

# Laboratorio di Project Management: PERT Diagram

UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informazione  
e Matematica

**Roberta Capuano – Postdoctoral Researcher**

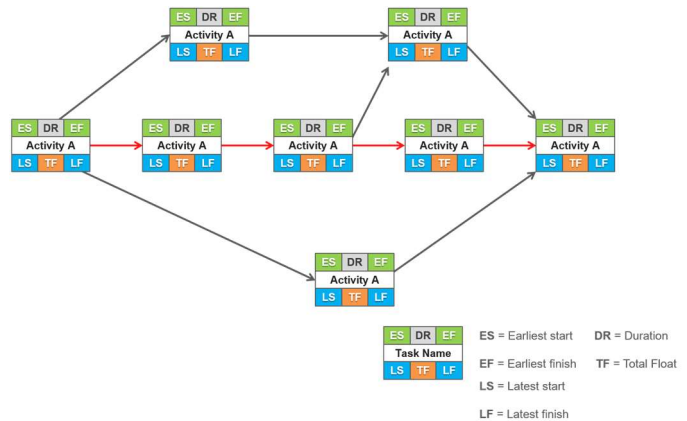
[F1I018] - INGEGNERIA DEL SOFTWARE – A.A. 2024/2025

Università degli Studi dell'Aquila / Italy

# PERT – Project Evaluation and Review Technique

2

- Fornisce una rappresentazione grafica della timeline del progetto
- Permette di analizzare i task del progetto e stimare il tempo necessario al completamento di ciascun task
- Permette di stimare la durata massima necessaria al completamento del progetto.



## Come Rappresentare il PERT: Background in Teoria dei Grafi

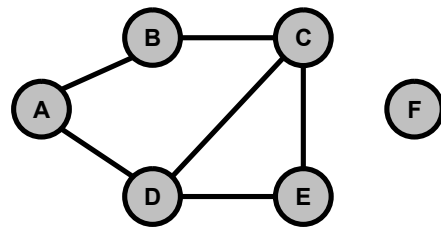
3

➤ Un Grafo  $G=(V,E)$  consiste in:

- Un insieme  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  di vertici (**nodi**)
- Un insieme  $E = \{(v_i, v_j) \mid v_i, v_j \in V\}$  di coppie **distinte** di vertici detti **archi**

➤ Esempio:  $G = (V,E)$

- $V = \{A, B, C, D, E, F\}$
- $E = \{ \{A,B\}, \{A,D\}, \{B,C\}, \{C,D\}, \{C,E\}, \{D,E\} \}$

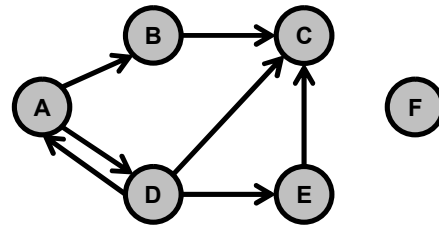


## Come Rappresentare il PERT: Background in Teoria dei Grafi

4

- Grafo diretto  $D = (V, E)$  consiste in:
  - Un insieme  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  di vertici (o **nodi**)
  - Un insieme  $E = \{(v_i, v_j) \mid v_i, v_j \in V\}$  di vertici distinti chiamati **archi**. L'arco  $(v_i, v_j)$  è detto **uscente** da  $v_i$  ed **entrante** in  $v_j$ .

- Esempio:  $D = (V, E)$ 
  - $V = \{A, B, C, D, E, F\}$
  - $E = \{(A, B), (A, D), (B, C), (D, C), (E, C), (D, E), (D, A)\}$



## Esempio – Matrice delle Dipendenze

5

Attività	Predecessore	Durata (giorni)
A	-	3
B	A	4
C	A	2
D	B	5
E	C	1
F	C	2
G	D,E	4
H	F,G	3

Date due attività, A e B, A è il predecessore di B se l'attività B può cominciare solo quando si è completata l'attività A!

## Esempio: Costruzione della Rete

6

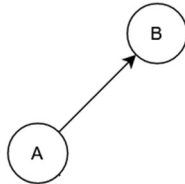
Attività	Predecessore	Durata (giorni)
A	-	3
B	A	4
C	A	2
D	B	5
E	C	1
F	C	2
G	D,E	4
H	F,G	3



## Esempio: Costruzione della Rete

7

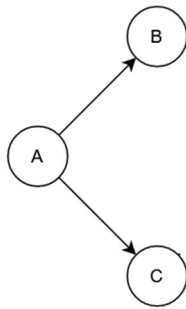
Attività	Predecessore	Durata (giorni)
A	-	3
B	A	4
C	A	2
D	B	5
E	C	1
F	C	2
G	D,E	4
H	F,G	3



## Esempio: Costruzione della Rete

8

Attività	Predecessore	Durata (giorni)
A	-	3
B	A	4
C	A	2
D	B	5
E	C	1
F	C	2
G	D,E	4
H	F,G	3

