1 – Overzicht tijdscontinue signalen en systemen

Patrick Van Houtven

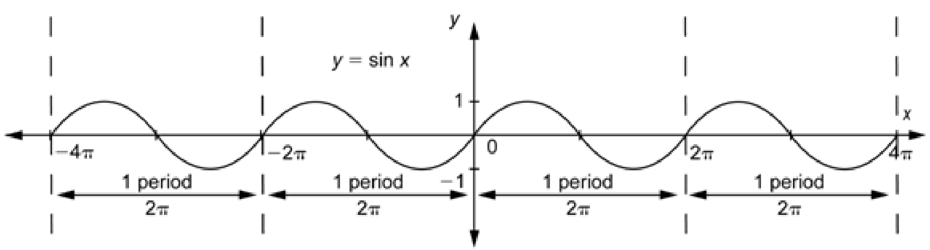
ARTESIS PLANTIJN
HOGESCHOOL ANTWERPEN

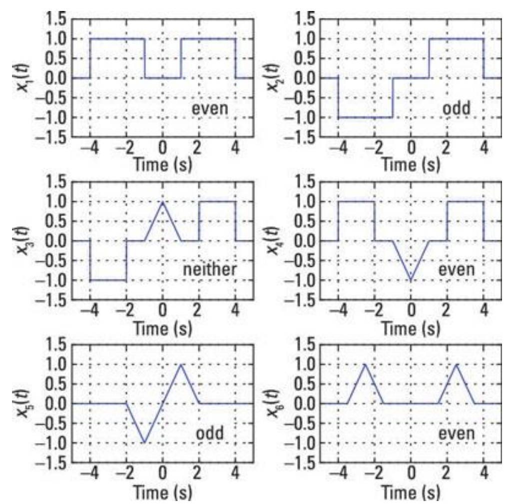
Overzicht tijdscontinue signalen en systemen

- Fourieranalyse als tool voor analyse frequentiespectrum continue signalen
- Principes convolution en lineair filtering
- Theorie van sampling

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Voorbeeld continu tijdssignaal:
  - Akoestische golf omgezet via een microfoon in elektrische spanning
- Een signaal wordt continu in de tijd genoemd als het gedefinieerd is voor alle tijdsmomenten t.
- Een even continu in de tijd verlopend signaal is een signaal dat gekarakteriseerd is met zijn even symmetrie: $x(t) = x(-t)$
- Een oneven continu in de tijd verlopend signaal is een signaal met volgende eigenschap: $x(t) = -x(-t)$
- Een periodiek signaal met periode T : $x(t) = x(t+T)$ voor alle t
- Een sinusgolf $x(t) = \sin(\omega_o t)$ met frequentie ω_o in rad/s is periodiek met de periode $T = 2\pi / \omega_o$
  - De sinusgolf is een oneven signaal vermits $\sin(-\omega_o t) = -\sin(\omega_o t)$





Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Een signaal wordt een energiesignaal genoemd als het eindige energie bevat $(E_x < \infty)$ en :

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

- Een signaal wordt een vermogensignaal genoemd als het eindig vermogen bevat $(P_x < \infty)$ en

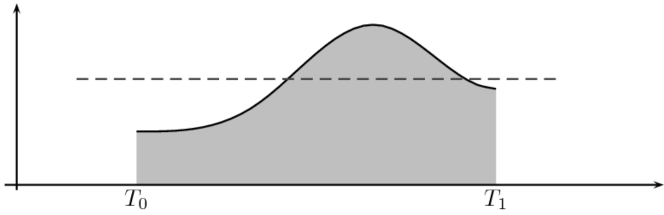
$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

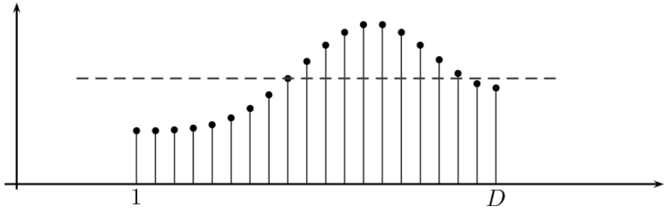
- Een vermogensignaal kan geen energiesignaal zijn en omgekeerd

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Een signaal is een vorm van beschrijving hoe een bepaalde parameter zich gedraagt ten opzichte van een andere parameter.
  - Voorbeeld: variërende spanning => spanning varieert in de tijd
    - Beide parameters (U en t) verlopen continu => continu signaal
    - Continu signaal is signaal dat vooral in de natuur voorkomt
- Variërende spanning door ADC sturen => beide parameters worden gekwantiseerd
  - Voorbeeld: conversie met 12 bits met een samplefrequentie van 1 kHz.
    - Spanning onderverdeeld in 2^{12} of 4096 verschillende binaire niveaus
    - De tijd is enkel gedefinieerd met intervallen van 1 ms (tijd tussen 2 samples)
    - Signalen die op deze manier worden gekwantiseerd => discrete of gedigitaliseerde signalen

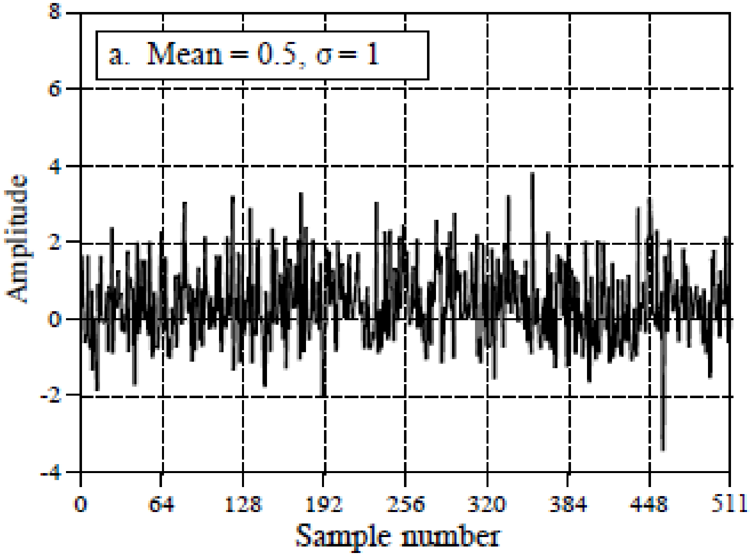
- Er bestaan signalen waarbij één parameter continu verloopt en de andere parameter discreet is. Deze (gemengde) signalen komen zelden voor zodat ze geen specifieke naam hebben.





Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Voorbeeld: signaal bekomen met een data-acquisitiesysteem

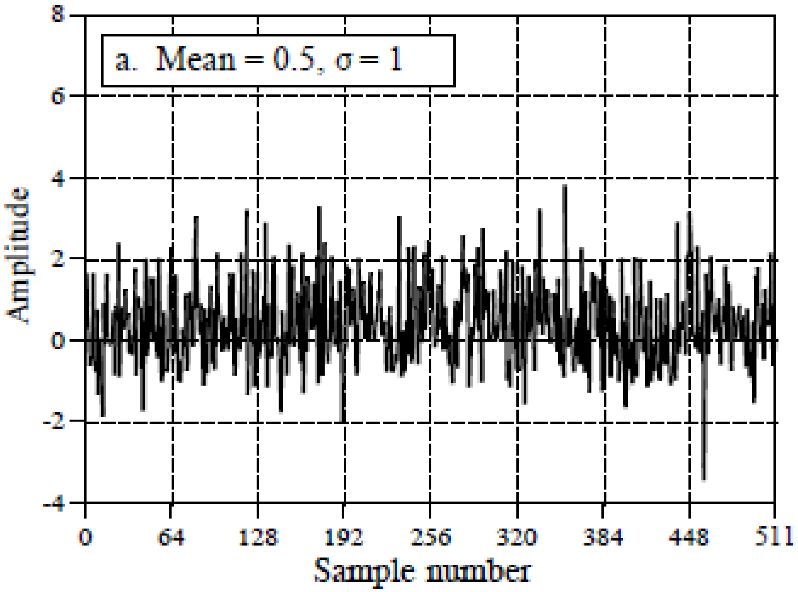


Verticale as stelt de afhankelijke variabele voor
• kan spanning, stroom , geluidsdruk, … zijn
• kan de ordinaat genoemd worden
• kan gewoonweg het bereik genoemd worden
Horizontale as stelt de onafhankelijke parameter voor
• kan het domein genoemd worden
• kan de ordinaat genoemd worden
• kan de absis genoemd worden
• wordt onderverdeeld in het aantal samples
• tijd is de meest voorkomende parameter (frequentie, afstand, … kunnen ook voorkomen)

