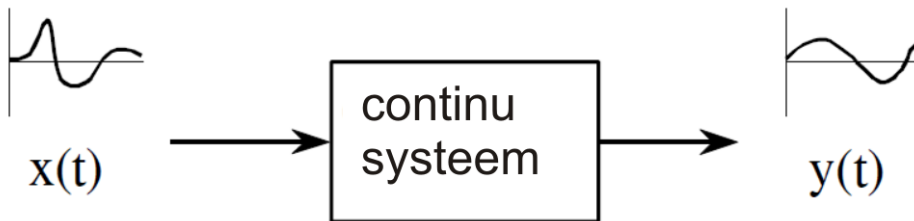


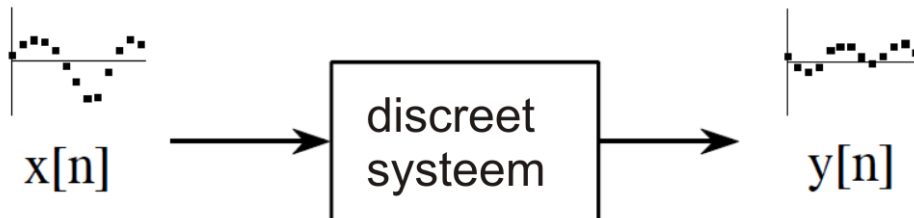
- Signalen en systemen
 - Opsplitsing te verwerken signaal in aantal eenvoudige componenten die ieder individueel een gedeelte van het signaal verwerken
 - Voordeel : ingewikkeld probleem opgelost worden aan de hand van een aantal eenvoudige problemen
 - Enkel toepasbaar op een lineair systeem
- Voorbeeld van systemen
 - Verbeteren van een foto
 - Echo-effecten uit geluidssignaal halen
 - Systemen die een bepaald fysisch proces vertegenwoordigen dat we willen analyseren (radar en sonar via reflectie karakteristieken object zichtbaar maken)

- **Gebaseerd op superpositieprincipe**

- Opsplitsing te verwerken signaal in aantal eenvoudige componenten die ieder individueel een gedeelte van het signaal verwerken
- Voordeel : ingewikkeld probleem opgelost worden aan de hand van een aantal eenvoudige problemen
- Enkel toepasbaar op een lineair systeem



Continu signaal : $x(t)$
Discreet signaal $x[n]$



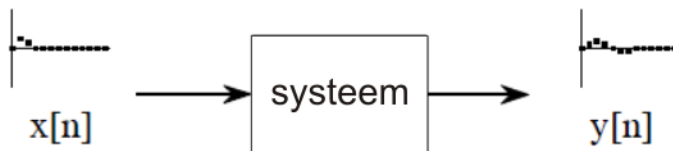
Tijdsdomein : kleine letters
Frequentiedomein : hoofdletters

- Vereisten voor lineariteit

- Homogeniteit

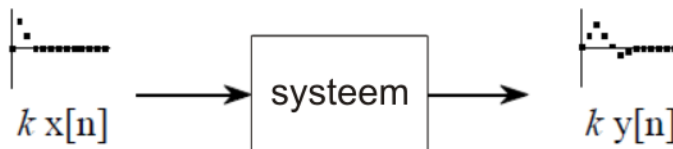
- Verandering amplitude in hetingangssignaal veroorzaakt een overeenkomstige verandering in amplitude van het uitgangssignaal
 - als eeningangssignaal $x[n]$ resulteert in een uitgangssignaal $y[n]$, resulteert eeningangssignaal van $kx[n]$ een uitgangssignaal van $ky[n]$. Dit voor elk ingangssignaal en constante k .

Als



Weerstand als voorbeeld homogeen systeem: $u(t) = f(i(t))$ (wet van Ohm)

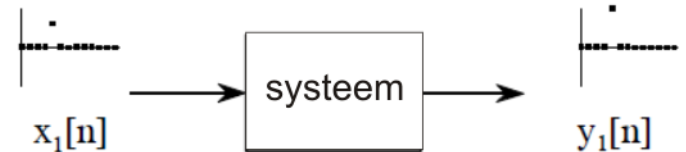
Dan



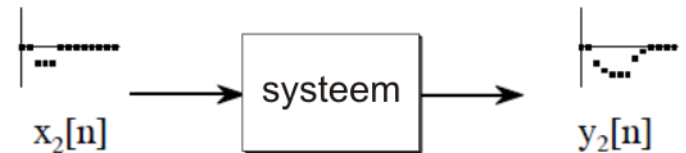
Weerstand als geen homogeen systeem
 $P(t) = u(t)^2 / R$ - vermogen verandert kwadratisch t.o.v spanning => geen lineair systeem

- Vereisten voor lineariteit
 - **Additiviteit**
 - Verschillende aangelegde signalen gaan door het systeem zonder interactie met elkaar
 - Vb: telefoneren met achtergrondgeluid
 - Voorbeeld niet additief systeem
 - Mengtrap zender