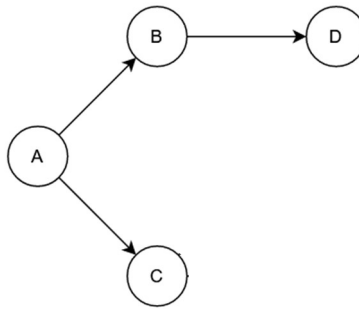




## Esempio: Costruzione della Rete

9

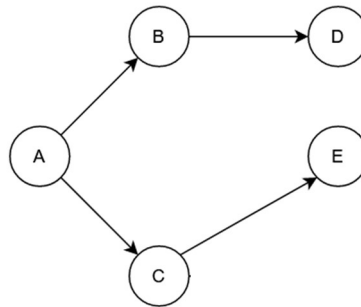
Attività	Predecessore	Durata (giorni)
A	-	3
B	A	4
C	A	2
D	B	5
E	C	1
F	C	2
G	D,E	4
H	F,G	3



## Esempio: Costruzione della Rete

10

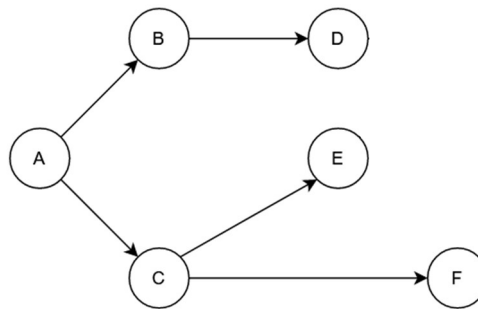
Attività	Predecessore	Durata (giorni)
A	-	3
B	A	4
C	A	2
D	B	5
E	C	1
F	C	2
G	D,E	4
H	F,G	3



## Esempio: Costruzione della Rete

11

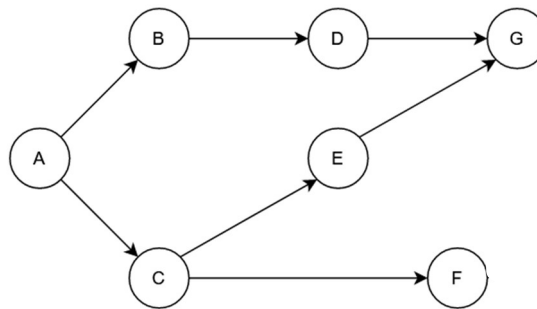
Attività	Predecessore	Durata (giorni)
A	-	3
B	A	4
C	A	2
D	B	5
E	C	1
F	C	2
G	D,E	4
H	F,G	3



## Esempio: Costruzione della Rete

12

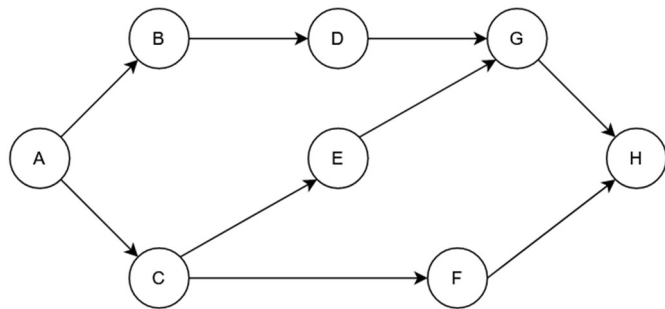
Attività	Predecessore	Durata (giorni)
A	-	3
B	A	4
C	A	2
D	B	5
E	C	1
F	C	2
G	D,E	4
H	F,G	3



## Esempio: Costruzione della Rete

13

Attività	Predecessore	Durata (giorni)
A	-	3
B	A	4
C	A	2
D	B	5
E	C	1
F	C	2
G	D,E	4
H	F,G	3



## Diagramma PERT – Forward Path

14

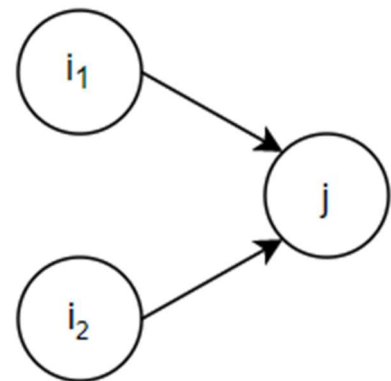
### ➤ Forward Path:

- Permette di calcolare il *Tempo di Completamento* ovvero il tempo necessario a terminare il progetto

### ➤ Come si calcola: si stabiliscono *Earl Start* (Es) ed *Earl Finish* (Ef) del task e si considera la durata stimata del task (D).

