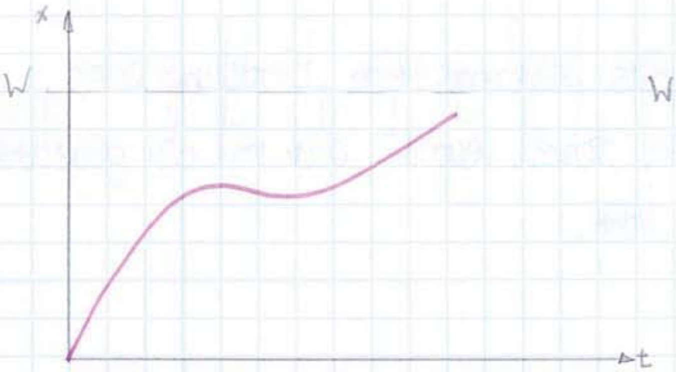
- Mit einigem Verständnis was die einzelnen Parameter bewirken, lässt sich der Regelkreis nach folgendem Schema nachoptimieren.

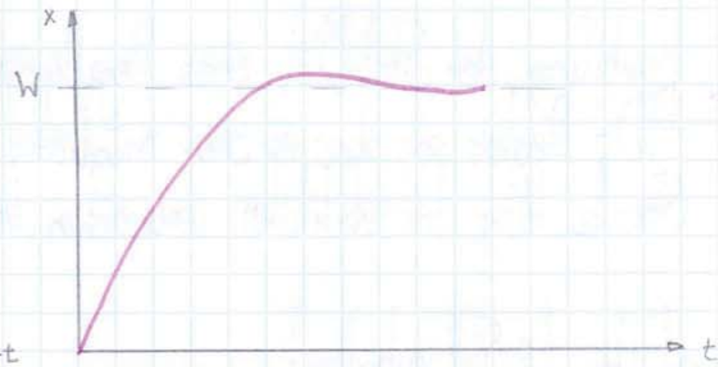
1) I-Anteil & D-Anteil auf 0 setzen, reine P-Regelung ($T_N = \infty$, $T_V = 0$), k_p wird nur so lange erhöht, dass höchstens leichtes Überschwingen festgestellt wird.

Bei Strecken mit Ausgleich bezieht sich das Überschwingen auf die bleibende Regelabweichung.



2) Nur mehr D-Anteil auf 0 setzen ($T_V = 0$) und I-Anteil so lange erhöhen, bis die Regelabweichung möglichst rasch mit höchstens leichtem Überschwingen verschwindet.





I-Anteil zu klein ⇒ T_N kleiner machen bis es passt

3) D-Anteil bzw. T_V soweit erhöhen, dass das Überschwingen weitgehend verschwindet.

Achtung: Ein zu großer D-Anteil kann dazu führen, dass der Regler sehr langsam reagiert oder je nach Strecke auch ein Überschwingen verursacht.

4) Versuchsweise gleichzeitig P und I-Anteil leicht erhöhen, um zu schauen wie weit der D-Anteil das Überschwingen unterdrücken kann.

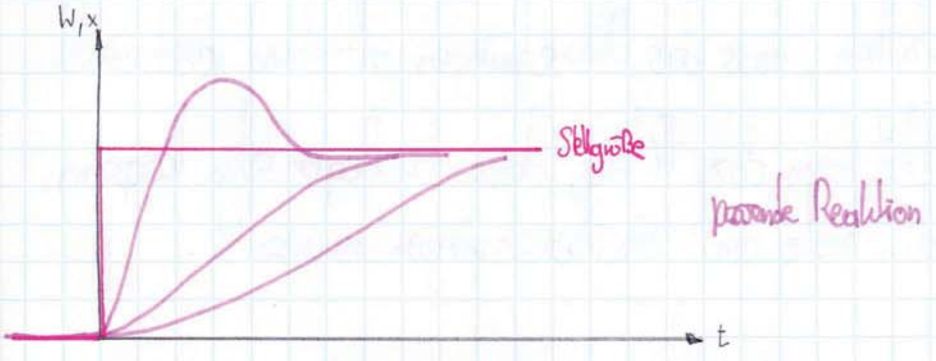
- Alle Schritte sind mit so kleinem Sprung von W auszuführen, dass die Stellgröße nie in die Begrenzung fährt, um beim Einstellen einen Wind Up zu vermeiden.
- Ob man ein Überschwingen komplett unterdrücken will hängt davon ab, ob die Strecke dies technisch erfordert.
- Im Allgemeinen kann man sich mit einem Überschwingen von 20% dem Sollwert (W) am schnellsten nähern.

Lineare Systeme

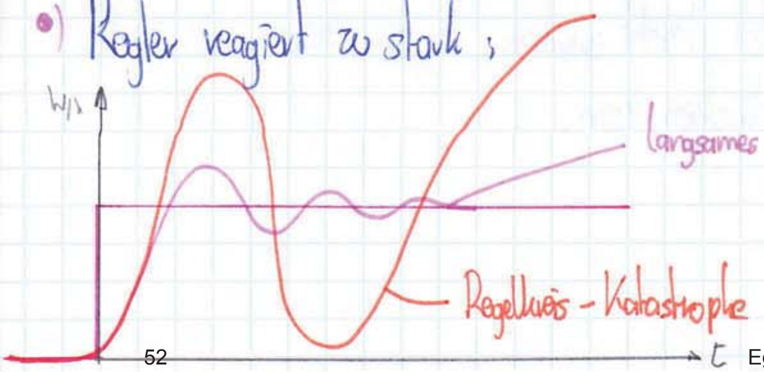
- Ziel: Beurteilung der Stabilität eines Regelkreises beziehungsweise Einstellung eines PID-Reglers so, dass er zwar möglichst schnell reagiert aber mit der gegebenen Strecke keine Instabilitäten verursachen kann.