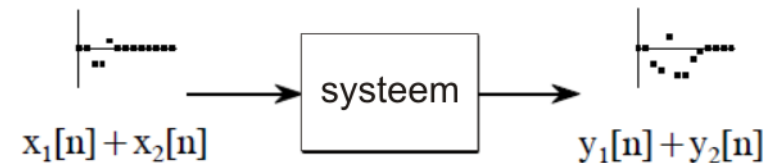
Als



En Als

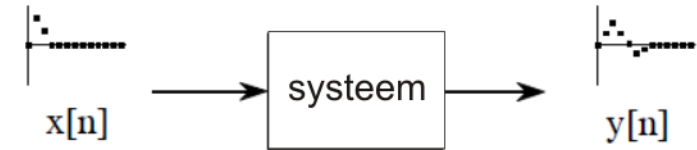


Dan

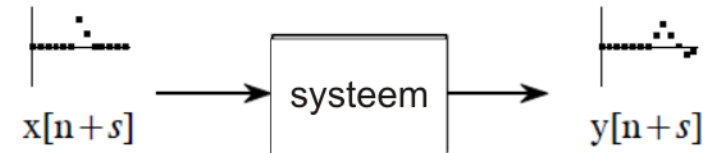


- **Vereisten voor lineariteit**
 - **Shift invariantie**
 - Voor ieder ingangssignaal $x[n]$ en iedere constante s geldt dat als een ingangssignaal $x[n]$ resulteert in een uitgangssignaal $y[n]$, een ingangssignaal $x[n+s]$ resulteert in een uitgangssignaal $y[n+s]$
 - Geeft aan dat de karakteristieken van een systeem niet in tijd veranderen
 - Toevoeging s kan de golfvorm versnellen of vertragen
 - $s = -12 \Rightarrow$ verschuiving naar rechts met 12 sampels
 - $s = +3 \Rightarrow$ verschuiving naar links met 3 sampels

Als



Dan



- **Bijkomende eigenschappen lineariteit**
 - **Eigenschap statische lineariteit**
 - Definieert hoe een systeem reageert als het ingangssignaal niet verandert
 - Vb: karakteristiek diode (statisch in doorlaatgebied)
 - Responsie statische systeem = ingangssignaal vermenigvuldigd met een constante
 - Grafiek statisch systeem is steeds een rechte

- **Bijkomende eigenschappen lineariteit**
 - **Eigenschap: gedrag sinusoiden**
 - Ingangssignaal sinus \Rightarrow uitgangssignaal ook een sinus met exact dezelfde frequentie (sinusgolven enige die deze eigenschap hebben)
 - Blokgolf aanleggen (bestaat uit sinussen) \Rightarrow geen reden om aan te nemen aan uitgang sinussen nog in dezelfde fase zijn als ingang \Rightarrow blokgolf kan vervormd eruit komen.
 - Lineair systeem kan een faseverschuiving en amplitudeverandering veroorzaken
 - Niet alle systemen zijn lineair als een sinus aan de ingang wordt aangelegd en een sinus aan de uitgang verschijnt (denk aan PLL)

- **Voorbeelden lineaire systemen**

- Golven zoals geluidsgolven en elektro-magnetische golven
- Elektrische circuits die bestaan uit weerstanden, condensatoren en spoelen
- Elektronische circuits zoals versterkers en filters
- Systemen die beschreven kunnen worden door differentiaalvergelijkingen zoals weerstand-condensator-spoelnetwerken
- Vermenigvuldiging met een constante (versterken – verzwakken van het signaal)
- Signaalveranderingen zoals echo's, resonanties en het wazig maken van een beeld
- Een eenheidsysteem waarbij de uitgang steeds gelijk is aan de ingang
- Het nul-systeem waarbij de uitgang steeds gelijk is aan 0, ongeacht het ingangssignaal
- Differentiatie en integratie, de analoge operaties van een eerste afgeleide, som van discrete signalen
- Kleine verstoringen in een niet-lineair systeem zoals een klein signaal dat wordt versterkt door een transistor
- Convolutie: een wiskundige bewerking waarbij elke waarde in de uitvoer wordt uitgedrukt als de som van de waarden in de input, vermenigvuldigd met een set van wegingscoëfficiënten.
- Recursie: een techniek die vergelijkbaar is met convolutie, met uitzondering van eerder berekende waarden in de uitgang die worden gebruikt als aanvulling op de waarden van de input

- **Voorbeelden niet lineaire systemen**

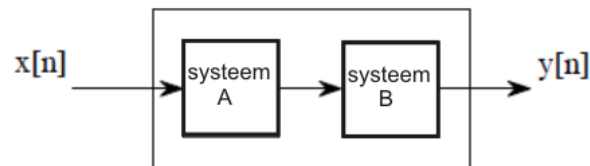
- Systemen die geen statische lineariteit bevatten zoals bijvoorbeeld de relatie tussen vermogen en spanning over een weerstand
- Systemen waarbij aan de ingang een sinus wordt aangelegd en de uitgang deze niet weergeeft zoals piekdetectie, sinus-blokgolfomzettingen, cross-oververvorming, sinusvervormingen (clippen), sweepgeneratie, ...
- Vermenigvuldigen van een signaal door een ander signaal zoals bijvoorbeeld amplitudemodulatie.
- Verzadigings- of saturatieverschijnsel van elektronische versterkers, transformatoren, ...
- Systemen met een bepaalde threshold zoals logische poorten (digitale techniek)