- Van de parameter op de Y-as word gezegd dat hij een functie is van de parameter op de X-as. (Afhankelijke variabele = f(onafhankelijke variabele))
  - Onafhankelijke variabele beschrijft hoe en wanneer iedere sample wordt genomen
  - Afhankelijke variabele is de actuele meting bij een bepaalde sample
- Domein is een veelgebruikte term bij DSP
  - Tijdsdomein => tijd als onafhankelijke variabele genomen
  - Frequentiedomein => frequentie als onafhankelijke variabele genomen
  - As gelabeld met samplenummer => meestal gerefereerd naar tijdsdomein

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Voorbeeld: signaal bekomen met een data-aquisitiesysteem



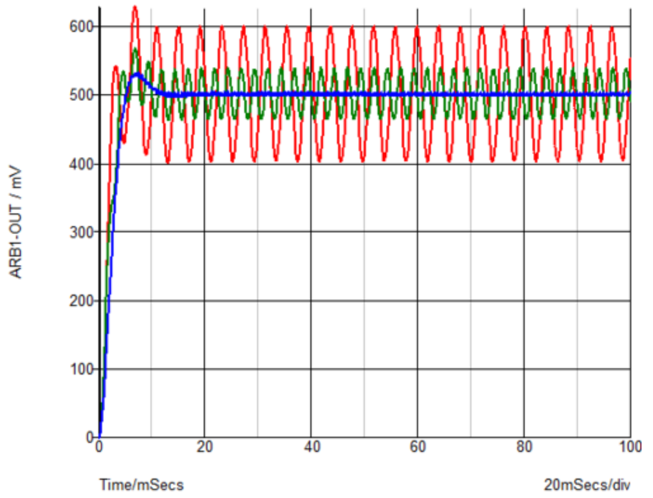
Signalen in figuur zijn discreet maar zijn voorgesteld als continue lijnen vermits er te veel samples zijn om afzonderlijk behoorlijk weer te geven
• doorgaans minder dan 100 samples in figuur discreet voorgesteld anders continu

- Variabele N wordt meestal binnen DSP gebruikt om het totaal aantal samples in een signaal weer te geven.
  - In figuur : N= 512 samples (bij DSP 512 samples meestal voorgesteld binnen een bereik gaande van 0 tot 511, of van 0 tot N-1

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Gemiddelde (mean) μ
  - Statistisch begrip voor gemiddelde waarde van een signaal:
    - De som van de variabelen in het signaal xi, gaande van index i = 0 tot index i=N-1, gedeeld door het aantal variabelen N

$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x_i \quad of : \mu = \frac{(x_0 + x_1 + \ldots + x_{N-1})}{N}$$

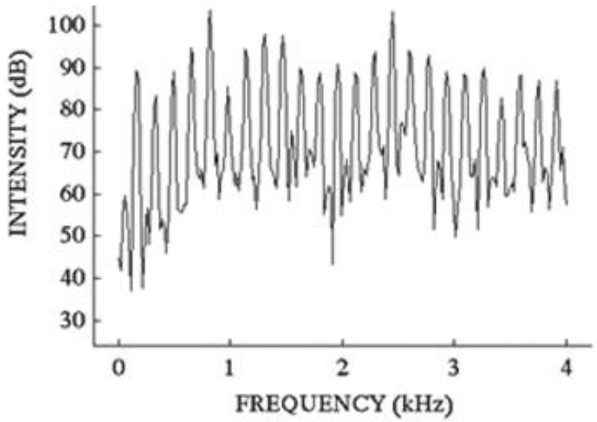


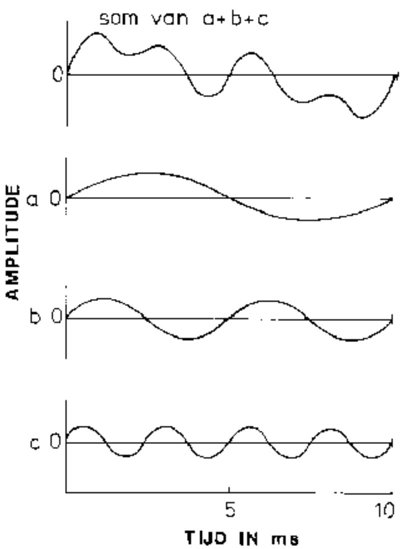
    - Σ (Griekse hoofdletter sigma) is het symbool voor het nemen van de som
    - μ (Griekse letter mu) is het symbool voor gemiddelde

  - Binnen elektronica wordt het gemiddelde μ dikwijls ook de DC-component of DC-waarde genoemd.
  - AC –component geeft weer hoe het signaal fluctueert rond de gemiddelde waarde.

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- standaarddeviatie σ
  - Sinusgolf of blokgolf => de totale grootte of afstand tussen onder- en bovenkant van het signaal kan beschreven worden via peak-to-peak amplitude.
  - Meestal beschikken de te beschrijven signalen (bv audio) niet over een gedefinieerde peak-to-peak waarde, maar hebben een willekeurig karakter => via standaarddeviatie kunnen deze signalen beschreven worden
    - Uitdrukking $|x_i - \mu|$ beschrijft hoe ver de i^de^ sample devieert (afwijkt) van het gemiddelde μ.
    - De gemiddelde deviatie van een signaal wordt gevonden door de som te nemen van de absolute waarde van alle deviaties van de individuele samples en vervolgens te delen door het aantal samples N.
  - Praktisch wordt de standaarddeviatie gebruikt in plaats van de gemiddelde deviatie
    - De gemiddelde deviatie stelt de amplitude voor. Meestal is het belangrijk te weten welk vermogen vertegenwoordigd wordt door de gemiddelde deviatie en niet de amplitude.
    - Vb: wanneer verschillende ruissignalen samenkomen in een elektronisch circuit, dan is de resulterende ruis gelijk aan het gecombineerd vermogen van ieder individueel ruissignaal en niet aan dit van de gecombineerde amplitudes





Definities en classificatie continue tijdsignalen

- standaarddeviatie σ
  - De standaarddeviatie kan op een analoge manier gevonden worden als de gemiddelde deviatie met dit verschil dat het gebeurt met het vermogen in plaats van de amplitude.
    - Kan bekomen worden door de amplitude te kwadrateren ($P = U^2/R$) en vervolgens de vierkantswortel te nemen als compensatie van het kwadrateren.
    - Formule:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=0}^{N-1}(x_i-\mu)^2 \quad of: \sigma = \sqrt{\frac{(x_0-\mu)^2+(x_1-\mu)^2+\ldots+(x_{N-1}-\mu)^2}{N-1}}$$

    - σ^2 komt dikwijls voor in statistiek en wordt variantie genoemd
    - De standaarddeviatie is een meting die weergeeft hoe ver het signaal fluctueert ten opzichte van zijn gemiddelde. De variantie representeert het vermogen van deze fluctuatie
    - Verschil standaarddeviatie en rms (effectief): standaarddeviatie meet enkel het AC-gedeelte van het signaal terwijl rms-waarde zowel de AC- en DC-componenten in beschouwing neemt.
    - Merk op dat het gemiddelde bekomen wordt door te delen door N-1 in plaats van door N

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Signaal versus onderliggend proces
  - Statistiek is de wetenschap die gebruikt wordt voor het interpreteren van numerieke data.
  - De waarschijnlijkheid wordt binnen DSP gebruikt om de processen die signalen genereren beter te begrijpen.
    - voorbeeld: muntstuk 1000 keer opgooien: telkens het resultaat kop is => 1 ingeven, telkens het resultaat let is => 0 ingeven
      - Dit proces dat dit signaal creëert heeft een gemiddelde van exact 0,5 (evenveel kop als let gegooid)
      - De kans is groot als je dit proces in werkelijkheid uitvoert je geen 0,5 als resultaat bekomt.
      - Willekeurig opgooien levert als resultaat dat telkens het proces wordt herhaald, er kleine verschillen in het aantal enen en nullen optreedt => de waarschijnlijkheid van het onderliggend proces blijft constant maar de statistieken van het bekomen signaal veranderen iedere keer het experiment wordt herhaald
    - De voornoemde bekomen afwijkingen in het signaal wordt de statistische variantie, statistische fluctuatie of statistische ruis genoemd

