Trabalho Controle Não Linear - TRMS

Matheus Bawden Silverio de Castro - 222105990

18 de dezembro de 2023

1 Introdução

Trabalhos em controle de sistemas é um campo de estudo com continuas melhoras e aperfeiçoamentos. Sendo implementados em sistemas das mais diversas aplicações e naturezas. Em sistemas de controle de nível, controle de temperatura, corrente e diversos outros aspectos[1-4].

Existem diversas teorias para a determinação das técnicas de controle, determinação dos ganhos e do sinal de referência ou da entrada. Clássicas como o IMC, *Ziegler-Nichols*, para determinar os ganhos do PID. Controle no domínio da frequência, ou por *lyapunov* para determinar a forma do sinal do controlador.

Todas as técnicas tem suas limitações que a planta pode possuir, sendo que os sistemas trabalhados podem ser de natureza não linear, variante no tempo, ser MIMO ou SISO, possuir acoplamento entre as variáveis de controle.

O controle por *flatness* é uma técnica capaz de lidar com a maior parte dos problemas que as técnicas clássicas de controle não conseguem lidar. Com sistemas MIMO ou SISO, não lineares e variantes no tempo. Permitindo planejar a trajetória que os estados do sistema tem que fazer e implementando o controle para corrigir o comportamento do sistema, lidando com todas as não linearidades e variações de parametros do sistema de acordo com os estados atuais do sistema.

O sistema utilizado neste trabalho o TRMS(*twin rotor motor system*) é uma planta didática bem trabalhada no meio acadêmico que apresenta as dinâmicas de um helicóptero para a arfagem e a guinada, mas limitada mecanicamente para o rolamento, e para os eixos X, Y e Z. O que permite um sistema de ordem 6, considerando a dinâmica dos motores, com equações não lineares com dinâmicas com alta dependência do estado atual.

2 metodologia

O sistema TRMS terá o controle implementado pela técnica de *flatness*, sendo primeiramente linearizado em toda a trajetória e conferido sua controlabilidade. E com este requisitos de conferir sua controlabilidade pelas possíveis trajetórias e se ele é diferencialmente plano em todas as combinações dos estados veremos se é possível continuar a implementação do sistema de controle por *flatness.*

O segundo passo da metodologia é determinar as saídas planas do sistema, já como o sistema possui duas entras e saídas, deve possuir pelo menos duas saídas planas.

3 Desenvolvimento e Resultados

As equações do sistema para a arfagem são descritas abaixo:

$$I_1\ddot{\Psi} = M_1 - M_{FG} - M_{B\psi} - M_G \tag{1}$$
$$M_1 = a_1\tau_1^2 + B_1\tau_1 \tag{2}$$
$$M_{FG} = M_g sin(\psi) \tag{3}$$
$$M_{B\psi} = B_{1\Psi}\dot{\Psi} + B_{2\Psi} sin(2\Psi)\dot{\varphi}^2 \tag{4}$$
$$M_G = K_{gy}M_1\dot{\varphi} cos(\Psi) \tag{5}$$

As equações do sistema para a guinada são descritas abaixo:

$$I_2\ddot{\varphi} = M_2 - M_{B\varphi} - M_R \tag{6}$$
$$M_2 = a_2\tau_2^2 + B_2\tau_2 \tag{7}$$
$$M_{B\varphi} = B_{1\varphi}\dot{\varphi} \tag{8}$$
$$M_R = K_c\frac{T_o s+1}{T_p s+1}M_1 \tag{9}$$

Sendo Ψ, φ as variáveis de arfagem e guinada respectivamente e Ψ, φ o momento dos motores com equações descritas abaixo. E com os outros termos sendo constantes do sistema. Para as equações da dinâmica dos momentos dos motores 1 e 2 será dado:

$$\tau_1 = m_1\omega_1 \tag{10}$$
$$\frac{d\tau_1}{dt} = -\frac{T_{10}}{T_{11}}\tau_1 + \frac{k_1}{T_{11}}u_1 \tag{11}$$
$$\tau_2 = m_2\omega_2 \tag{12}$$
$$\frac{d\tau_2}{dt} = -\frac{T_{20}}{T_{21}}\tau_1 + \frac{k_2}{T_{21}}u_2 \tag{13}$$

Sendo $T_{10}, T_{11}, T_{20}, T_{21}$ parâmetros do motor, assim como k_1, k_2, m_1, m_2, sendo definidos como τ_1, τ_2 os momentos da hélice principal e a hélice da calda do modelo.