Führungsverhalten (≙ Stellverhalten)

- Regler reagiert sehr langsam



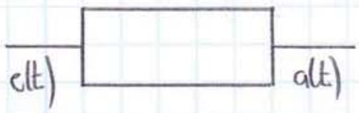
- Regler reagiert zu stark:



Methode zum Einschätzen der Stabilität

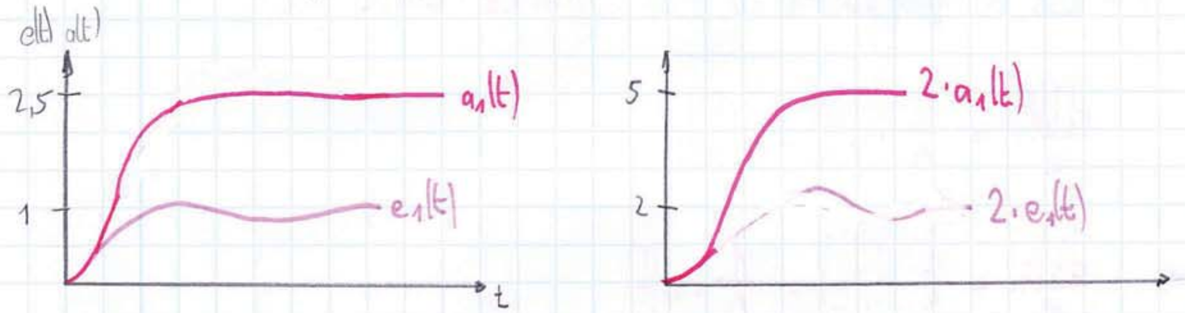
- Klingt eine sinusförmige Störung im Regelkreis mit der Zeit ab (stabil), oder schaukelt sie sich immer weiter auf (instabil)

Lineares Element:

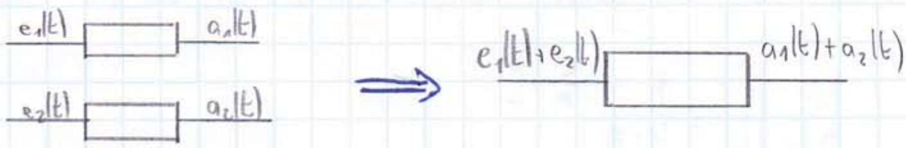


Hat folgende Eigenschaften:

- Wenn sich $e(t)$ verdoppelt, dreifacht, vierfacht, dann verdoppelt, ... sich $a(t)$ ebenfalls,
  ↳ $e(t) \sim a(t)$

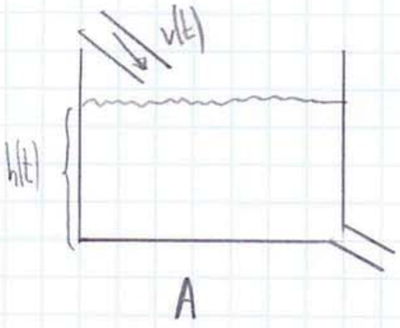


- Wenn $e_1(t)$ das Ausgangssignal $a_1(t)$ produziert, dann produziert $2 \times e_1(t)$ auch $2 \times a_1(t)$



Beschreibung eines linearen Systems durch eine lineare Differentialgleichung

Beispiel: Tank mit Abfluss



$v(t)$ ... Zufluss $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

h ... Höhe $[m]$

A ... Tankfläche $[m^2]$

ohne Abfluss: $h(t) = \frac{1}{A} \cdot \underbrace{\int v(t)\, dt}_{\text{Volumen im Tank}} \quad \Big| \frac{d}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A} \cdot v(t)$$

mit Abfluss: Abfluss ist proportional zu $h(t)$: Abfluss $= c \cdot h(t)$

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A} \cdot v(t) - c \cdot h(t)$$

oder $\frac{c}{A}$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{dh(t)}{dt} + \frac{c}{A} \cdot h(t)}_{\text{homogener Teil}} = \underbrace{\frac{1}{A} \cdot v(t)}_{\text{Störfunktion}}$$

Wiederholung: Lösung besteht aus dem homogenen Anteil, der in diesem Fall mit der Zeit verschwindet.

$$h_{HOM}(t) = k \cdot e^{-\frac{c}{A} \cdot t}$$

Und einem partikulären Teil, der für ein sinusförmiges Störglied ebenfalls sinusförmig ist und zwar mit derselben Frequenz aber mit anderer Amplitude und Phasenlage.

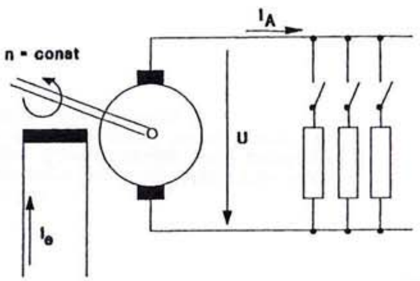


Bild 1-2
Konstant angetriebener Gleichstromgenerator. U Ausgangsspannung, I_e Erregerstrom, I_A Belastungsstrom.

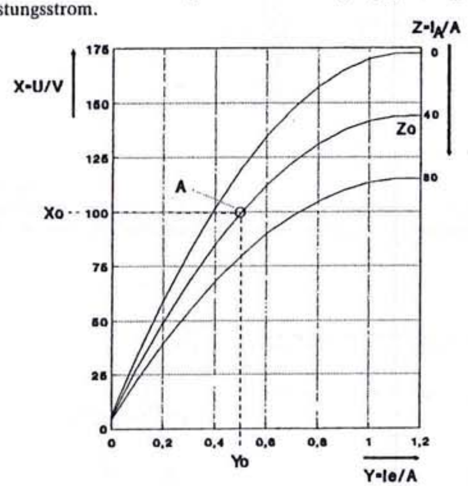
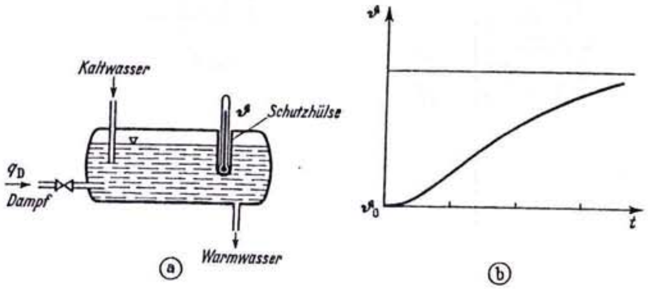


Bild 2-2
Kennlinienfeld des Gleichstromgenerators (U in Abhängigkeit von I_e und I_A) von Bild 1-2. $U = X$ Ausgangsspannung (Regelgröße), $I_e = Y$ Erregerstrom (Stellgröße), $I_A = Z$ Belastungsstrom (Störgröße). A Arbeitspunkt, X_o, Y_o, Z_o Werte der Größen im Arbeitspunkt.