Definities en classificatie continue tijdsignalen

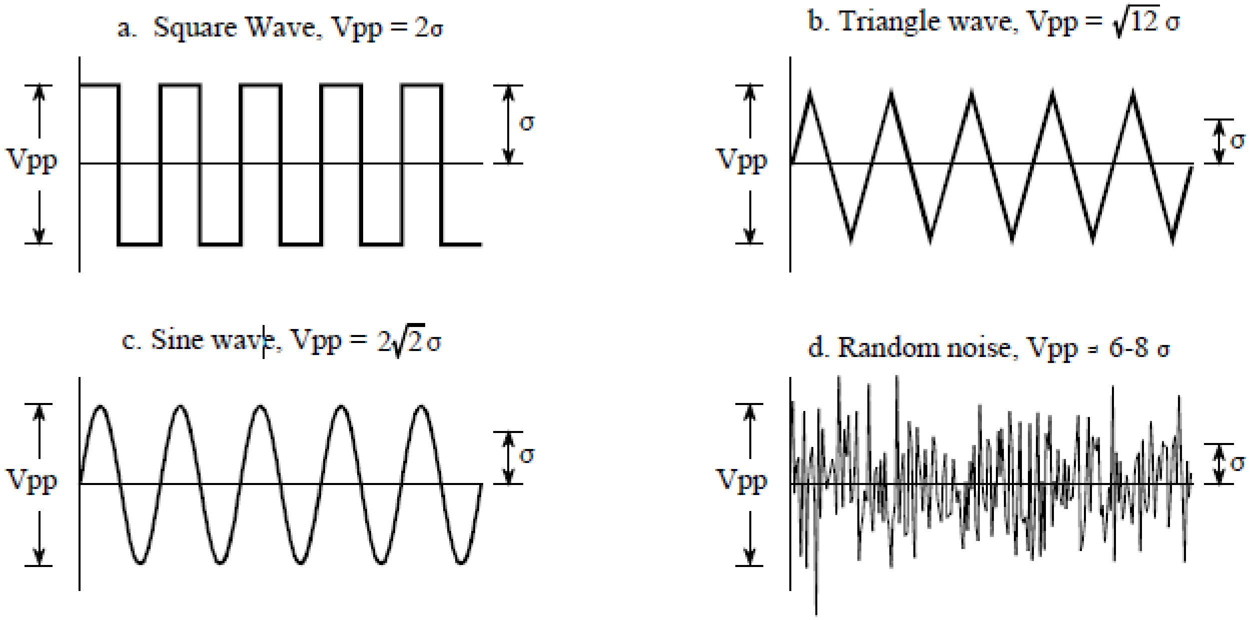
- Signaal versus onderliggend proces
  - Stel dat je het gemiddelde en de standaarddeviatie wil kennen van een proces dat signalen genereert
    - Om een schatting te bekomen van het gemiddelde en de standaarddeviatie neem je N samples van het signaal dat door het proces is gegenereerd
    - Uit het voorgaande weten we dat er een fout optreedt ten gevolge van statistische ruis. De typische fout tussen het gemiddelde van de N samples en het gemiddelde van het onderliggende proces is als volgt te vinden:

$$Typical\ error = \frac{\sigma}{N^{1/2}} \qquad \sigma^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=0}^{N-1}(x_i - \mu)^2$$

    - N-waarde klein => Typical error is zeer groot
    - Hoe groter de N-waarde, hoe kleiner de typical error
    - Berekenen van de standaarddeviatie => probleem je kent het gemiddelde niet van het onderliggende proces wel het gemiddelde van de N-samples met een bepaalde statistische ruis. Om deze fout enigszins te corrigeren wordt N vervangen door N-1 => N is groot; verschil doet er niet toe, als N klein is, wordt een nauwkeuriger waarde gevonden

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Relatie tussen de standaarddeviatie en de peak-to-peak waarde



Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Signaal/Ruis-verhouding SNR (signal-to-noise ratio)
  - In sommige situaties beschrijft het gemiddelde μ wat wordt gemeten terwijl de standaarddeviatie σ de ruis en andere interferentiesignalen voorstelt. In deze situaties is de standdaarddeviatie op zich niet belangrijk maar wel zijn verhouding ten opzichte van het gemiddelde => signaal/ruis-verhouding

$$SNR = \frac{\mu}{\sigma}$$

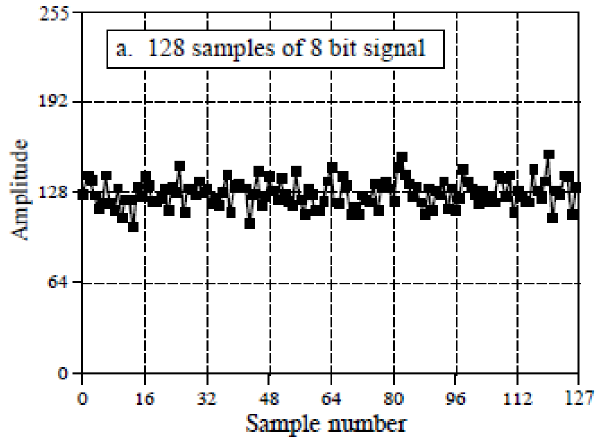
- Variatiecoëfficiënt CV (coefficient of variation)

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%$$

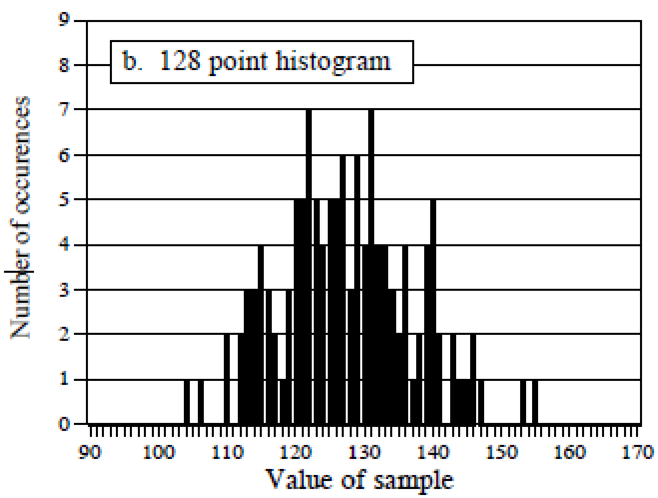
- Voorbeeld: een signaal met een CV van 2,5 % heeft een SNR van 40
- Betere data betekent een hogere SNR-waarde en een kleinere CV

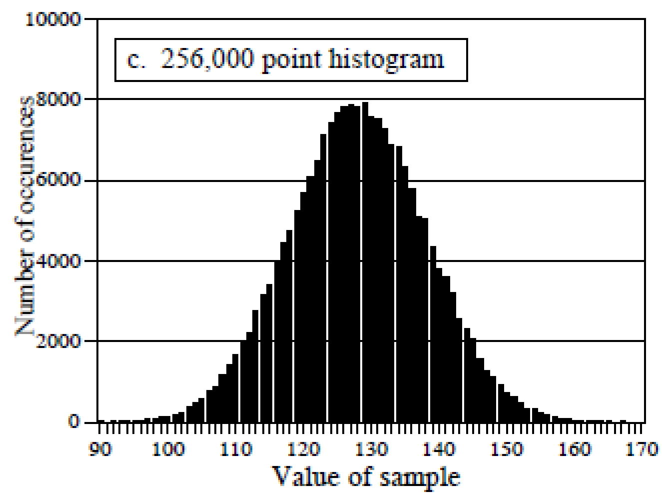
Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf
  - Stel dat we een 8-bit ADC aan een computer aansluiten en 256000 samples binnenkrijgen van een bepaald signaal



Figuur stelt 128 samples voor van deze 256000
De waarde van iedere sample is één van de 256 posities van de amplitude (0->255)
Het histogram linksonder stelt per amplitudewaarde (x-as) het aantal samples (y-as) van deze 128 voor die dezelfde amplitudewaarde hebben.
Histogram rechtsonder idem, maar voor alle 256000 samples