- **Speciale eigenschappen van lineariteit**

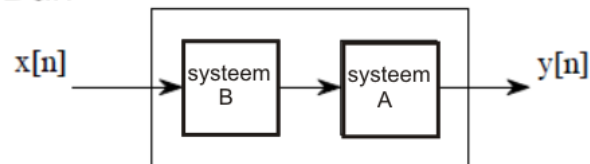
- **Commutatief**

- volgorde van de lineaire systemen in cascade kan worden gewijzigd zonder effect te hebben op de karakteristieken van de volledige cascadeschakeling.
- Vb filter gevolgd door versterker
- Houd echter wel rekening dat elektronische schakelingen niet-lineaire effecten kunnen bevatten dat de volgorde van de schakeling wel belangrijk kan maken, denk bijvoorbeeld aan interferentie, bepaalde DC-offset, ruis, slew rate vervorming, ...)

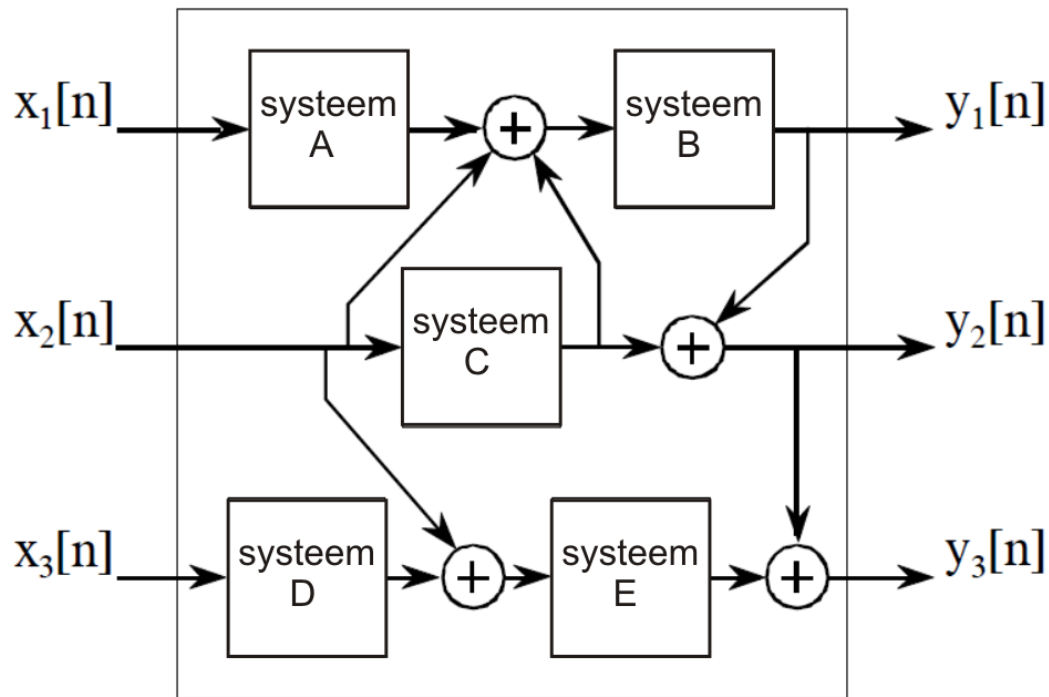
Als



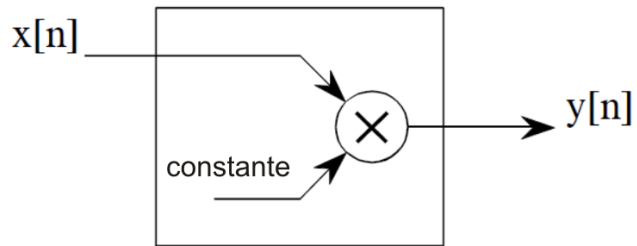
Dan



- **Speciale eigenschappen van lineariteit**
 - Meerdere ingangen en uitgangen

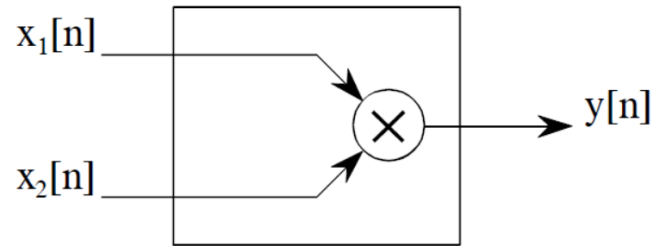


- Speciale eigenschappen van lineariteit
 - Vermenigvuldiging



Lineair

Vermenigvuldiging met een constante



Niet-Lineair

Vermenigvuldiging van 2 signalen

- **Synthese**
 - Is enige manier waarop signalen gecombineerd kunnen worden