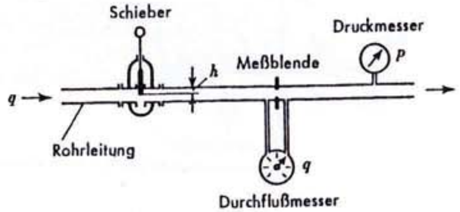


Bild 8-2
Flüssigkeitsströmung in einer Rohrleitung. Regelgröße: Druck p oder Durchfluß q. Stellgröße: Schieberstellung h.

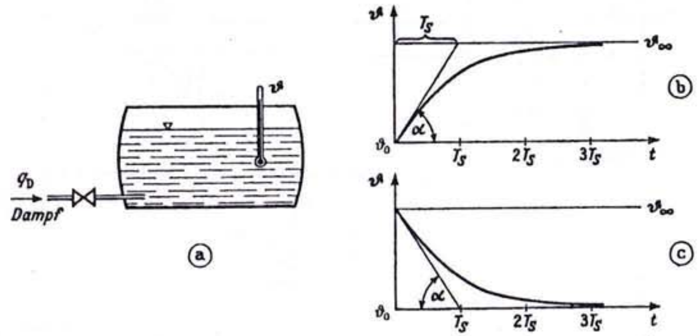


Bild 14a...c-2
Aufheizung und Abkühlung eines Warmwasserbehälters als Beispiel einer Regelstrecke mit einer Verzögerung. a) Behälter mit Thermometer, b) Sprungantwort der Wassertemperatur ϑ beim Aufheizen, c) Sprungantwort der Wassertemperatur ϑ beim Abkühlen, q_D Dampfdurchfluß, ϑ Wassertemperatur, ϑ_∞ Endtemperatur.

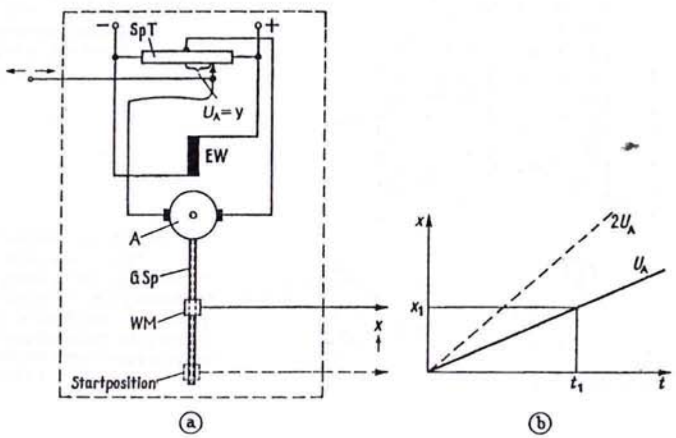


Bild 34a, b-2
a) Gleichstrom-Nebenschluß-Motor, der Spindel mit Wandermutter antreibt, als Beispiel einer Regelstrecke ohne Ausgleich. A Anker, EW Erregerwicklung, SpT Spannungsteiler, GSp Gewindespindel, WM Wandermutter, U_A Ankerspannung, b) Sprungantwort.

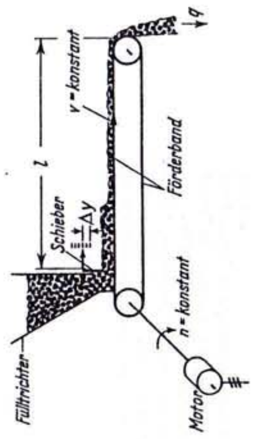
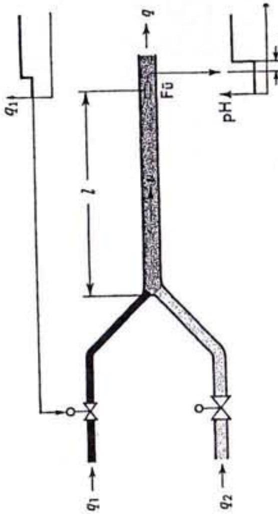


Bild 26-2
Förderband, an dem die Schütthöhe um Δy verstellt wird, als Beispiel einer Regelstrecke nur mit Totzeit. q abgeworfene Menge je Zeiteinheit (Regelgröße), v Bandgeschwindigkeit, l Bandlänge.



ld 27-2
ischung zweier Flüssigkeitsströme als Beispiel einer Regelstrecke vorwiegenc
›tzeit. q_1, q_2 Flüssigkeitsströme, l Mischstrecke, Fü Fühler z.B. für pH-Wert
:mperatur als Regelgröße.

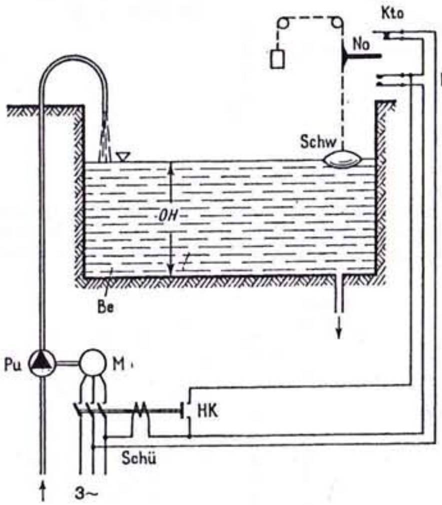


Bild 18-6
Wasserstandsregler mit Schwimmerschalter. Pu Pumpe, M Motor, Schü Schütz, Schw Schwimmer, No Nocke, Ktu (unterer) Schließkontakt, Kto (oberer) Trennkontakt, HK Selbsthaltekontakt.