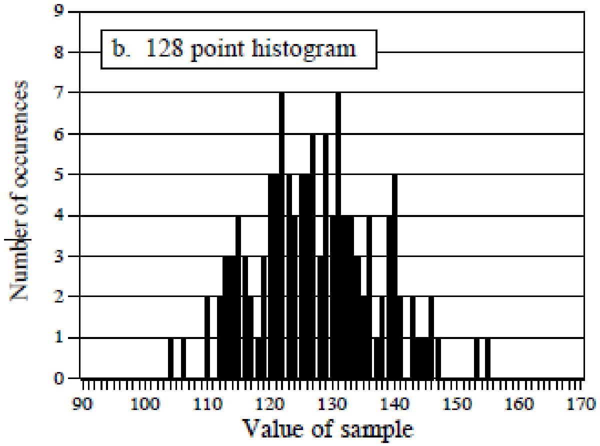


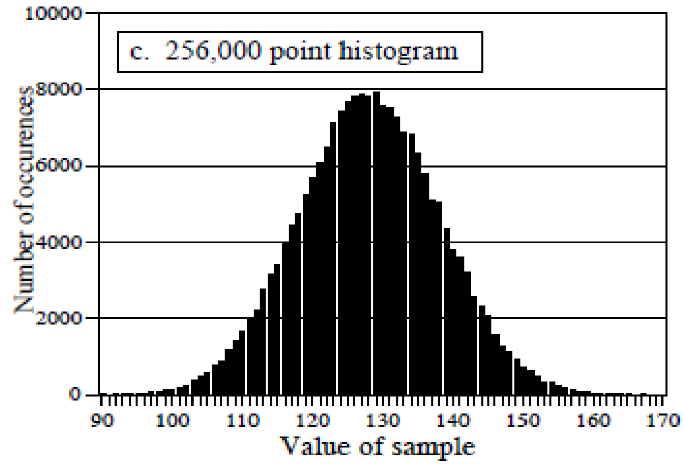


Definities en classificatie continue tijdsignalen

ARTESIS PLANTIJN HOGESCHOOL ANTWERPEN

- Histogram, Pmf en Pdf





  - Stellen het histogram voor met H_i, met i een index tussen 0 en M-1 en M is het aantal mogelijke waarden dat iedere sample kan aannemen.
    - Vb: H_{50} = aantal samples die amplitudewaarde 50 hebben
  - Hoe meer samples => hoe nauwkeuriger de gevonden waarde wordt
  - De som van alle histogramwaarden H_i moet gelijk zijn aan het aantal samples:

$$N = \sum_{i=0}^{M-1} H_i$$

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf
  - Histogrammen kunnen gebruikt worden om de waarden van gemiddelde en standaarddeviatie gemakkelijker te berekenen => vooral interessant bij beelden (JPEG-beelden met hoge resolutie, video, …kunnen miljoenen samples bevatten))
    - Histogram groepeert samples met dezelfde waarde tezamen => de statistische waarden kunnen met enkele groepen berekend worden.
    - Door gebruik te maken van histogrammen kunnen het gemiddelde en de standaarddeviatie op volgende wijze berekend worden:

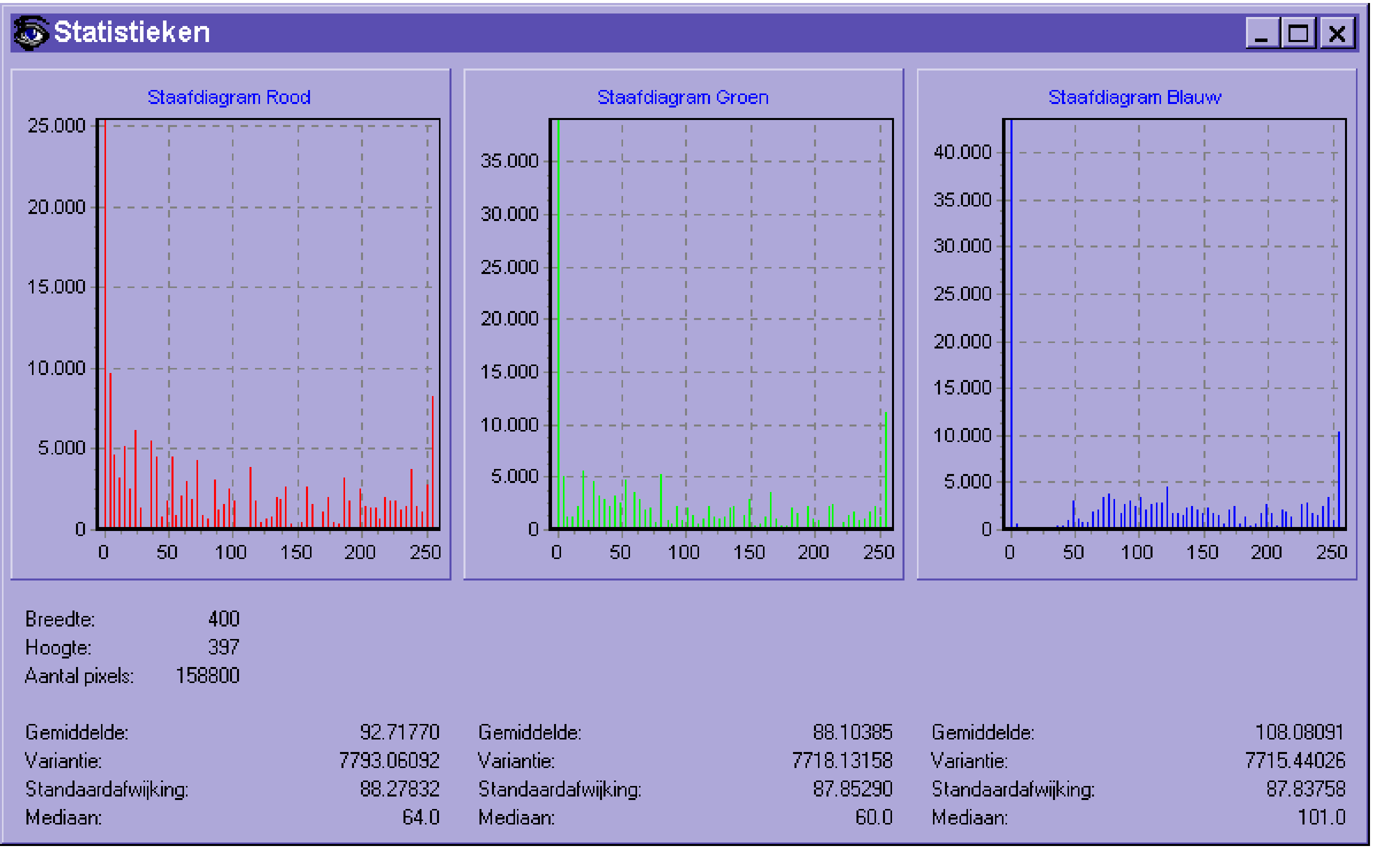
$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{M-1} iH_i$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} (i-\mu)^2 H_i$$

Statistische kengetallen

- **Digitaal beeld = verzameling van 3 matrices met dezelfde afmetingen**.

Voorbeeld

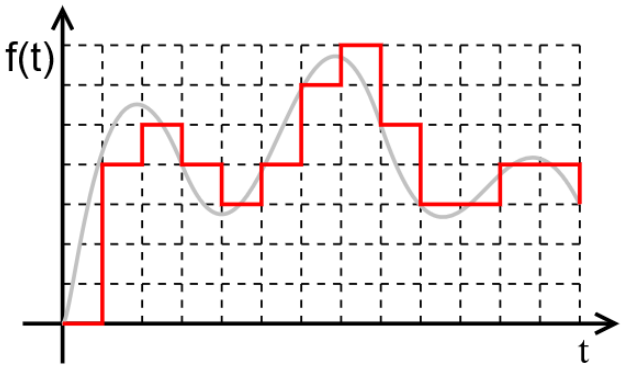


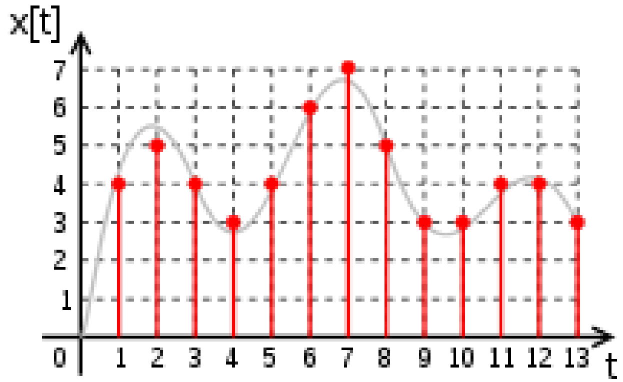
Het rood-, groen- en blauw-vlak bestaat uit getallen gelegen tussen 0 en 255.

We kunnen deze dus als waarnemingen beschouwen, de bovenstaande kengetallen en het staafdiagram van de absolute frequenties van de drie vlakken berekenen.