 - Gebruik maken van “scaling” (vermenigvuldiging met constante) gevolgd door een bepaalde toevoeging
- **Decompositie of ontleding (opsplitsen)**
 - Omgekeerde bewerking van synthese
 - Signaal wordt onderverdeeld in twee of meer additieve componenten
- **Decompositie wordt meer toegepast dan synthese**
 - Oneindig mogelijke decomposities voor een bepaald signaal
 - Vb: getallen 10 en 15
 - Synthese: $10 + 15 = 25$
 - Decompositie: $13 + 12$; $8 + 17$; $13,5 + 11,5$; ...

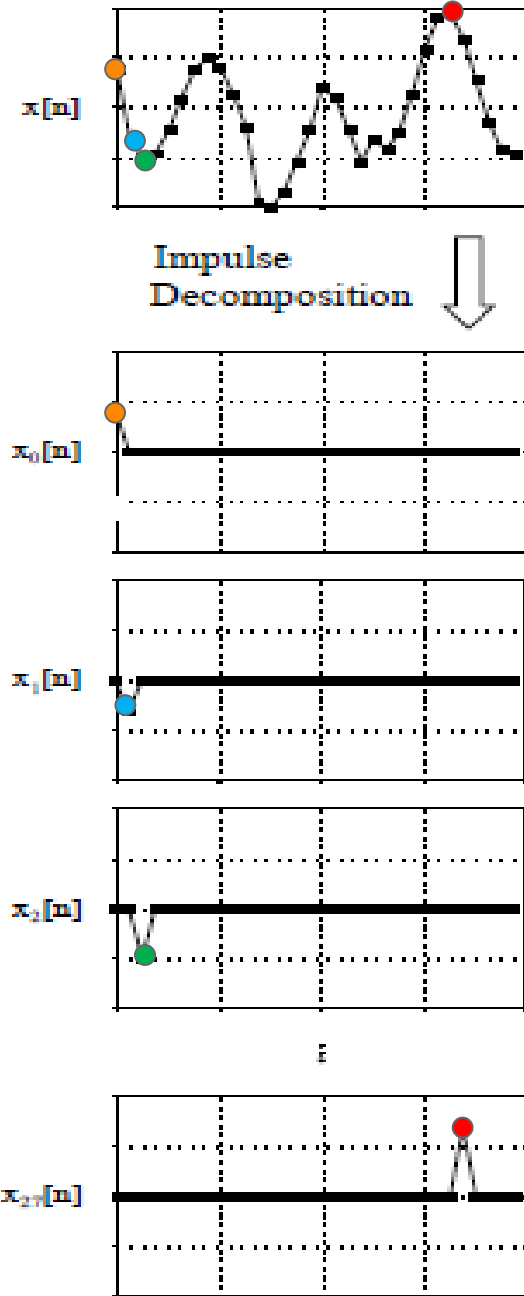
•

- **Doel** : ingewikkeld systeem vervangen door vele eenvoudige systemen
- **Manieren voor decompositie**
 - Impulsdecompositie
 - Step decompositie
 - Even/oneven decompositie (even/odd decompositie)
 - Interlaced decompositie
 - Fourierdecompositie

Decomposities

- **Impulsdecompositie**

- N-sample signaal opsplitsen in N component signalen
- Ieder component signaal
 - bestaat uit N samples.
 - Telkens één bepaalde sample uit het N-samplesignaal met de andere samplewaarden op 0.
- Impuls = een enkel punt dat niet 0 is in een string van nullen