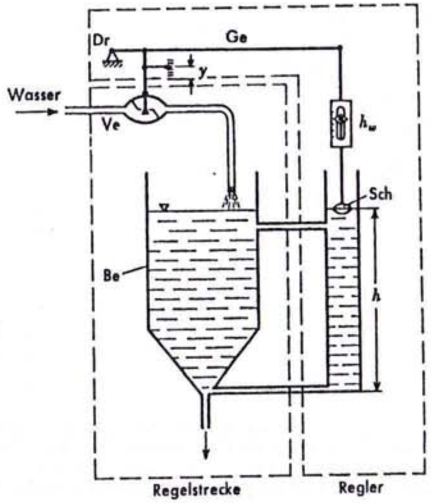
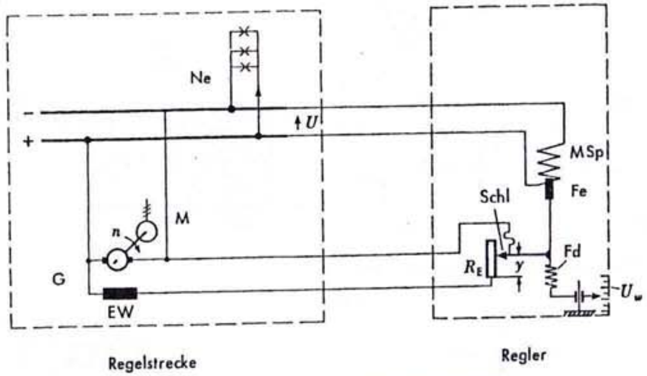


Bild 15-1
Wasserstandsregelung in einem offenen Behälter. Be Behälter, Sch Schwimmer, Ve Ventil, Ge Gestänge, Dr Drehpunkt, h Wasserstand (Regelgröße), h_w Sollwerteinsteller, y Ventilhub (Stellgröße).

Bild 16-1
Spannungsregelung eines Gleichstromgenerators.
M Motor, G Gleichstromgenerator, Ne Netz, MSp Magnetspule, Fe Eisenkern, Fd Feder, Schl Schleifer, R_E Widerstand, EW Erregerwicklung, U Spannung (Regelgröße), U_w Sollwerteinsteller, Hub y des Schleifers als Stellgröße, n Drehzahl.



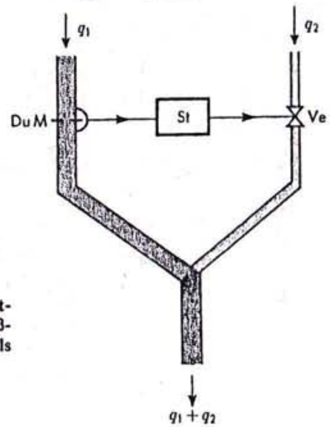


Bild 25-1
Mischungssteuerung als Beispiel einer selbsttätigen Steuereinrichtung. DuM Durchflußmesser, St Steuergerät, Ve Drosselventil als Stellglied, q_1, q_2 Zuflüsse.

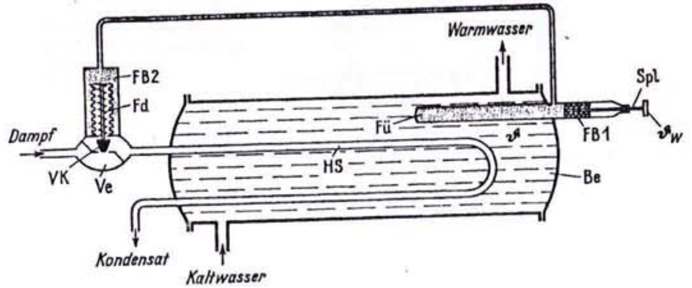


Bild 6-3
Temperaturregler als stetiger P-Regler ohne Hilfsenergie, an einem Warmwasserbereiter angebaut. Be Behälter, HS Heizschlange, F[illegible]emperaturfühler, FB 1, FB 2 Metallfaltenbälge, Ve Ventil, VK Ventilkegel, Spl [illegible]del, Fd Feder, ϑ_w Sollwerteinsteller, ϑ Wassertemperatur als Regelgröße.

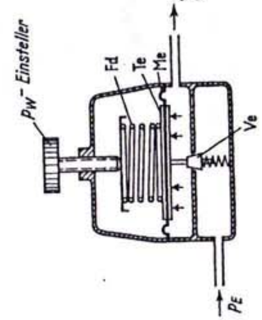
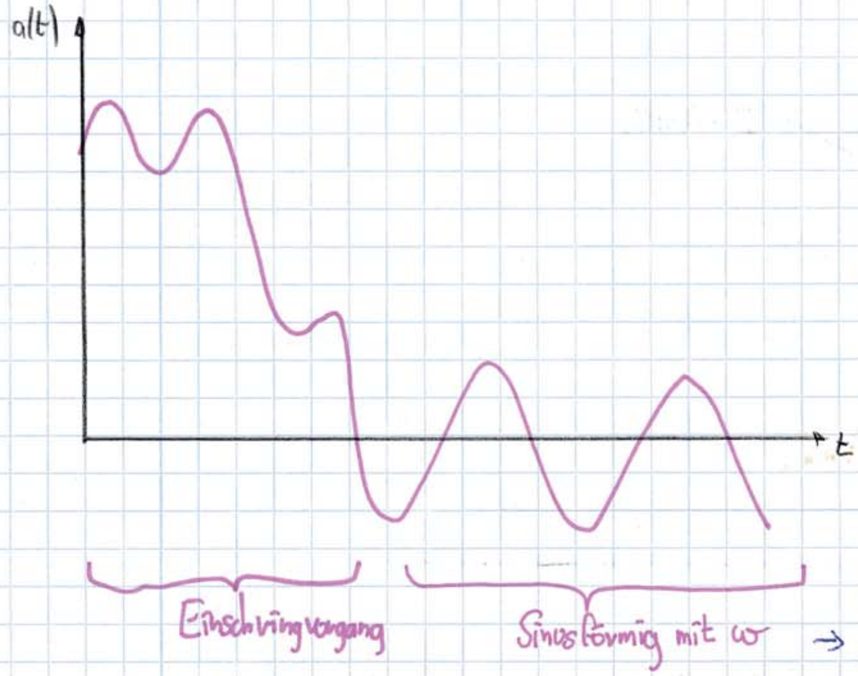


Bild 7-3
Druckregler (Reduzierventil), wie er an allen Stahlflaschen für Kohlendioxyd (CO_2), Wasserstoff (H_2), Azetylen (C_2H_2) usw. angebracht ist. Me Membran, Fd Feder, Te Teller, Ve Einlaßventil, p_E Eingangsdruck, p_A Ausgangsdruck, q_A Entnahme.

- Allgemein gilt für jedes lineare System: Die Ausgangsgröße erhält man als Lösung einer Differentialgleichung deren Störglied die Eingangsgröße ist.
- Bei einem stabilen System klingt die homogene Lösung mit der Zeit ab, das System liefert nach diesem Einschwingvorgang für eine sinusförmige Eingangsgröße am Ausgang mit der selben Frequenz aber (eventuell) phasenverschoben und mit einer anderen Amplitude als der Eingang.