Definities en classificatie continue tijdsignalen

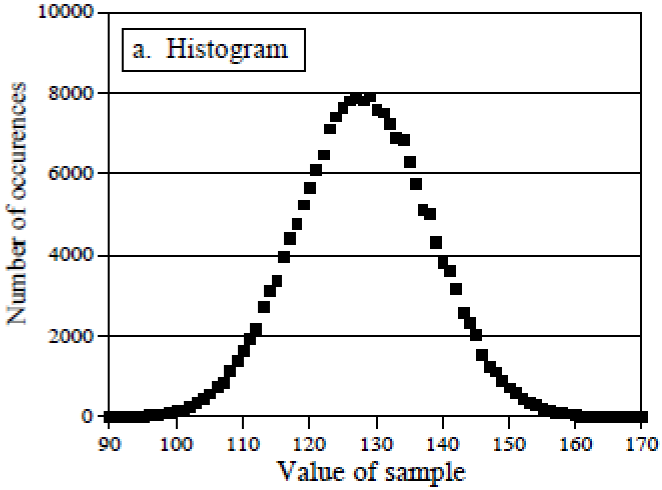
- Histogram, Pmf en Pdf
  - Belangrijk is te weten dat een bekomen signaal de met ruis beklede versie is van het onderliggende proces.
    - Histogram is hetgeen wat gevormd wordt van een aangeleverd signaal
    - De overeenstemmende curve voor het onderliggende proces wordt de probability mass function (kansfunctie) (pmf) genoemd
      - Histogram wordt steeds berekend uit een eindig aantal samples
      - Pmf is wat wordt bekomen als men berekent met een oneindig aantal samples
      - De pmf kan afgeleid worden geschat vanuit een histogram of worden afgeleid via een bepaalde wiskundige techniek.

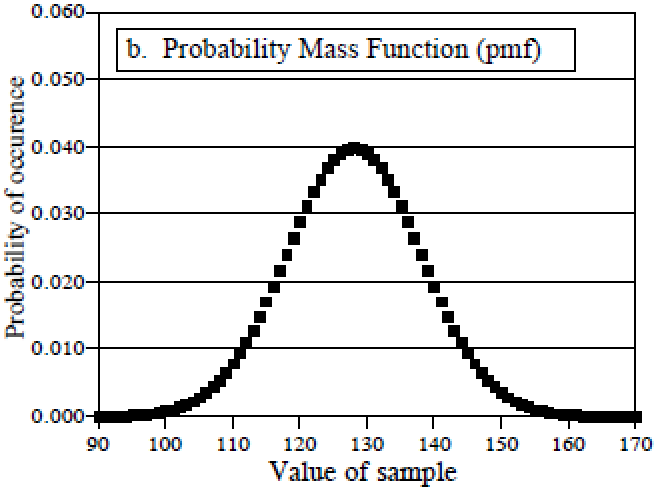




Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf

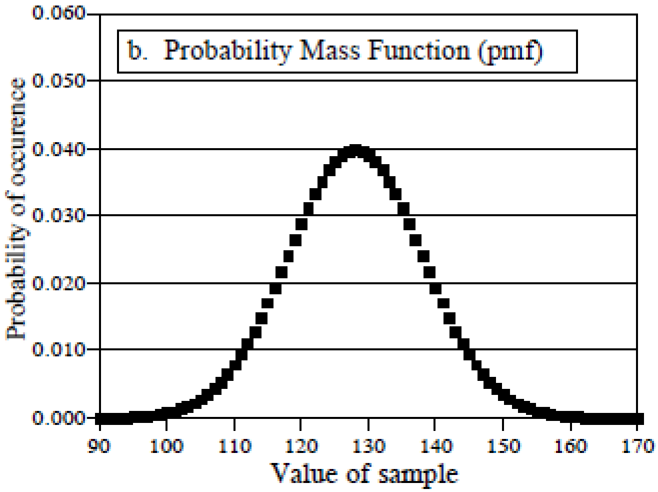




- Figuur rechtsboven voorbeeld van een pmf en linksboven één van de mogelijke histograms die met de pmf kan worden geassocieerd.
- Bij histogram: Y-as geeft het aantal samples weer die een bepaalde amplitude bevatten (vb 6000 samples hebben een amplitude 120)
- Bij pmf: Y-as geeft dezelfde informatie weer maar in verhouding tot het totaal aantal samples N. (vb 6000/200000 = 0,03 hebben een amplitude 120)
  - Ieder waarde van de Y-as van een pmf moet liggen tussen 0 en 1 en de som van alle waarden in de pmf komt overeen met 1

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf
  - Belang van pmf
    - Pmf beschrijft de waarschijnlijkheid (probability) dat een bepaalde waarde zal gegenereerd worden



Wat is de waarschijnlijkheid dat een sample met amplitude 120 voorkomt in het signaal?

In de figuur is het antwoord 0.03 => 1/0.03 = 34,33 of de kans is 1 op 34 samples dat deze voorkomt.

Wat is de kans dat een sample met amplitude groter dan 150 voorkomt?

Het antwoord is alle waarden van 151, 152, …255 optellen. In figuur het verschil tussen 0.00 en waarde 151 dit is 0,012 of een kans van 1 op 82.

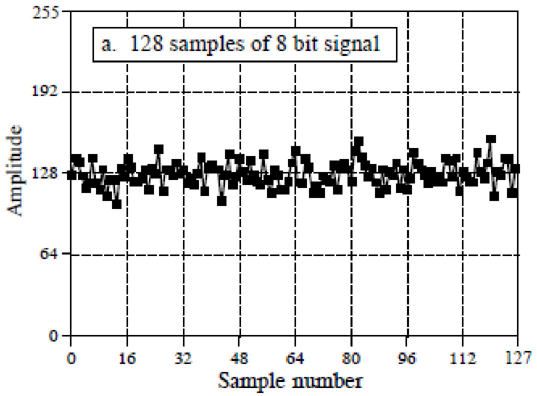
Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf
  - Histogram en pmf zijn enkel bruikbaar met discrete data (bv gedigitaliseerd signaal dat zich in een computer bevindt)
  - Een gelijkaardig concept kan men ook toepassen op analoge signalen (bv spanningsverloop in een elektronisch circuit
    - De probability density function of kansdichtheidsfunctie (pdf), ook probability distribution functie genoemd is een functie die hetzelfde doet bij continue signalen dan de probability mass functie bij discrete signalen

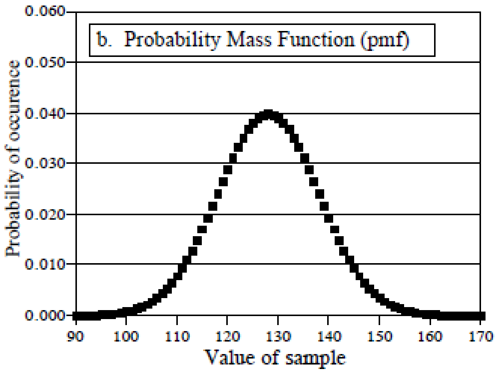
Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf

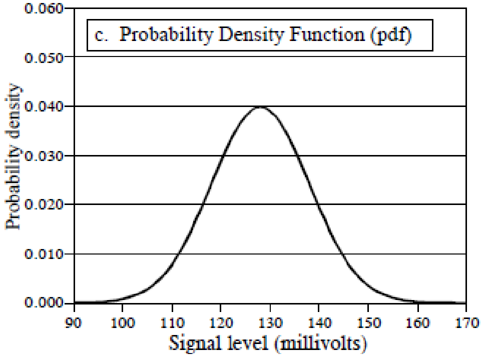
Voorbeeld: stel een analoog signaal dat door een ADC wordt gestuurd en het volgende digitale signaal oplevert
Voor de eenvoud: stel dat de sample-amplituden tussen 0 en 255 overeenkomen met spanningen tussen 0 en 255 mV



De pmf van dit gedigitaliseerd signaal wordt weergegeven in naaststaande figuur



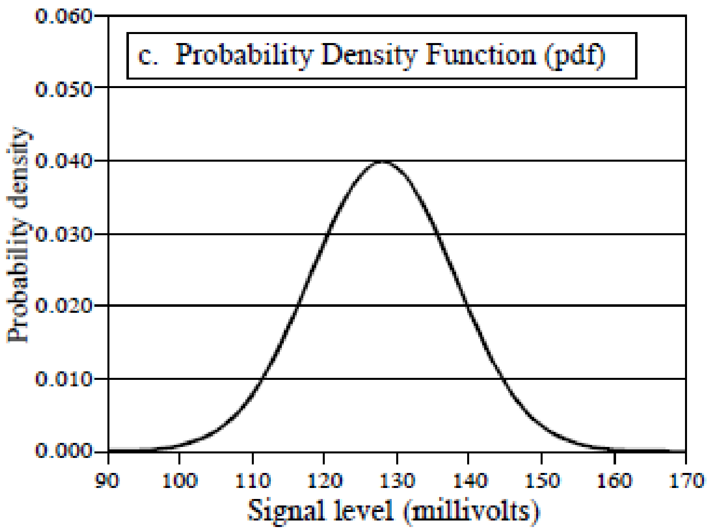
De pdf van het analoog signaal wordt dan weergegeven in naaststaande figuur met als betekenis dat het signaal één van de in de figuur weergegeven continue waarden kan aannemen. De figuur geeft weer hoe dikwijls een bepaalde spanningswaarde tijdens het samplen is aangenomen.