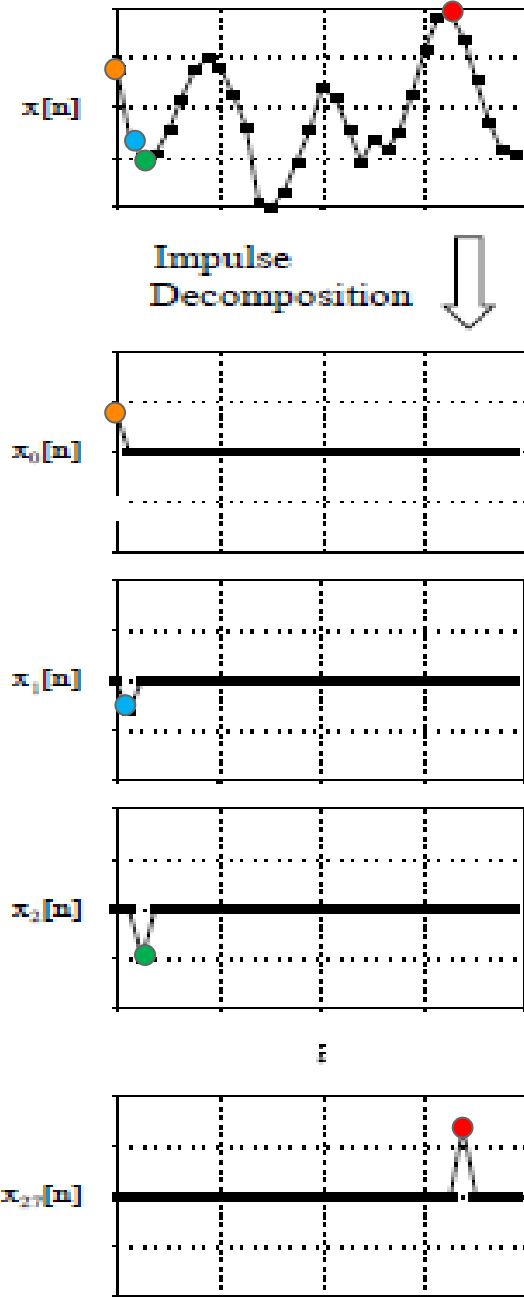


Decomposities

- **Impulsdecompositie**

- Voordelen impulsdecompositie

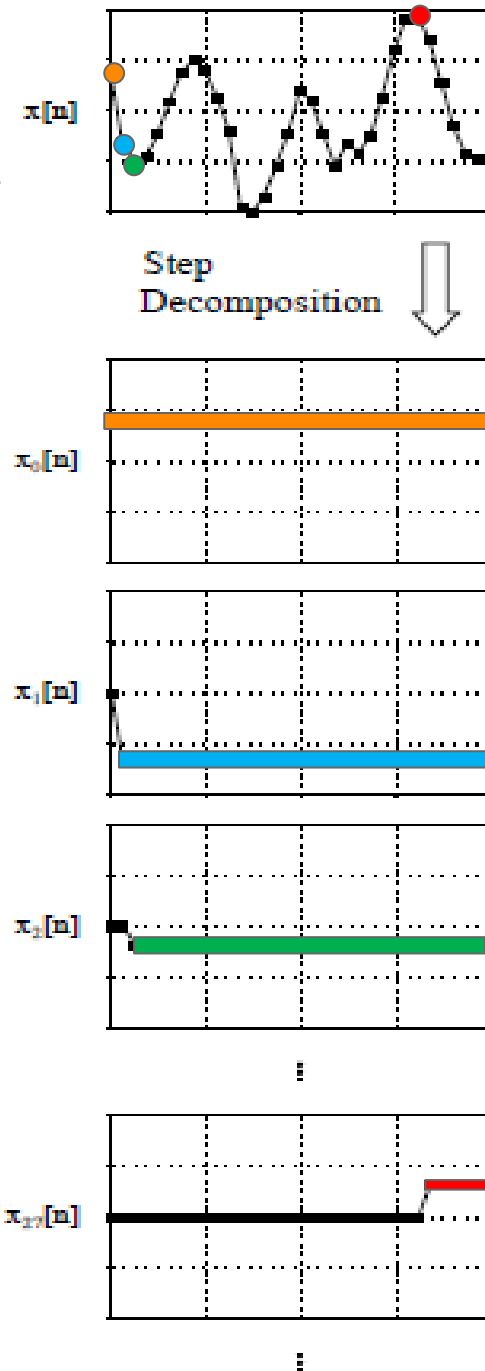
- Een N-sample signaal wordt opgesplitst in N component signalen.
- Signalen kunnen onderzocht worden per samplestap
- Systemen kunnen onderzocht worden hoe ze reageren op impulsen => weten hoe systeem reageert op een bepaalde impuls => systeemoutput kan berekend worden voor een bepaalde input = **convolution**



Decomposities

- **Stapdecompositie**

- N-sample signaal opsplitsen in N component signalen
- Ieder componentsignaal
 - bestaat uit N samples. $(x_0[n] + x_1[n] + \dots + x_{n-1}[n])$
 - $x_0[n]$ bestaat uit N samples op het niveau van $x_0[n]$
 - Alle andere componentsignalen: sampleniveau blijft 0 tot de samplewaarde van het componentsignaal, dan niveau van betreffende sample - het niveau van de voorgaande tot einde
 - Vb $x_5[n] \Rightarrow 0$ van $x_0[n]$ tot $x_4[n]$, niveau $x_5[n] - x_4[n]$ vanaf $x_5[n]$ tot einde
- Voordeel impulsdecompositie
 - Signalen kunnen onderzocht worden per samplestap
 - Beschrijft signalen aan de hand van het verschil tussen opeenvolgende samples
 - Beschrijft hoe systemen een respons geven op een verandering van het ingangssignaal