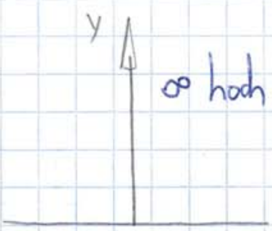
→ Anfangsbedingungen spielen nach einer gewissen Zeit keine Rolle mehr

↳ hängt von den Anfangsbedingungen ab

PID bzw. PID_{T1}

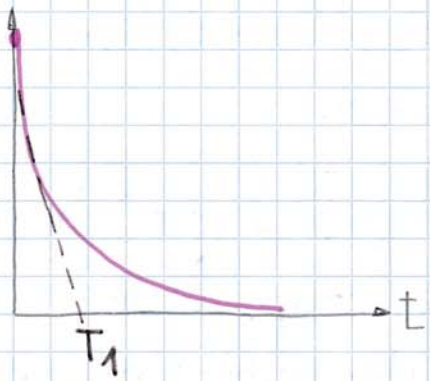
→ Sprungantwort eines D-Elements

$\frac{\infty}{dt}$



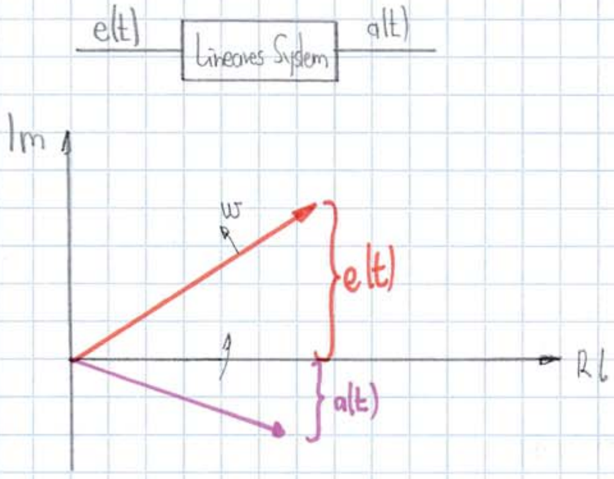
↳ Ableitung

nicht möglich, technisch realisierbar: DT_1-Sprungantwort



PID_{T_1} - Sprungantwort

Ein- & Ausgangsgrößen als (sinusförmige) rotierende komplexe Zeiger



- Beide Zeiger rotieren gleich schnell (mit ω), der Ausgangszeiger entsteht aus dem Eingangszeiger durch eine Drehstreckung (Verdrehung um einen Winkel und Multiplikation der Länge mit einer Konstanten) die zu jedem Zeitpunkt dieselbe ist.

- Diese Drehstreckung erhält man indem man mit einer komplexen, zeitlich konstanten Zahl F multipliziert,

- Obwohl sich beide Zeiger zeitlich ändern (beide rotieren mit ω) ist F zeitlich konstant weil Drehwinkel und Streckungsfaktor immer (zu jedem Zeitpunkt) dieselben sind.

- Bedeutung dieses komplexen Faktors F:

komplexe Zahl $a \cdot F$ = andere komplexe Zahl b

es gilt: $|a| \cdot |F| = |b|$

- das heißt: wenn man die Amplitude der Eingangsschwingung mit $|F|$ multipliziert, erhält man die Amplitude der Ausgangsschwingung:
- des Weiteren gilt: $\sphericalangle a + \sphericalangle F = \sphericalangle b$ d.h. der Winkel von F gibt den Winkel zwischen Ein- & Ausgangsschwingung an.

Erinnerung Mathematik 2. Klasse: Beim Multiplizieren von zwei komplexen Zahlen werden die Beträge multipliziert und die Winkel addiert.

$$\underbrace{r_1 \cdot e^{j\varphi_1}}_{z_1} \cdot \underbrace{r_2 \cdot e^{j\varphi_2}}_{z_2} = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$r \cdot e^{j\varphi} = r \cdot (\cos(\varphi) + j \cdot \sin(\varphi))$$

$$e^{jx} = 1 + jx - \frac{x^2}{2!} - j\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} \ldots$$

Wie lautet F für ein D-Element

- Das D-Element multipliziert mit ω und bewirkt eine Phasenverschiebung um 90°.
- Der Sinuszeiger wird durch Multiplikation mit j zum Cosinuszeiger außerdem Multiplikation mit ω.

rechnerisch: $\frac{d}{dt} \cdot \left(\underbrace{r \cdot e^{j\omega t}}_{e(t)}\right) = j\omega \underbrace{r \cdot e^{j\omega t}}_{e(t)} = F \cdot r e^{j\omega t}$

- F hängt zwar nicht von der Zeit ab, kann aber von ω abhängen (Differenzieren beeinflusst Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenzen unterschiedlich)

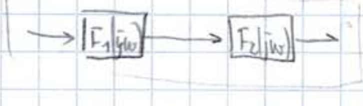
$$F_{D\,Glied}(j\omega) = j\omega$$

Integrieren: $\int r \cdot e^{j\omega t}\, dt = \frac{1}{j\omega} \cdot r \cdot e^{j\omega t} \quad (+C)$

$$F_{INTEGRIEREN}(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$$

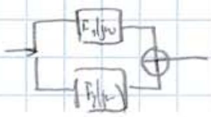
Verknüpfung von Elementen

- Bei Hintereinanderschaltung von linearen Elementen multiplizieren sich die Übertragungsfunktionen



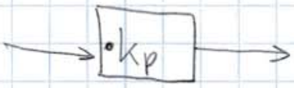
$F_{ges} = F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega)$

- Bei Parallelschaltung und anschließender Addition addieren sich die Übertragungsfunktionen (z.B. Einzelelemente des PID-Reglers)