$$Es_j = \max(Ef_i)$$

$$Ef_j = Es_j + D_j$$

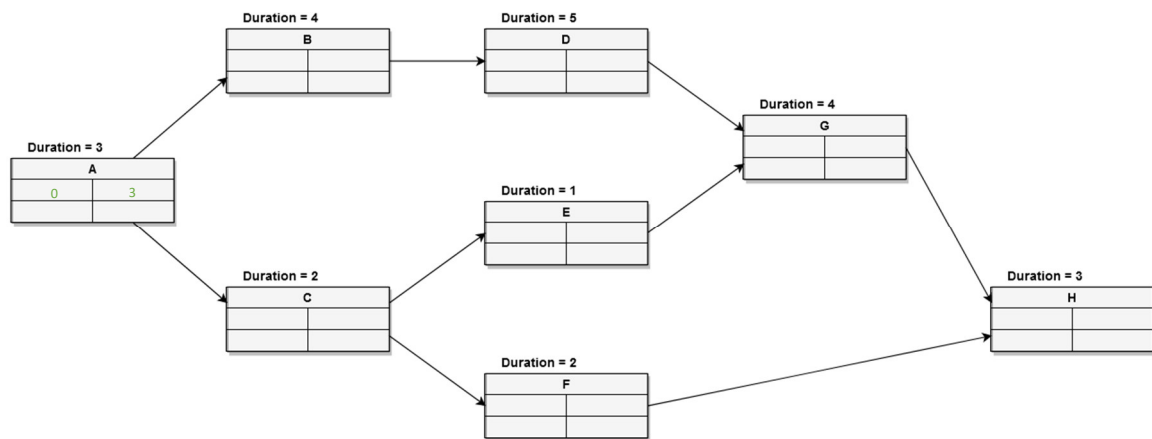


## Esempio: Diagramma PERT – Forward Path

15

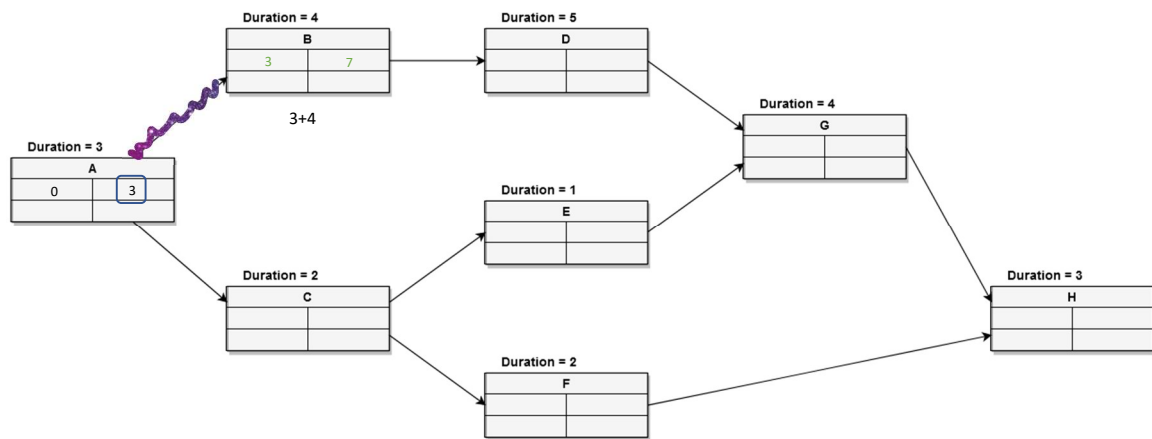
$$Es_j = \max(Ef_i)$$
$$Ef_j = Es_j + D_j$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish



## 16

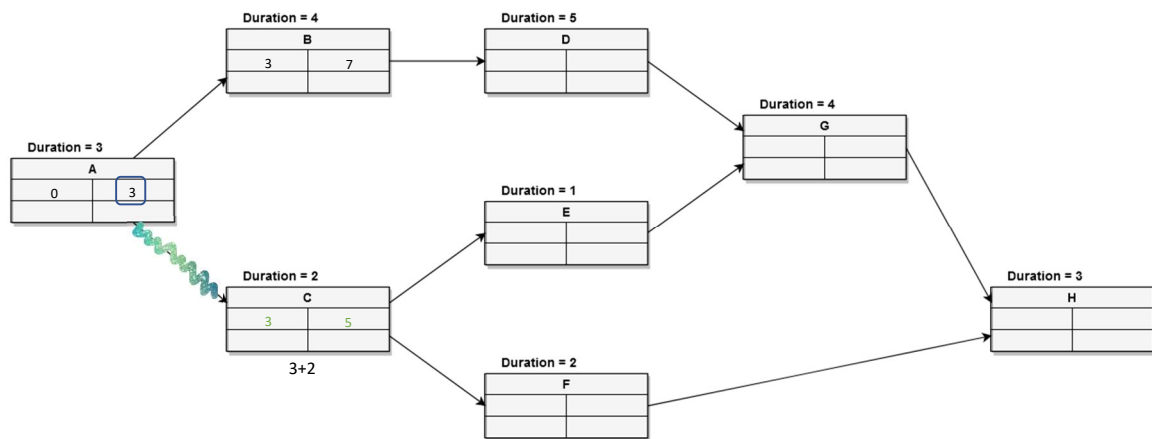
Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish