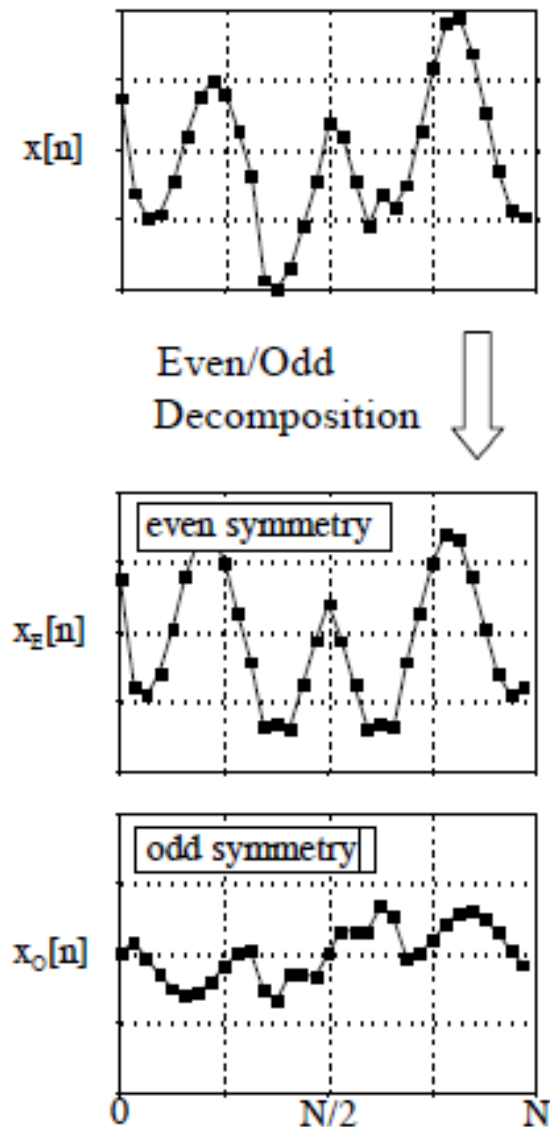


Decomposities

- **Even/oneven decompositie**
- Signaal opsplitsen in 2 componentensignalen (één met even symmetrie en één met oneven symmetrie)
 - Signaal indexen tussen 0 en N-1
 - N-punt signaal heeft een even symmetrie als het een spiegelbeeld heeft rond punt N/2 (dit is sample $N/2 - \frac{1}{2}$)
 - $x[N/2 + 1] = x[N/2 - 1]$
 - $x[N/2 + 2] = x[N/2 - 2]$
 - N-punt signaal heeft oneven symmetrie als rond het center dezelfde magnitude maar tegenovergesteld in teken]
 - $x[N/2 + 1] = -x[N/2 - 1]$
 - $x[N/2 + 2] = -x[N/2 - 2]$

$$x_E[n] = \frac{x[n] + x[N-n]}{2}$$

$$x_O[n] = \frac{x[n] - x[N-n]}{2}$$

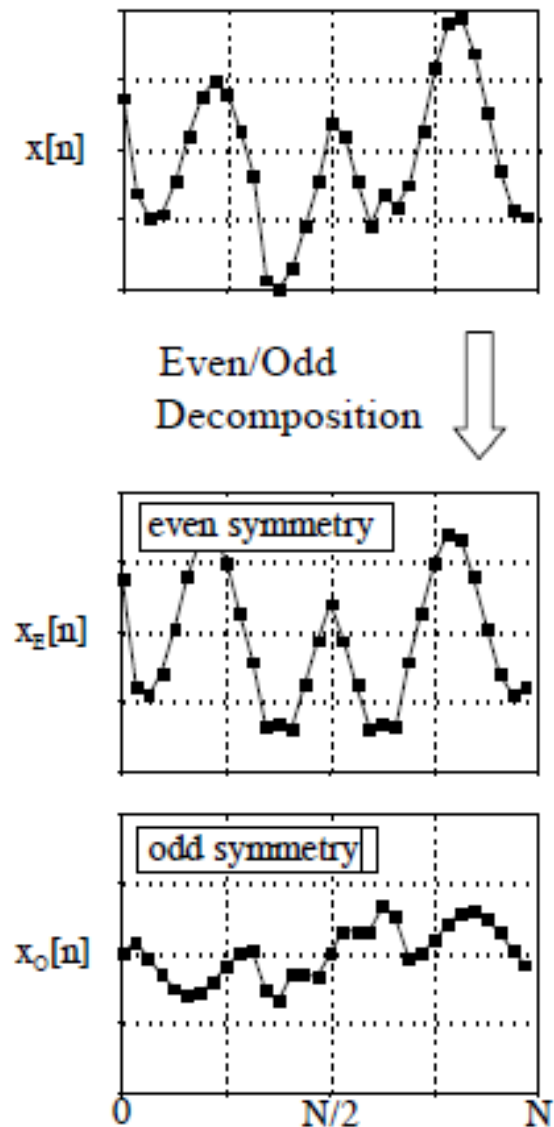


Decomposities

- **Even/oneven decompositie**
- Maakt deel uit van circulaire symmetrie (belangrijk concept binnen DSP)
 - Gebaseerd op de theorie om het einde van het signaal te verbinden met het begin van het signaal $x[N-1]$ ligt naast $x[0]$
 - Zijn eigenlijk twee punten van symmetrie aanwezig : $x[0]$ en $x[n/2]$
 - Even signaal
 - Symmetrie rond $x[0] \Rightarrow x[1] = x[N-1]$ enz..
 - $x[0]$ en $x[N/2]$ zijn gelijk aan de overeenstemmende punten in het originele signaal
 - Oneven signaal
 - Punt $x[0]$ en punt $x[N/2]$ hebben steeds een waarde 0.