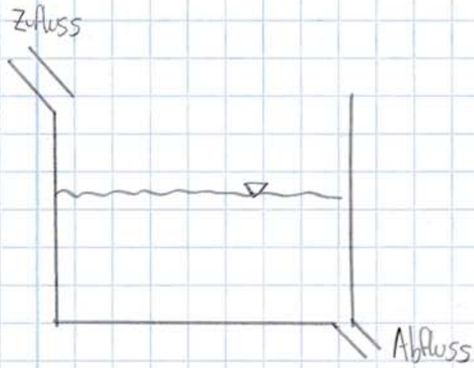
$F_{ges} = F_1(j\omega) + F_2(j\omega)$

P-Element

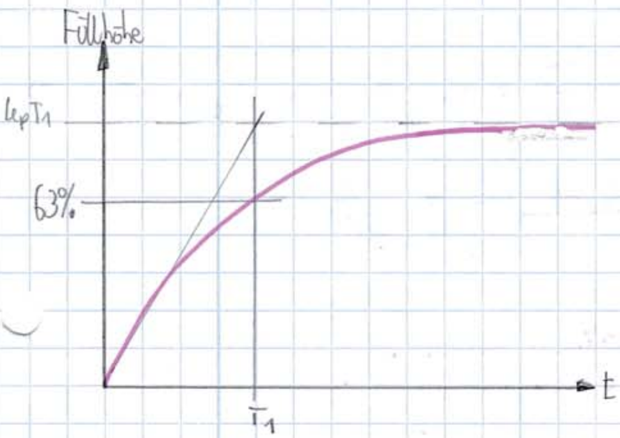


$F_{P\text{-}Element}(j\omega) = k_p$

Beispiel: Tank mit Abfluss:

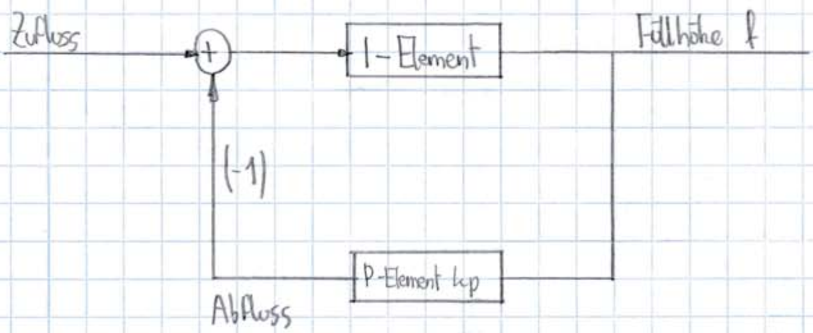


Abfluss ~ Zufluss

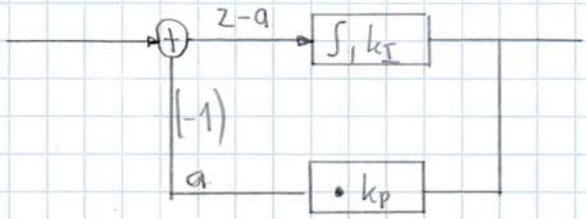


Berechnung über Differentialgleichung

- Für ein sinusförmiges Signal lässt sich das Verhalten auch mit der Übertragungsfunktion beschreiben.



$$\text{Füllhöhe (Zeiger)} = F = \underbrace{|z - a|}_{\substack{\text{Zeiger Zufluss} \quad \text{Zeiger Abfluss}}} \cdot \underbrace{\frac{k_I}{j\omega}}_{F_{Integral}(j\omega)}$$



$a = F \cdot k_p$

•) Die gesamte Übertragungsfunktion erhalten wir, in dem wir einen Zusammenhang zwischen F und z suchen:

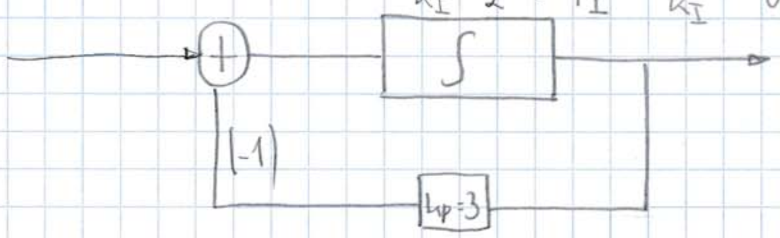
$$F = \underbrace{\ldots}_{F_{ges}(j\omega)} \cdot z$$

•) a eliminieren und F anschreiben: $F = |z - F \cdot k_p| \cdot \frac{k_I}{j\omega} = z \cdot \frac{k_I}{j\omega} - F \cdot k_p \cdot \frac{k_I}{j\omega} \Rightarrow$

$$\Rightarrow F \cdot \left| \frac{j\omega + k_I \cdot k_p}{\cancel{j\omega}} \right| = z \cdot \frac{k_I}{\cancel{j\omega}} =$$

$$F = \underbrace{\frac{k_I}{j\omega + k_I \cdot k_p}}_{F_{ges}(j\omega)} \cdot z$$

$k_I = 2 \Rightarrow T_I = \frac{1}{k_I} = 0{,}5$



$\omega = 10\ \text{rad}/s$

$$F(\omega) = \frac{1/3}{1 + j\omega \cdot \frac{1}{(2 \cdot 3)}} = \frac{2}{6 + j\omega}$$

Amplitudenverstärkung:

$$|F(\omega)| = \frac{2}{\sqrt{6+\omega^2}} \overset{\omega = 10}{=} \frac{2}{\sqrt{136}} = \frac{1}{6}$$

$$\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right| = \frac{|Z_1|}{|Z_2|} = \frac{r_1 \cdot e^{j\varphi_1}}{r_2 \cdot e^{j\varphi_2}}$$

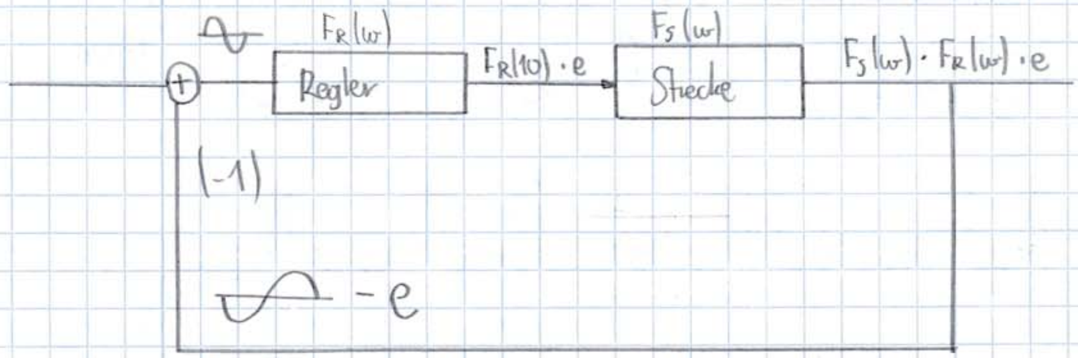
Phasenverschiebung:

$$\Delta\varphi = \sphericalangle(F(\omega)) = \sphericalangle \frac{2}{6+j\omega} = \frac{\sphericalangle 2}{\sphericalangle 6+j\omega} = 0 - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{6}\right) = -59{,}04^\circ$$

$$\sphericalangle\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = \frac{\sphericalangle Z_1}{\sphericalangle Z_2}$$

- Der Zeiger der Ausgangsschwingung läuft dem Zeiger der Eingangsschwingung hinterher ⇒ die Ausgangsschwingung nimmt ihr Maximum ca. $\frac{1}{6}$ Periode nach der Eingangsschwingung an.