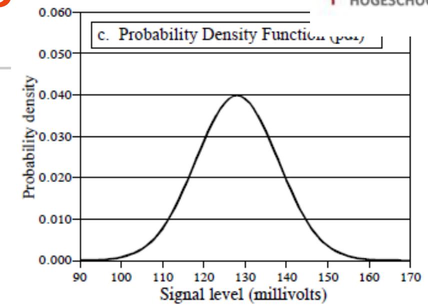
Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf

Y-as is probability density ipv probability
vb: pdf van 0.03 bij sample-amplitude 120,5 betekent niet dat een spanning van 120,5 mV gedurende 3% van de sampletijd werd aangelegd aan de ADC
In werkelijkheid : waarschijnlijkheid dat het signaal exact 120,5 mV bedraagt is zeer klein vermits er oneindig mogelijke waarden (en schommelingen) zijn zodat onder de noemer 120.5 mV ook 120,4997, 120,4998, 120,4999, …. vallen



Definities en classificatie continue tijdsignalen

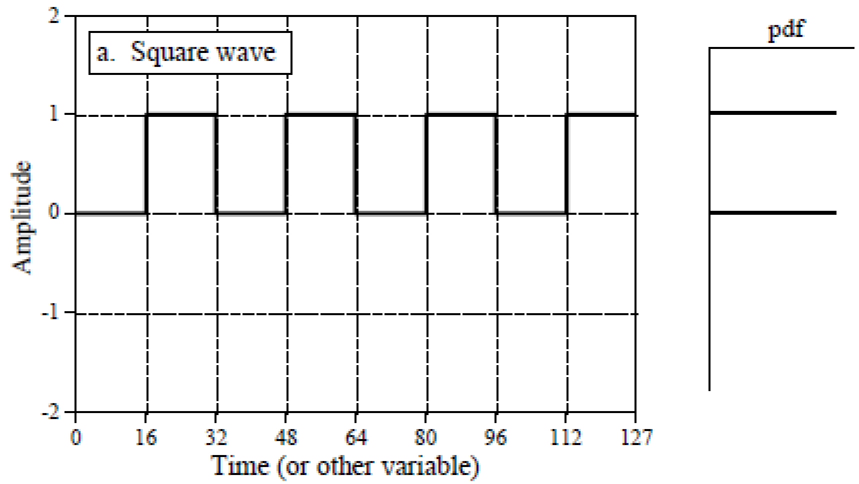


- Histogram, Pmf en Pdf
- Berekenen probability vanaf probability density
  - Pdf is constant in het beschouwde interval:
    - Verschil tussen sampleamplitudes van het interval vermenigvuldigd met de probability density waarde.
    - Vb: probability tussen 121 en 120 => (121-120) * 0.03 = 0.03
  - Pdf niet constant over het bereik
    - Vermenigvuldiging wordt een integraalberekening van de pdf over dit bereik of met andere woorden de oppervlakte van het gebied van het beschouwde interval.
    - Aangezien de waarde van een signaal steeds een bepaalde amplitude heeft is de totale integraal (van -∞ tot +∞) van de volledige pdf-curve steeds gelijk aan 1 (analogie met de som de probability density van alle sampleamplituden dat één oplevert en de som van al de histogramwaarden dat gelijk is aan N).

  - Histogram, pmf en pdf zijn gelijkaardige concepten en worden regelmatig door elkaar gebruikt (niet steeds op de juiste manier !)

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf
  - Voorbeeld kansdichtheidsfunctie (pdf) van een blokgolf

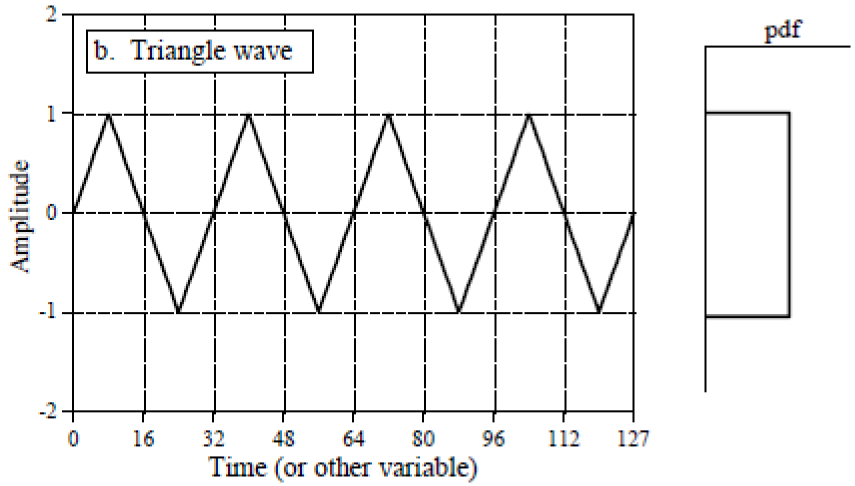


  - Pdf van een blokgolf bestaat uit twee oneindig smalle spikes. Dit vermits het signaal maar uit twee mogelijke waarden bestaat.

  - *Merk op dat de pdf-functie meestal 90° gedraaid wordt weergegeven naast het signaal dat de functie beschrijft*

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf
  - Voorbeeld kansdichtheidsfunctie (pdf) van een driehoek

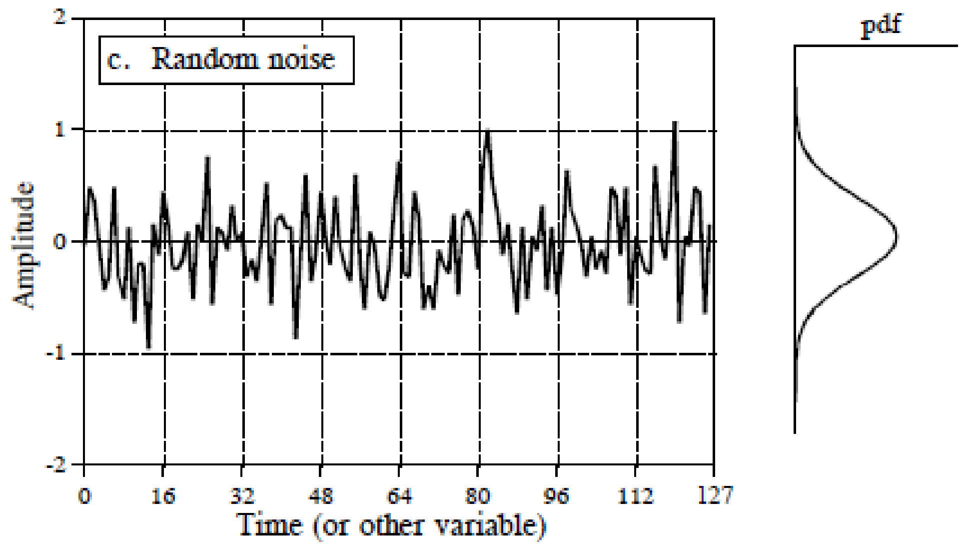


  - Pdf van driehoeksgolf bestaat uit een constante waarde over het bereik en wordt dikwijls “uniform distribution” (uniforme verdeling) genoemd.

  - *Merk op dat de pdf-functie meestal 90° gedraaid wordt weergegeven naast het signaal dat de functie beschrijft*

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf
  - Voorbeeld kansdichtheidsfunctie (pdf) van willekeurige ruis



  - Pdf van willekeurige ruis vertoond een Gausscurve. Merk op dat willekeurige ruis als algemene term bedoeld is en het signaal net zo goed bijvoorbeeld een spraaksignaal kan zijn.

  - *Merk op dat de pdf-functie meestal 90° gedraaid wordt weergegeven naast het signaal dat de functie beschrijft*

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf
  - Problemen bij berekenen van het histogram als het aantal niveaus dat iedere sample kan hebben veel groter is dat het aantal genomen samples in het signaal
    - Probleem doet zich voor bij gebruik floating point notatie waarbij iedere waarde wordt opgeslagen als fractionele waarde.
      - Vb: integer representatie van een sample kan bv waarde 3 of 4 hebben terwijl met floating point miljoenen mogelijke waarden zijn die liggen tussen 3 en 4
      - Besproken methode om een histogram te berekenen gebeurt door het aantal samples te tellen die ieder een bepaald kwantisatielevel bereikt hebben => probleem miljarden mogelijke kwantisatielevels bij floating point
      - De meeste van deze miljarden mogelijke kwantisatielevels hebben geen samples
      - Vb signaal met 10000 samples in floating point => miljarden kwantisatielevels waarvan er slechts 10000 bezet zijn, al de rest heeft een waarde gelijk aan nul.