## Esempio: Diagramma PERT – Forward Path

17



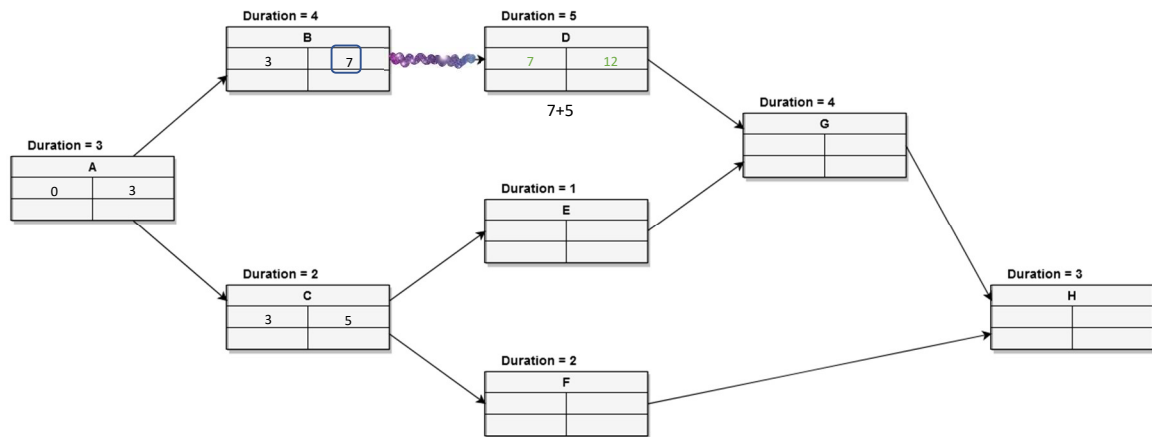
# Esempio: Diagramma PERT – Forward Path

18

$$Es_j = \max(Ef_i)$$

$$Ef_j = Es_j + D_j$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish



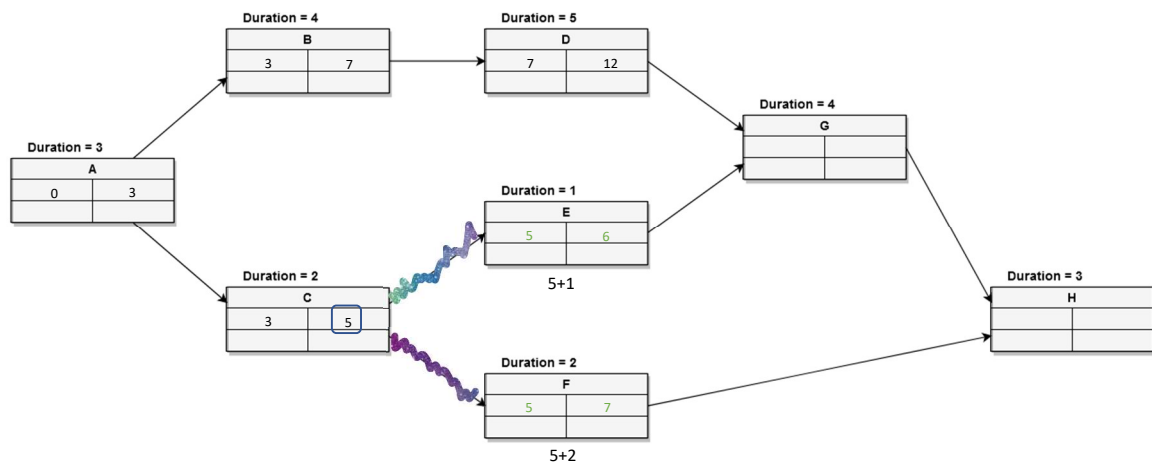
# Esempio: Diagramma PERT – Forward Path

19

$$Es_j = \max(Ef_i)$$

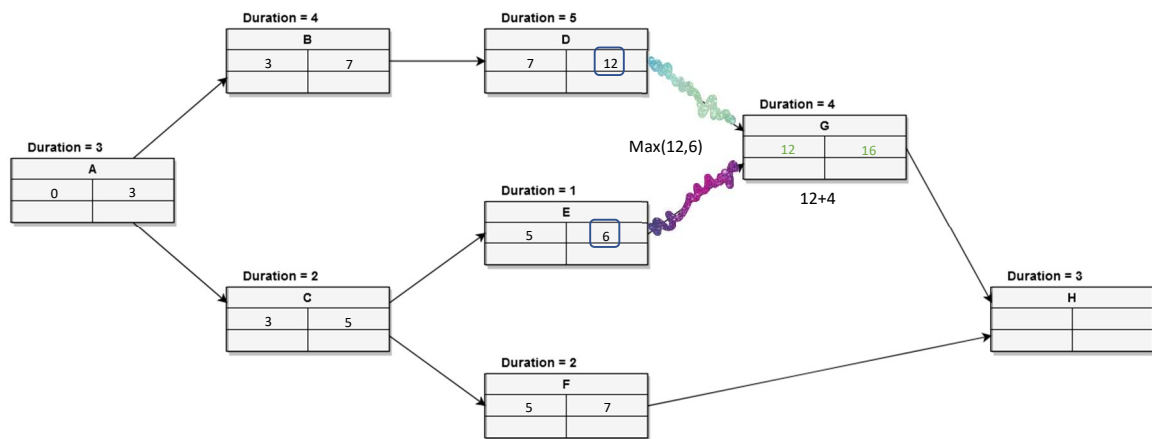
$$Ef_j = Es_j + D_j$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish



# Esempio: Diagramma PERT – Forward Path

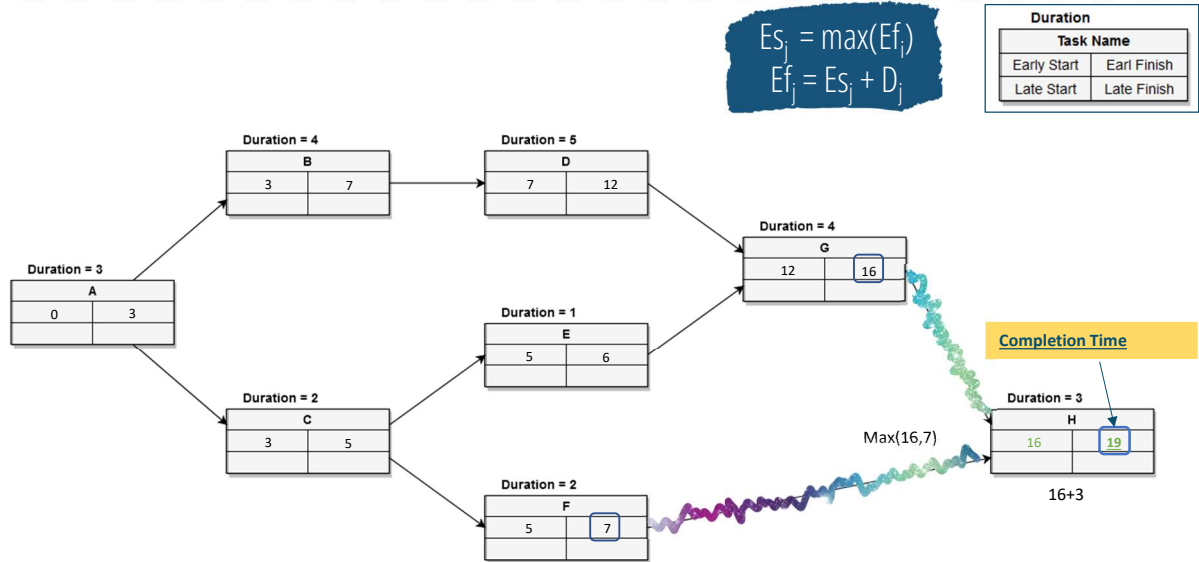
20



Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish

# Esempio: Diagramma PERT – Forward Path

21



## Diagramma PERT – Backward Path

22

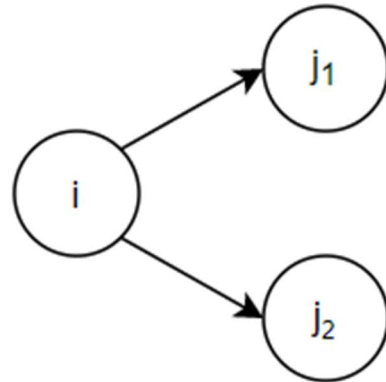
### ➤ Backward Path:

- Permette di calcolare il *Massimo Tempo di Completamento* ovvero il tempo massimo necessario a terminare il progetto

- ### ➤ Come si calcola:
- si stabiliscono *Late Start* (Ls) ed *Late Finish* (Lf) del task e si considera la durata stimata del task (D).

$$Ls_i = Lf_i - D_i$$

$$Lf_i = \min(Ls_j)$$



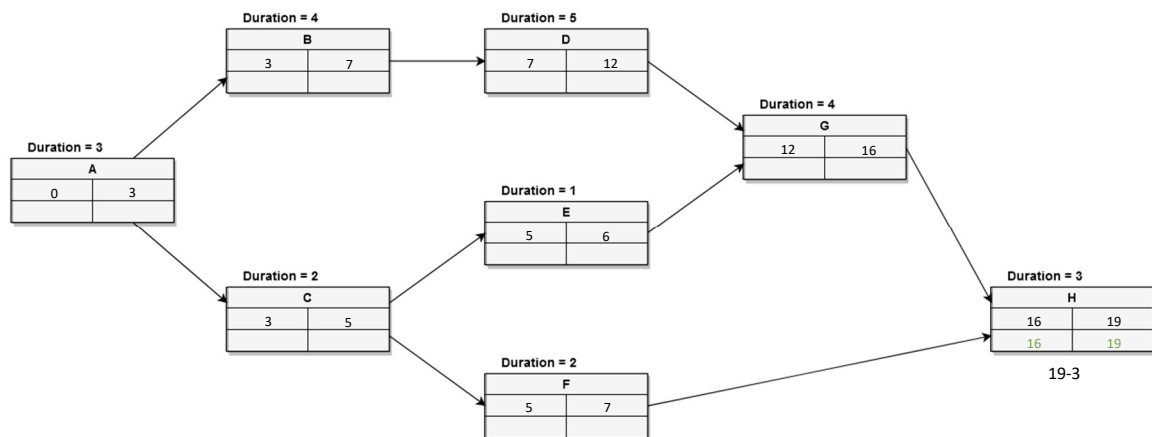
# Esempio: Diagramma PERT – Backward Path