Aplicando a linearização do sistema para as variáveis de estado $[\Psi, \dot{\Psi}, \varphi, \dot{\varphi}, \tau_1, \tau_1]$ fazendo a parametrização $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]$. Com a matriz A sendo: Sendo $alpha_1, alpha_2$

0	1	0	0	0	0
$alpha_1$	$-B_{1P}/I_1$	0	$alpha_2$	$alpha_3$	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0,	$-B_{1Y}/I_2$	$-(K_c * T_O * (b_1 + 2 * a_1 * x5_d))/(I_2 * T_P)$	$(b_2 + 2 * a_2 * x6_d)/I_2$
0	0	0	0	-T10/T11	0
0	0	0	0	0	-T20/T21

Tabela 1: Matriz A

$$\alpha_1 = -(2 * B_{2P} * cos(2 * x1_d) * x4_d^2 - K_{gy} * sin(x1d) * (a_1 * x5_d^2 + b_1 * x5_d) * x4_d + M_g * cos(x1_d))/I_1 \tag{14}$$
$$\alpha_2 = -(2 * B_{2P} * x4_d * sin(2 * x1_d) + K_{gy} * cos(x1_d) * (a_1 * x5_d^2 + b_1 * x5_d))/I_1 \tag{15}$$
$$\alpha_3 = (b_1 + 2 * a_1 * x5_d - K_{gy} * x4_d * cos(x1d) * (b_1 + 2 * a_1 * x5_d))/I_1 \tag{16}$$

Sendo todos os termos subscritos de "d"os valores para o estado na trajetória desejado a dado momento t.

A matriz B será definida abaixo:

0	0
0	0
0	0
0	0
k1/T11	0
0	k2/T21

Tabela 2: Matriz B

Com esses dados se calculou a matrix de controlabilidade para o sistema variando no tempo:

$$C_K = \begin{bmatrix} B1 & AB1 - \frac{dB1}{dt} & A^2B1 - 2A\frac{dB1}{dt} + \frac{d^2B1}{dt^2} & B2 & AB2 - \frac{dB2}{dt} & A^2B2 - 2A\frac{dB2}{dt} + \frac{d^2B2}{dt^2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Considerando $B1$ a coluna de B referente a primeira entrada e $B2$ referente a segunda entrada do sistema. Para a construção da saída plana de fez o calculo:

$$F = K\Phi C_K^{-1}X \quad (18)$$

Sendo a matriz K composta de números reais e com as constantes $K11, K22$ diferentes de 0, e a matriz Φ para selecionar a saída plana de acordo com a seleção de colunas das entras B1 e B2. Com X sendo os estados x1 ao x6:

$$K = \begin{bmatrix} K11 & 0 \\ 0 & K22 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

As saídas planas serão:

$$\begin{aligned} FO_1 = (&-(k1^2 * k2^3 * (K_g y * x4d * cos(x1d) - 1) * (b_1 + 2 * a_1 * x5d) \\ &(b_2 + 2 * a_2 * x6d)^2)/(I_1 * I_2^2 * T11^2 * T21^3))sX1 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} FO_2 = (&-(K_c * T_O * k1^3 * k2^2 * (K_g y * x4d * cos(x1d) - 1) \\ &* (b_1 + 2 * a_1 * x5d)^2 * (b_2 + 2 * a_2 * x6d))/(I_1 * I_2^2 * T11^3 * T21^2 * T_P)) * sX1 \\ &+ ((k1^3 * k2^2 * (K_g y * x4d * cos(x1d) - 1)^2 * (b_1 + 2 * a_1 * x5d)^2 \\ &* (b_2 + 2 * a_2 * x6d))/(I_1^2 * I_2 * T11^3 * T21^2)) * sX3 \end{aligned} \quad (22)$$

Sendo efetivamente escritas como:

$$FO_1 = a_1 X1 \quad (23)$$
$$FO_2 = g_1 X1 + g_2 X3 \quad (24)$$

E calculando as suas derivadas temporais se obtém os dados necessários para a simulação da implementação do controle por *flatness*.