Nyquist-Kriterium:



- Ein Regelkreis ist grenzstabil, wenn eine zufällige Schwingung e nach Durchgang von Regler + Strecke -e ergibt, weil dann bei konstantem W diese Schwingung wieder als Ausgangsschwingung am Eingang des Reglers (ankommt) ⇒ Die Schwingung erhält sich selbst stabil aufrecht!

- Wenn die Schwingung beim Durchgang durch den Regelkreis mit größerer Amplitude ankommt, ist der Regelkreis instabil.

- Wenn eine einzige Frequenz beim Durchgang durch den Regelkreis mit verstärkter Amplitude wieder ankommt, ist der Regelkreis instabil.

- Ein Regelkreis ist nur dann stabil, wenn jede Frequenz, die beim Durchgang um eine ganzzahlige Periode verschoben wird* in ihrer Amplitude abgeschwächt wird.

  * ist der Fall, wenn $-F_S(\omega)\cdot F_R(\omega)\cdot e = -e$ mit einer Amplitudenverstärkung 1

  → Kreis schiebt um 180°, -1 schiebt um 180°

  → Amplitudenverstärkung = 1 = Grenzfall

- Zusammenfassung: Regelkreis ist grenzstabil, wenn es ein ω gibt, für das gilt:

$$|F_S(\omega)\cdot F_R(\omega)| = 1 \;\&\; \sphericalangle(F_S(\omega)\cdot F_R(\omega)) = 180°$$

Regelkreis ist instabil, wenn es ein ω gibt, für das gilt:

$$|F_S(\omega)\cdot F_R(\omega)| > 1 \;\&\; \sphericalangle(F_S(\omega)\cdot F_R(\omega)) = 180°$$

Regelkreis ist stabil, wenn es für alle ω gilt:

mit eine φ von 180° die AV < 1 ist

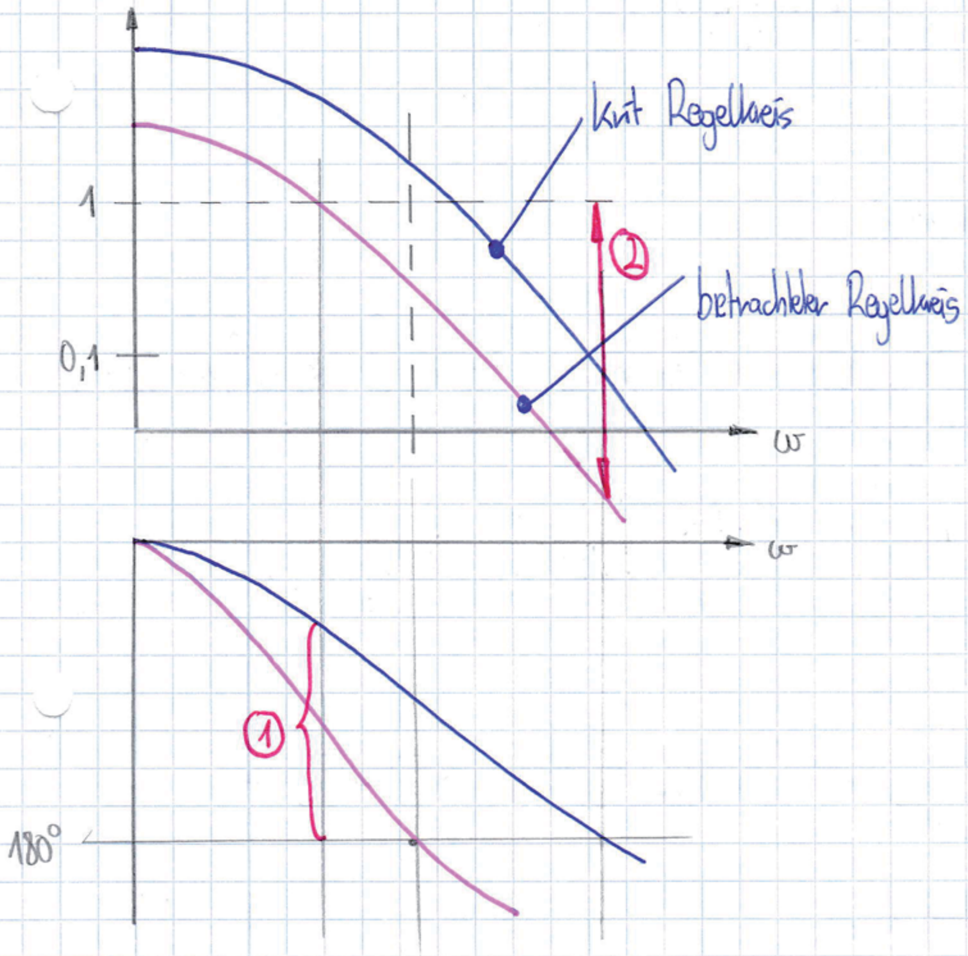
< 1

Phasen & Amplitudenrand

- Sind Kennwerte eines vorgegebenen Regelkreises und sind Kennwerte eines Regelkreises und geben jeweils eines Sicherheitsabstand an, den dieser Regelkreis zum Grenzwert hat. | eine kleine Störung bewirkt dauerhaft eine Schwingung mit gleichbleibender Amplitude

Wenn ein Regelkreis im Grenzfall mit ω schwingt

$$\| F_{RK}(\omega) \cdot F_{SK}(\omega) \| = 1 \quad \text{und} \quad \sphericalangle \left(F_{RK}(\omega) \cdot F_{SK}(\omega) \right) = 180^\circ + n \cdot 360^\circ \; n \in \mathbb{Z}$$



- Bei der Frequenz*, bei der die Amplitudenverstärkung 1 ist, wird die Differenz der Phasenverschiebung zu 180° angegeben.
- Diese Differenz bezeichnet man als Phasenrand.
- * bezeichnet man als Durchtrittsfrequenz