23

$$LS_i = Lf_i - D_i$$

$$Lf_i = \min(LS_j)$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish



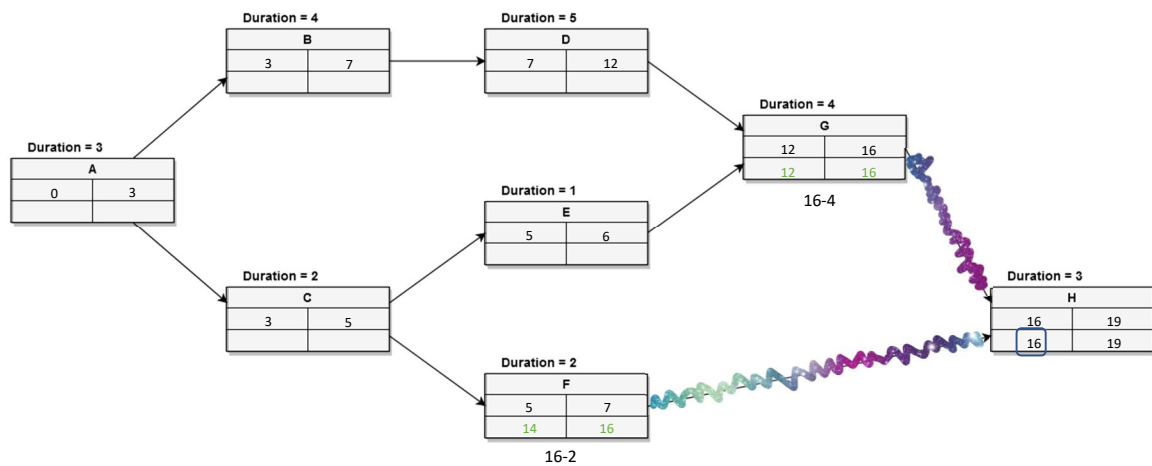
# Esempio: Diagramma PERT – Backward Path

24

$$LS_i = Lf_i - D_i$$

$$Lf_i = \min(LS_j)$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish





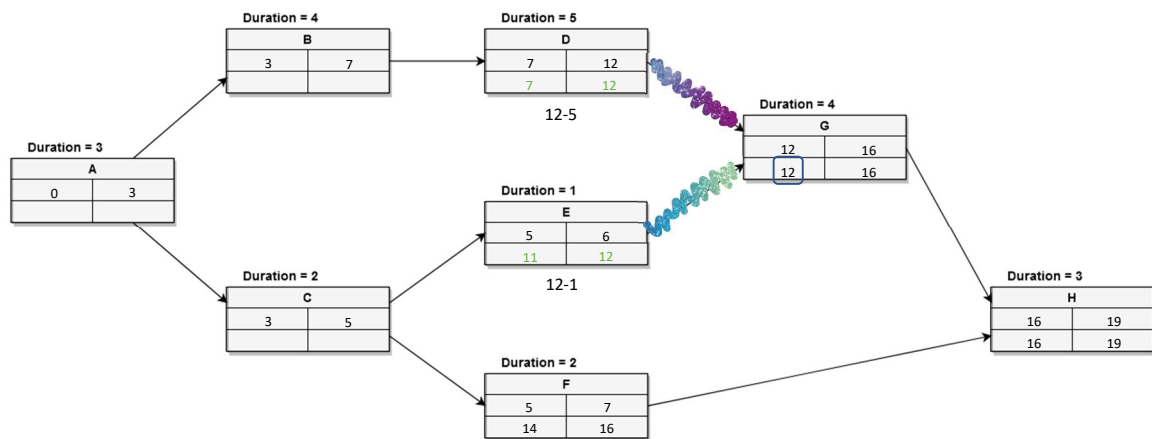
# Esempio: Diagramma PERT – Backward Path

25

$$Ls_i = Lf_i - D_i$$

$$Lf_i = \min(Ls_j)$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish



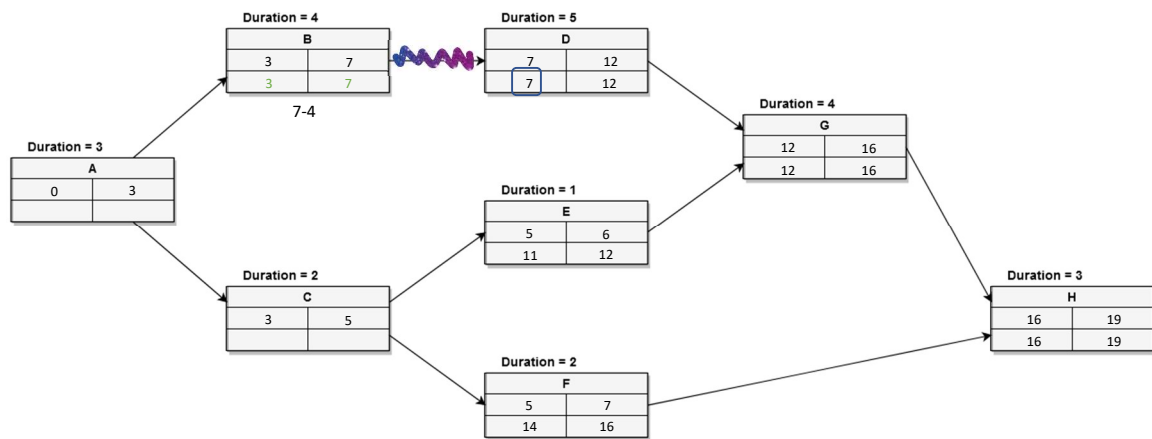
# Esempio: Diagramma PERT – Backward Path