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Histogram, Pmf en Pdf
  - Oplossing probleem berekenen histogram met floating point
    - Gebruikte techniek = binning
    - Binning houdt in dat het bereik van het histogram wordt onderverdeeld in een aantal intervallen (bin's).
      - Voordeel bereik van miljarden niveau's herleid tot bv een duizendtal.
      - Bv. Floating point signaal met bereik tussen 0 en 10 wordt onderverdeeld in 1000 bins => eerste bin tussen 0,00 en 0,01; tweede bin tussen 0,01 en 0,02, enz ….
    - Hoeveel bins moeten er gebruikt worden?
      - Een keuze van teveel bins leidt tot het moeilijk inschatten van de amplitude van de onderliggende pmf vermits per bin slechts enkele samples vallen waardoor de statistische ruis erg hoog is.
      - Een keuze van te weinig bins maakt het moeilijk om de onderliggende pmf in te schatten in de horizontale richting.
      - Het aantal bins moet een afweging zijn van de resolutie langs de y-as en de resolutie langs de x-as.

Definities en classificatie continue tijdsignalen

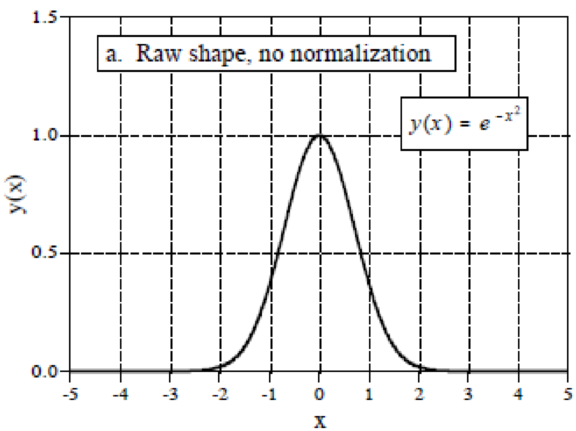
- Normale distributie
  - Signalen gevormd uit de meeste processen hebben een klokvormige pdf of Gausscurve genoemd
  - De basisvorm van deze curve wordt als volgt gegeven: $y(x) = e^{-x^2}$
    - Volledige Gausscurve wordt bekomen door toevoeging van een (instelbaar) gemiddelde en de standaarddeviatie
    - Daarna moet de vergelijking worden genormaliseerd zodat de totale oppervlakte onder het gebied gelijk is aan 1 (vereiste voor alle probability distribution functies (kansdichtheidsfuncties)
  - Generale vorm van de normale distributie

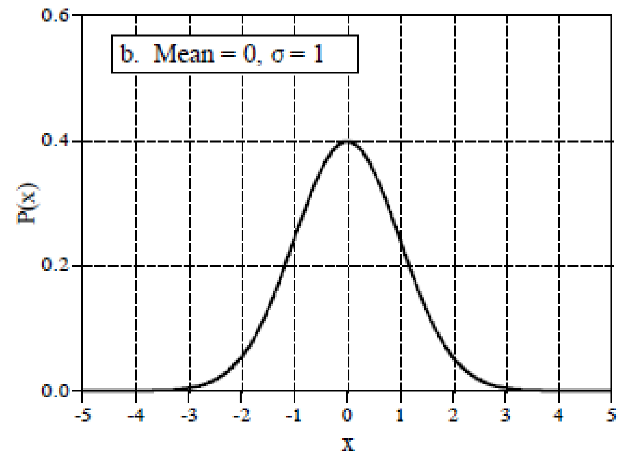
$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

    - P(x) is de probability distrubution funciton

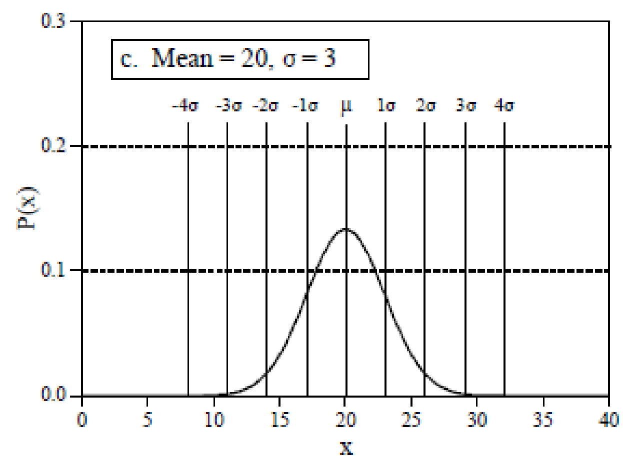
Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Normale distributie
  - Voorbeelden van Gausscurven met verschillende gemiddelden en standaarddeviaties





Belangrijk kenmerk Gausscurve is dat de staarten zeer snel naar 0 vallen (sneller dan andere gebruikelijke functies zoals 1/x)
Vb bij σ=2 => curve gedaald tot 1/19 en bij σ=4 => curve gedaald tot 1/7563
Gevolg: normale radomsignalen verkrijgen hierdoor een exacte peak-to-peakwaarde vermits “ongelimiteerde” amplituden op deze wijze begrensd worden (gecompresseerd)



Definities en classificatie continue tijdsignalen

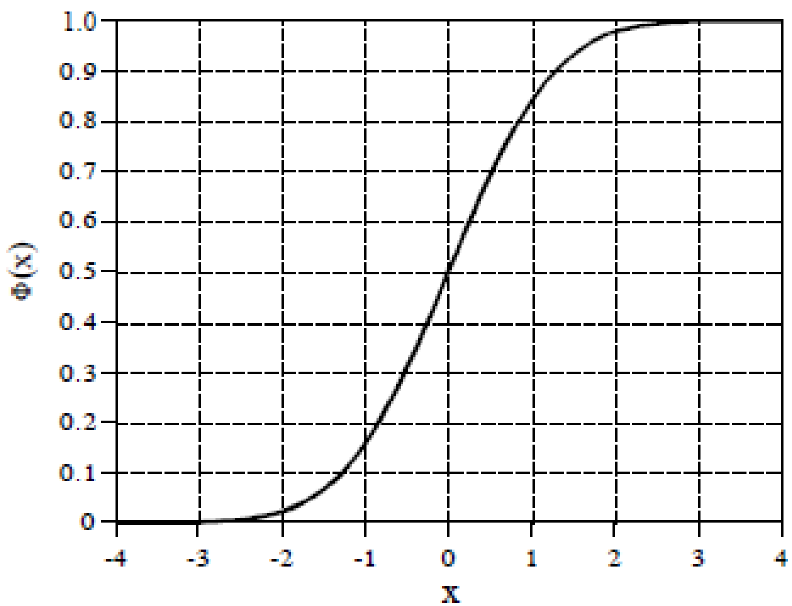
- Cumulative distribution function Φ(x) (cdf) (cummulatieve verdelingsfunctie)

  - De integraal van de pdf wordt gebruikt om de kans te vinden dat een signaal binnen een bepaald bereik van waarden valt. Deze nieuwe functie wordt de cumulative distribution function genoemd
  - Nadeel van de Gausscurve is dat deze niet kan geïntegreerd worden door gebruik te maken van eenvoudige rekenmethoden.
    - Dit nadeel omzeilen => Gausscurve kan berekend worden met numerieke integratie (zeer veel fijne punten gelegen tussen -10 σ en +10 σ. De samples die bekomen worden in dit discrete signaal worden dan opgeteld om de integratie te simuleren
    - De discrete curve als gevolg van deze gesimuleerde integratie wordt in een tabel opgeslagen voor gebruik bij het berekenen van waarschijnlijkheden.