① Phasenrand α_R

$$\alpha_R = 180° + \sphericalangle\left(F_{ges}\left(j\omega_{krit}\right)\right)$$

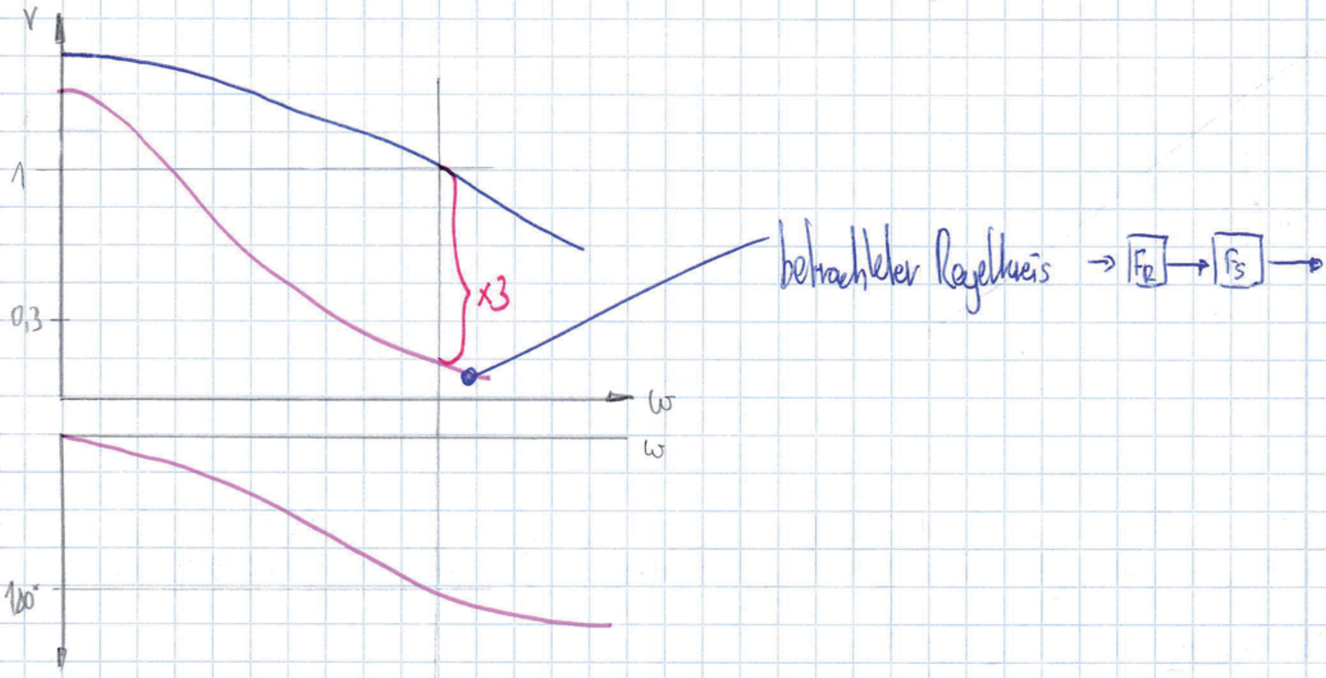
② Amplitudenrand

Bei der Frequenz, bei der die Phasenverschiebung $\sphericalangle\left(F_{RK}(\omega)\cdot F_{SK}(\omega)\right)$ gleich 180° ist, gibt der Amplitudenrand den Faktor an, um den die Amplitudenverstärkung kleiner 1 ist.

$$A_R = \frac{1}{F_{ges}(j\omega_{krit})} \quad , \quad F_{ges}\left(j\omega_{krit}\right)\cdot A_R = 1$$

• Andere Interpretation vom Amplitudenrand

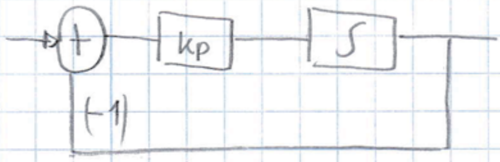
Ein Amplitudenrand von 3 bedeutet, dass man k_p um den Faktor 3 vergrößern kann, damit gerade der Grenzstabile Fall eintritt



• k_p mit 3 multiplizieren ⇒ $F_R F_S$ wird ebenfalls mit 3 multipliziert ⇒ Argument ändert sich nicht, das Amplitudendiagramm wird nach oben "parallelverschoben"

P-geregelte I-Strecke ohne Ausgleich

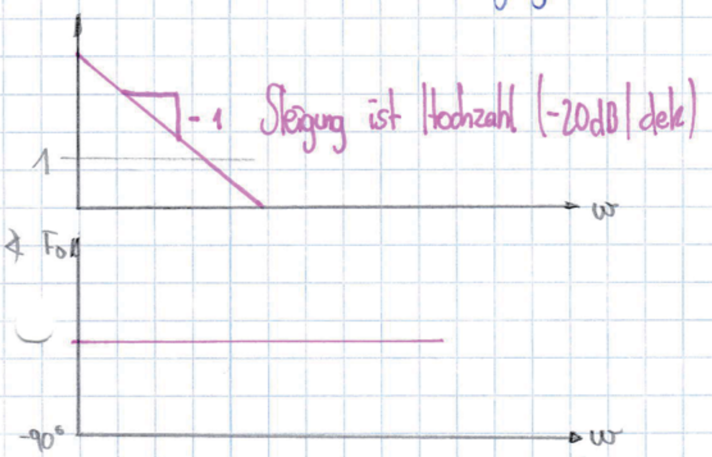
- Beispiel: Bild 15.1



$$F_R(\omega) = k_p \qquad F_{STRECKE}(\omega) = \frac{k_I}{j\omega}$$

Übertragungsfunktion: $F_{ges}(\omega) = F_R(\omega) \cdot F_S(\omega) = \frac{k_p \cdot k_I}{j\omega}$

Wir sprechen hier immer von einem offenen Regelkreis, das heißt wir betrachten das Ausgangssignal welches sich aufgrund eines Eingangsignales ergibt.
Dies beschreibt die Übertragungsfunktion $F_0(\omega)$. Die Rückkopplung wird nicht berücksichtigt.



- Kann nie instabil werden, da der kritische Winkel von 180° nie erreicht wird.