$$x_E[n] = \frac{x[n] + x[N-n]}{2}$$

$$x_O[n] = \frac{x[n] - x[N-n]}{2}$$

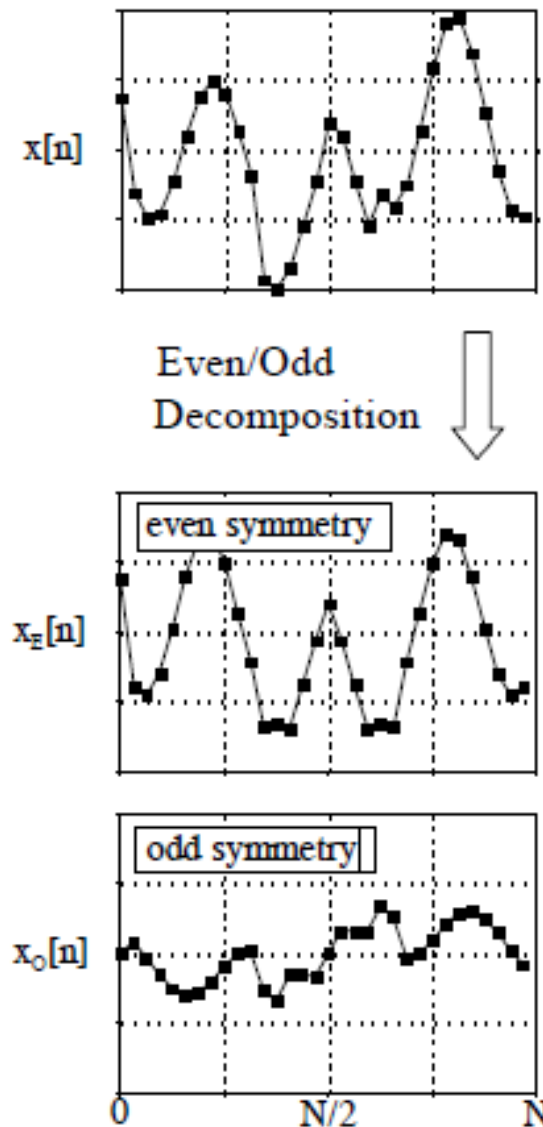


Decomposities

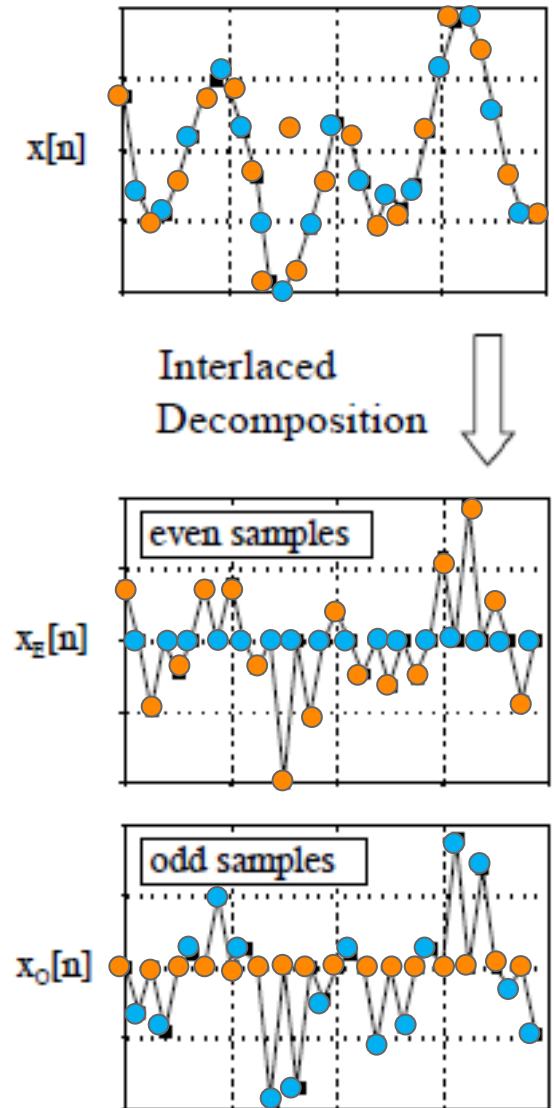
- **Even/oneven decompositie**
- Waarom circulaire symmetrie?
 - Reden hiervoor is een DSP-techniek die Fourier Analyse noemt
 - Wiskunde achter Fourier analyse bekijkt het signaal alsof het circulair is
 - Voorlopig belangrijk te weten dat onderstaande vergelijkingen gebruikt kunnen worden voor decompositie vermits de even en oneven delen samengeteld kunnen worden om het originele signaal te reconstrueren