$$\dot{FO_1} = \dot{a_1}X1 + a_1\dot{X1} = a_7X1 + a_8X2 + a_9X3 + a_{10}X4 + a_{11}X5 + a_{12}X6 \quad (25)$$
$$\dot{FO_2} = \dot{g_1}X1 + g_1\dot{X1} + \dot{g_2}X3 + g_2\dot{X3} = g_7X1 + g_8X2 + g_9X3 + g_{10}X4 + g_{11}X5 + g_{12}X6 \quad (26)$$

Assim sucessivamente até a terceira derivada de cada elemento:

$$\dddot{FO_1} = \begin{bmatrix} g19 & g20 & g21 & g22 & g23 & g24 & g25 & g26 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} sX1 \\ sX2 \\ sX3 \\ sX4 \\ sX5 \\ sX6 \\ sU1 \\ sU2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Definimos $\dddot{FO}_1 e \dddot{FO}_2$ como $\upsilon_1 e \upsilon_2$ respectivamente, para determinamos nosso sinal de entrada desejado:

$$\upsilon_1 = \dddot{FO}_{\delta 1}{}^* - K_1 1^*(\ddot{FO}_{\delta 1} - \ddot{FO}_{\delta 1}{}^*) - K_1 2(\dot{FO}_{\delta 1} - \dot{FO}_{\delta 1}{}^*) - K_1 3^*(FO_{\delta 1} - FO_{\delta 1}{}^*) \quad (28)$$
$$\upsilon_2 = \dddot{FO}_{\delta 1}{}^* - K_2 1^*(\ddot{FO}_{\delta 1} - \ddot{FO}_{\delta 1}{}^*) - K_2 2(\dot{FO}_{\delta 1} - \dot{FO}_{\delta 1}{}^*) - K_2 3^*(FO_{\delta 1} - FO_{\delta 1}{}^*) \quad (29)$$

Sendo todos os $FO^*_{\delta X}$ as saídas planas e suas derivadas desejadas para cada saída plana respectivamente. Simulando no matlab obtivemos os seguintes resultados:

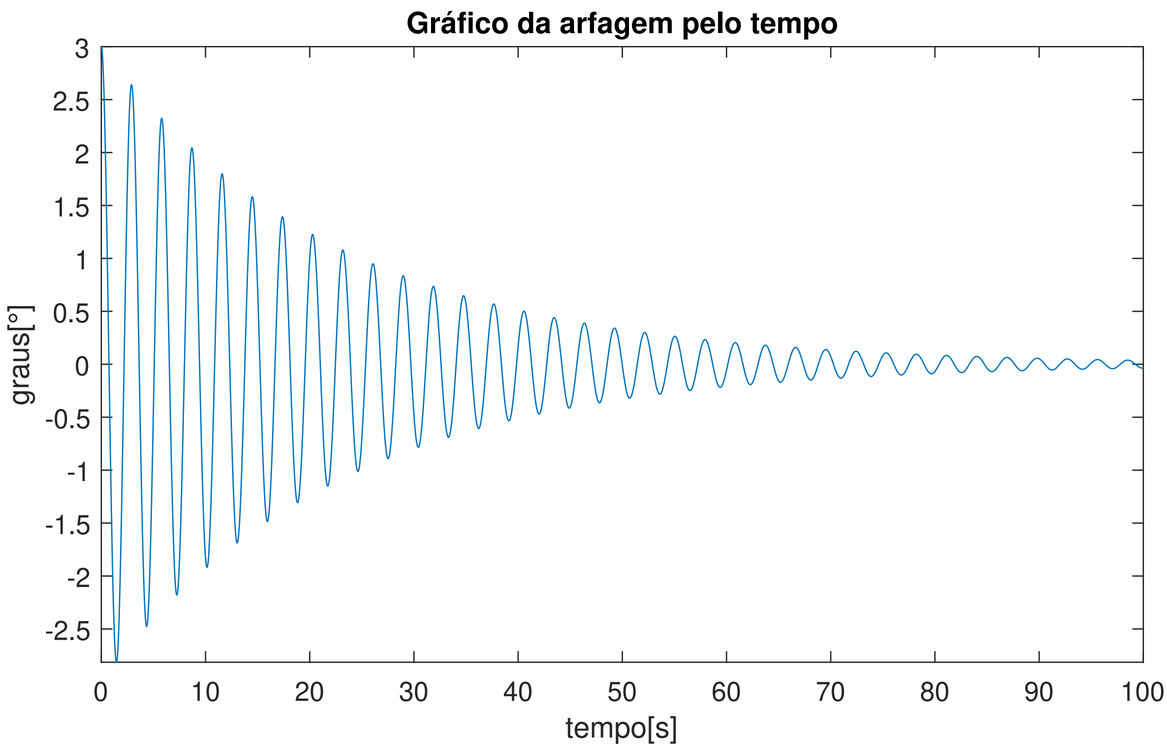

Figura 1: Gráfico da arfagem pelo tempo

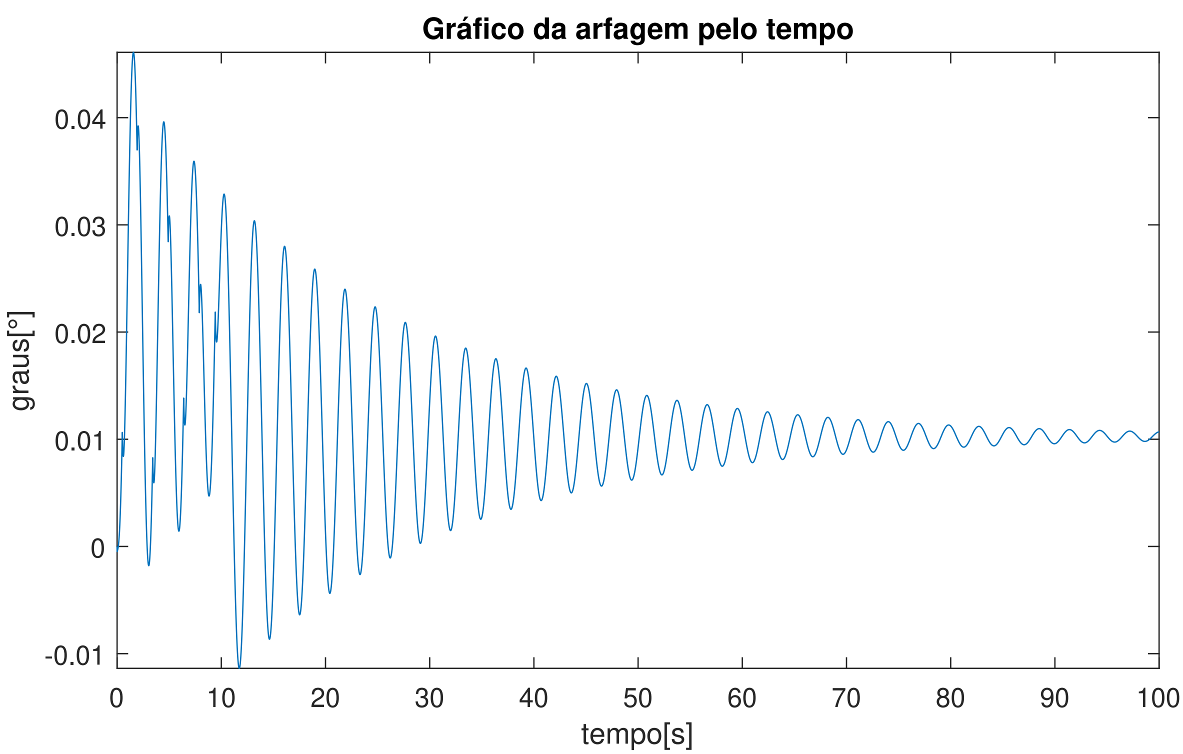

Figura 2: Gráfico da guinada pelo tempo

Podemos observar que o sistema consegue convergir com o tempo mas foi mal implementado pois fica oscilando até chegar na trajetória desejada. sendo necessário melhorar a implementação do sistema de controle mas provando que o sistema de controle por *flatness* é viavel para a planta.

4 Conclusão

A implementação da planta para a simulação foi um sucesso mesmo com a falha de implementação de um sistema de controle por *flatness* que não oscila até sua trajetória desejada. Em trabalhos futuros será feita a correção da implementação para que a na trajetória as variáveis controladas não oscilem e será implementado um observado de estados ou muito provavelmente um filtro de Kalman para se estimar os valores de todos os estados.

Referências