26

$$LS_i = LF_i - D_i$$

$$LF_i = \min(LS_j)$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish



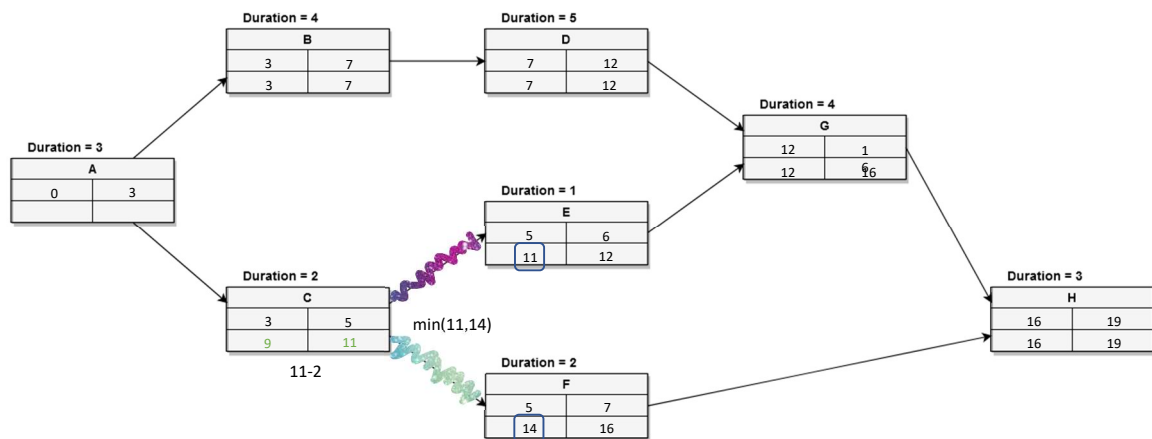
# Esempio: Diagramma PERT – Backward Path

27

$$LS_i = Lf_i - D_i$$

$$Lf_i = \min(LS_j)$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish



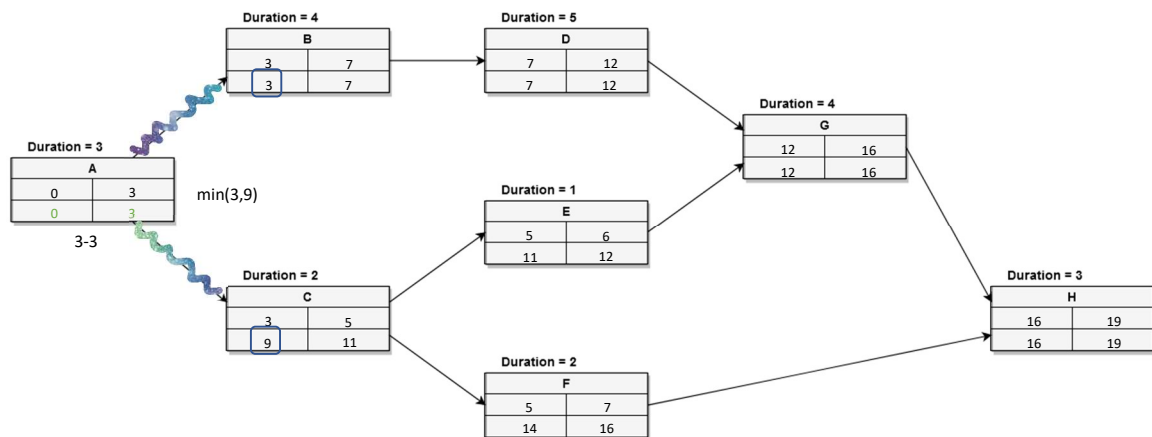
# Esempio: Diagramma PERT – Backward Path

28

$$Ls_i = Lf_i - D_i$$

$$Lf_i = \min(Ls_j)$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish



## PERT – Total Float e Critical Path

29

➤ *Total Float (Stack):*

$$Lf - Ef$$

➤ *Critical path:* sequenza di task critici per i quali lo sfioramento del proprio tempo di completamento incide sul tempo totale di completamento del progetto.