$$x_E[n] = \frac{x[n] + x[N-n]}{2}$$

$$x_O[n] = \frac{x[n] - x[N-n]}{2}$$



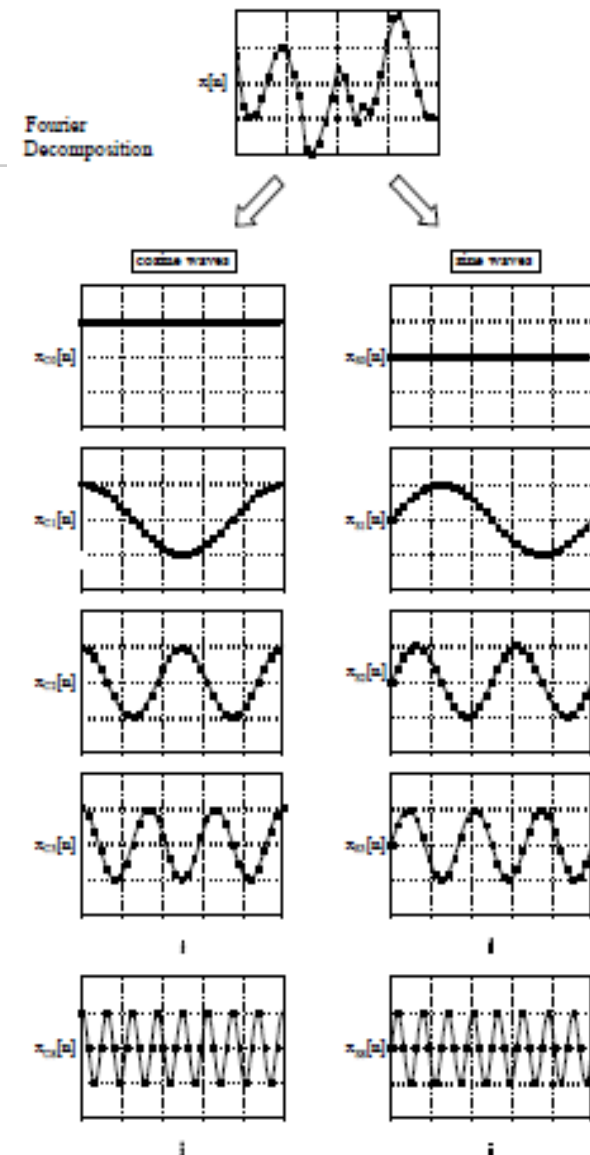
- **Interlaced Decompositie**
- Opsplitsen signaal in even en oneven component
 - Vinden even component: alle oneven samplenummers op 0 zetten
 - Vinden oneven component: alle even signalen op 0 zetten
- **Interlaced decompositie is de basis voor de Fast Fourier Transformatie (FFT)** = zeer belangrijk binnen DSP
 - FFT is een groep van algoritmen (ontwikkeld in de jaren '60) om de verwerkingstijd voor Fourier decompositie te verminderen
 - FFT vermeerderd de snelheid met een factor honderd tot duizend(en)
- Strategie FFT
 - Reduceert het signaal tot elementaire componenten via herhaaldelijk gebruik te maken van de interlaced transformaties
 - Berekent de Fourier decompositie van de individuele componenten
 - Synthyseert de antwoorden samen in een map en geeft het finale antwoord



Decomposities

- **Fourier Decompositie**

- Niet zo vanzelfsprekend; zeer wiskundig model
- Ieder N-punt signaal kan gedecomposeerd worden in N/2 signalen, de helft van hun zijn sinus-signalen, de andere helft zijn cosinussignalen
- De laagste frequentiecosinusgolf ($x_{co}[n]$) maakt 0 complete cycli over de N-samples => DC-signaal
- De volgende cosinus-componenten maken één, twee en 3 volledige cyclussen over de N samples
- Analooog voor sinuscomponent
- Vermits de frequentie is vast => het enige dat kan veranderen bij verschillende signalen die moeten gedecomposeerd worden is de amplituden van ieder van de sinus- en cosinusgolven



Decomposities

- **Fourier Decompositie**

- **Belang Fourier Decompositie**

- Een breed scala van signalen zijn samengesteld uit verschillende sinuscomponenten (denk aan muziek). **Fourier decompositie geeft een directe analyse van de informatie die in deze signalen vervat zit**
 - Sinusinput in een lineair systeem levert een sinusoutput op => systemen kunnen hier bekeken worden op hoe amplitude en fase veranderen van sinussen die door het systeem passeren **Vermits een ingangssignaal kan opgesplitst worden in sinussen en de kennis beschikbaar is hoe het systeem reageert op een sinusinput => output van systeem kan worden gevonden**
 - Fourier decompositie is de basis voor een breed en krachtig wiskundig gebied: Fourier analyse, Laplace en Z-transformatie **De meest geavanceerde DSP-algoritmes zijn gebaseerd op een bepaald aspect van deze technieken**