Definities en classificatie continue tijdsignalen

ARTESIS PLANTIJN HOGESCHOOL ANTWERPEN

- Cumulative distribution function Φ(x) (cdf) (cummulatieve verdelingsfunctie)

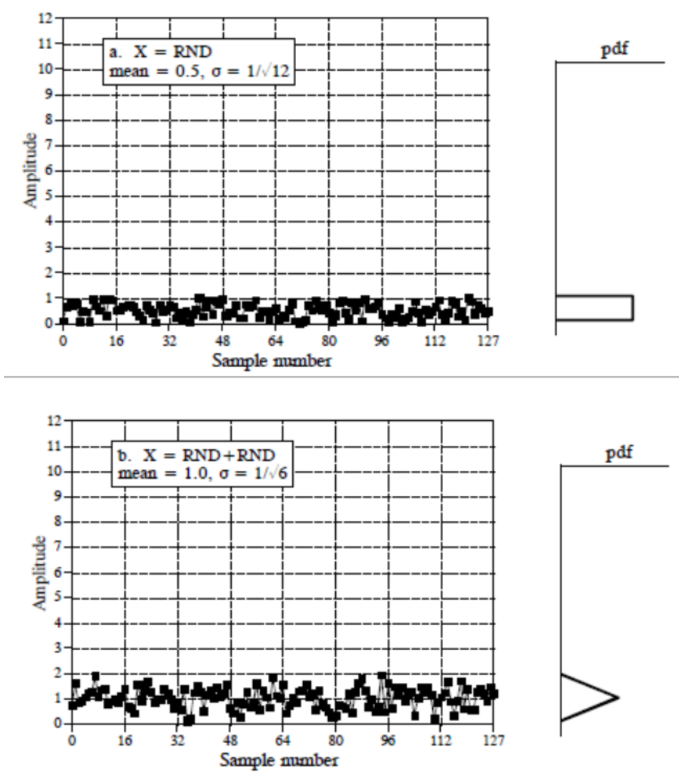


x	Φ(x)	x	Φ(x)
-3.4	.0003	0.0	.5000
-3.3	.0005	0.1	.5398
-3.2	.0007	0.2	.5793
-3.1	.0010	0.3	.6179
-3.0	.0013	0.4	.6554
-2.9	.0019	0.5	.6915
-2.8	.0026	0.6	.7257
-2.7	.0035	0.7	.7580
-2.6	.0047	0.8	.7881
-2.5	.0062	0.9	.8159
-2.4	.0082	1.0	.8413
-2.3	.0107	1.1	.8643
-2.2	.0139	1.2	.8849
-2.1	.0179	1.3	.9032
-2.0	.0228	1.4	.9192
-1.9	.0287	1.5	.9332
-1.8	.0359	1.6	.9452
-1.7	.0446	1.7	.9554
-1.6	.0548	1.8	.9641
-1.5	.0668	1.9	.9713
-1.4	.0808	2.0	.9772
-1.3	.0968	2.1	.9821
-1.2	.1151	2.2	.9861
-1.1	.1357	2.3	.9893
-1.0	.1587	2.4	.9918
-0.9	.1841	2.5	.9938
-0.8	.2119	2.6	.9953
-0.7	.2420	2.7	.9965
-0.6	.2743	2.8	.9974
-0.5	.3085	2.9	.9981
-0.4	.3446	3.0	.9987
-0.3	.3821	3.1	.9990
-0.2	.4207	3.2	.9993
-0.1	.4602	3.3	.9995
0.0	.5000	3.4	.9997

Φ(x) is de waarschijnlijkheid dat de waarde van een normaal gedistribueerd signaal, op een willekeurig gekozen tijdstip kleiner is dan x. In de tabel worden de waarden van Φ(x) weergegeven in eenheden van de standaarddeviaties ten opzichte van het gemiddelde
Vb: Φ(1) = 0,8413 => 84,13% kans waarde op een willekeurig moment geselecteerd signaal ligt tussen -∞ en 1 standaarddeviatie boven het gemiddelde

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Digitale ruisgeneratie
  - ruis legt beperking op in hoeverre een signaal nauwkeurig kan worden opgemeten, of worden uitgezonden, …
  - Via DSP signalen opwekken waarmee ruissimulatie mogelijk is
    - Hoe? Random number generator => willekeurig getal tussen 0 en 1 opwekken
      - µ = 0,5 en σ = $1/\sqrt{12}=0{,}29$, gelijkmatige verdeling tussen 0 en 1



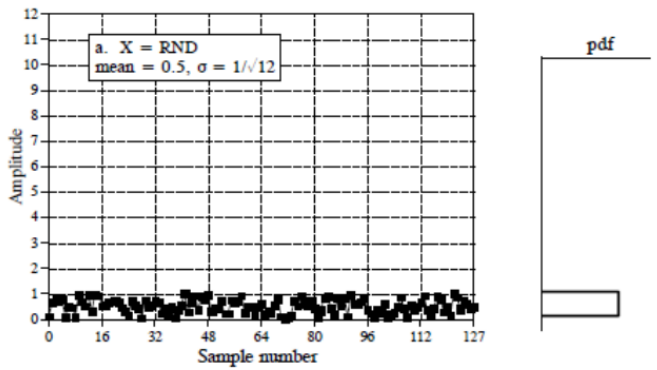
$$X = RND + RND$$

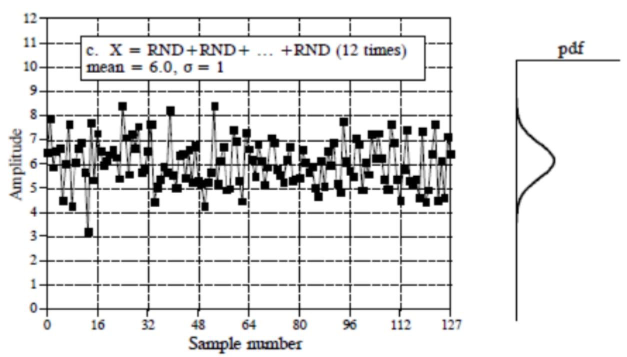
1ste manier : som van 2 randomgetallen
Som varieert tussen 0 en 2
Verdeling verandert van een gelijkmatige verdeling in een driehoekvorm (signaal meest van zijn tijd in de omgeving van 1 zit en minst van zijn tijd in de omgeving van 0 of 2

µ = 0,5 en σ =1/2,45 (2,45 is vierkanswortel 6)

Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Digitale ruisgeneratie
  - ruis legt beperking op in hoeverre een signaal nauwkeurig kan worden opgemeten, of worden uitgezonden, …
  - Via DSP signalen opwekken waarmee ruissimulatie mogelijk is
    - Hoe? Random number generator => willekeurig getal tussen 0 en 1 opwekken
      - μ = 0,5 en σ = $1/\sqrt{12}=0{,}29$, gelijkmatige verdeling tussen 0 en 1





$$X = RND(1) + RND(2) + \ldots + RND(12)$$

signaal dat gevormd is door 12 willekeurig gegenereerde getallen tijdens iedere sample te produceren. Het gemiddelde is nu 6 en de standaarddeviatie gelijk aan 1.

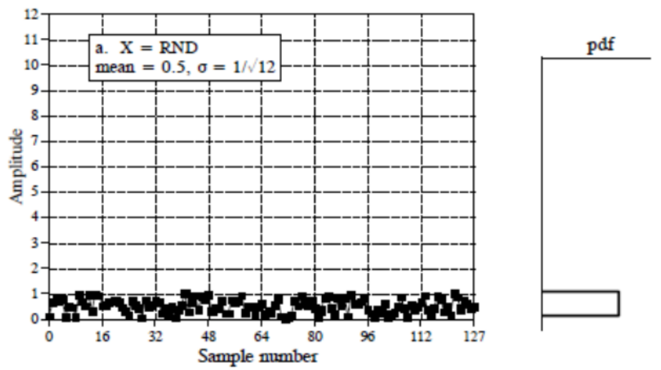
Elke X maal σ en μ bij optellen levert de gewenste ruisgeneratie op

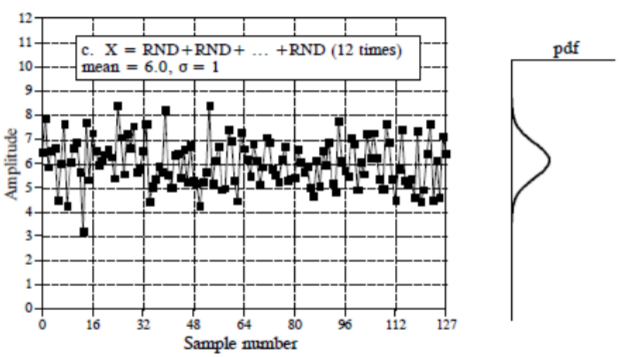
Definities en classificatie continue tijdsignalen

- Digitale ruisgeneratie (alternatieve manier Gausscurve)
  - Werken met opwekking van 2 random getallen R_1 en R_2

$$X = \left(-2\log R_1\right)^{1/2} \cos\left(2\pi R_2\right)$$

  - Elke X maal σ en μ bij optellen levert de gewenste ruisgeneratie op





Principe randomgenerator
Getal opwekken tussen 0 en 1 => door algoritme sturen => werkelijk randomgetal => opslaan in bepaald register => terug gebruikt voor volgende generatie randomgetal

$$R = \left(aX + b\right) \mathit{modulo}\, c$$

X= vorige sequentie gevormd random getal

Voordeel meerdere keren programma te doorlopen met dezelfde random getal sequenties
Via tijd PC random getal opwekken (pseudo-random)