$$\text{Total Float} = 0$$

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish

# Esempio: Diagramma PERT – Critical Path

30

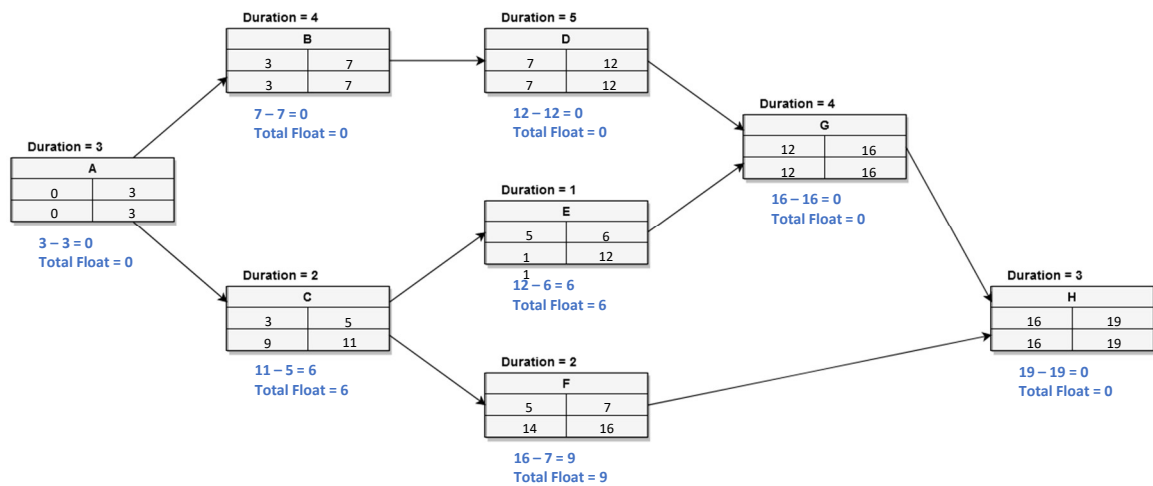
Lf - Ef

Duration

Task Name

Early Start Early Finish

Late Start Late Finish

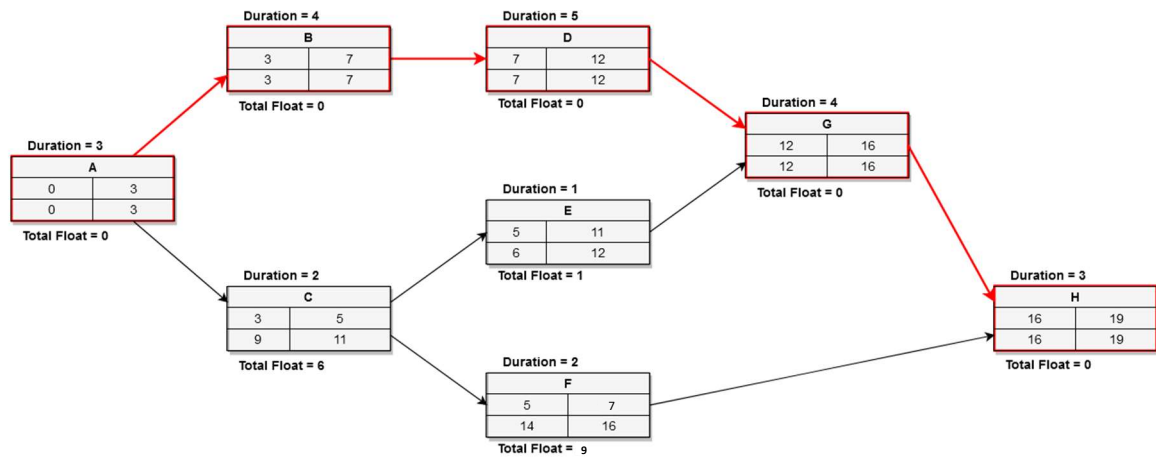


# Esempio: Diagramma PERT – Critical Path

31

Total Float = 0

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish



## Applicazione al Caso di Studio: Dashboard Alluvioni

32

**Obiettivo:** Realizzare una dashboard che permetta di monitorare in tempo reale dati provenienti da sensori distribuiti in zone a rischio alluvione all'interno di una città o di una regione. Questi sensori rileveranno parametri chiave come livello dell'acqua, intensità della pioggia, saturazione del suolo e velocità del vento. Ogni sensore avrà un codice identificativo univoco e sarà associato a una zona specifica soggetta a rischio idrogeologico.

**Descrizione del sistema:** I sensori, distribuiti in diverse aree geografiche come fiumi, canali, bacini di raccolta e aree urbane a rischio raccoglieranno periodicamente i seguenti parametri:

- Livello dell'acqua
- Velocità di flusso dei fiumi
- Pioggia cumulativa
- Saturazione del terreno
- Velocità e direzione del vento

Ogni sensore invierà periodicamente i dati al sistema centrale insieme allo stato di funzionamento del sensore stesso (0-1). La dashboard mostrerà i dati raccolti e informerà i gestori di eventuali superamenti delle soglie critiche predefinite, come ad esempio il superamento del livello di allerta di un fiume o l'intensità delle piogge.

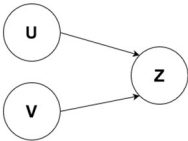


# Applicazione al Caso di Studio

Attività	Predecessori
Z	V



Attività	Predecessori
Z	U,V



Forward Path	Backward Path
$E_{sj} = \max(E_{fi})$ $E_{fj} = E_{sj} + D_j$	$L_{si} = L_{fi} - D_i$ $L_{fi} = \min(L_{sj})$

ID	Attività	Predecessori	Durata (Giorni)
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			
I			
J			

Duration	
Task Name	
Early Start	Earl Finish
Late Start	Late Finish