



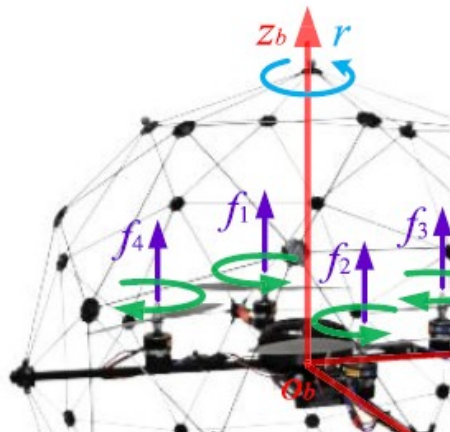
## Projeto Final de SCM 2020-2

### Projeto de Controladores LQR em Quadrotor UAV.

#### 1. Introdução

Atualmente, ao decorrer desses últimos anos, o quadrotor UAV (QUAV) tem recebido uma maior atenção sendo uma classificação ou tipo de UAV. Devido às suas capacidades de decolagem e pouso vertical e pairando, este veículo tem sido amplamente utilizado em muitas áreas, por exemplo, patrulha de segurança [1], vigilância de incêndios florestais [2], inspeção de linhas de transmissão [3] e árabs forças armadas aplicações [4].

Suas inúmeras vantagens foi um combustível fundamental para seu crescimento sem precedentes na comunidade da aviação.



*Figura 1. Esquemático Representativo do Quadrotor UAV.*

Conforme a Figura 1, a representação da estrutura mecânica do UAV é relativamente simples. É composto por quatro rotores controladores independentes montados em uma estrutura transversal rígida [5].

Os impulsos e torques que atuam no QUAV são gerados por dois pares de hélices idênticas de passo fixo. Para equilibrar os torques, um par de hélices (1 e 2) gira no sentido anti-horário enquanto o outro par de hélices (3 e 4) gira no sentido horário. Os movimentos do Quadrotor UAV são obtidos variando as velocidades desses rotores independentes [5].



Temos que o movimento de inclinação ou rotação é produzido pela mudança inversa das velocidades de rotores diametralmente opostos. Já para o movimento de guinada, ele é gerado pela incompatibilidade do equilíbrio de velocidade nos rotores no sentido horário e anti-horário [5]. Por fim, sabe-se que o ajuste simultâneo das velocidades desses rotores fará o movimento vertical.

## 2. Modelo Dinâmico

O Quadrotor é um veículo que possui seis (6) graus de liberdade com apenas os quatro controles de entrada [1], consequentemente o UAV é um sistema não linear sub-atuado.

Se adotarmos que a dinâmica do Quadrotor, conforme estudos e descrições, assuma pequenas velocidades angulares, o modelo dinâmico com distúrbios externos pode ser representado da seguinte maneira [5]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) \frac{u_z}{m} + d_1 \\ \ddot{y} = (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \frac{u_z}{m} + d_1 \\ \ddot{z} = -g + (\cos \theta \cos \phi) \frac{u_z}{m} + d_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\phi} \dot{\theta} - \frac{I_r \dot{\theta} \Omega_r}{I_x} + \frac{u_\phi}{I_x} + d_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\psi} \dot{\phi} - \frac{I_r \dot{\phi} \Omega_r}{I_y} + \frac{u_\theta}{I_y} + d_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{u_\psi}{I_z} + d_4 \end{cases} \quad (2)$$

Onde a equação (1) relaciona o subsistema **translacional**, já a equação (2) ao subsistema **rotacional**.

Ademais, podemos visualizar pela Tabela 1 [5] os parâmetros e suas referentes definições.



Parameter	Definition
$x, y, z$	coordinates of QUAV in the inert
$\phi, \theta, \psi$	roll, pitch, yaw angles of QUAV
$m$	mass of QUAV
$g$	acceleration of gravity
$I_x$	moment of inertia along $x$ axis o
$I_y$	moment of inertia along $y$ axis o
$I_z$	moment of inertia along $z$ axis o
$I_r$	moment of inertia along the prop
$u_z$	total lift force
$u_\phi$	moment of roll
$u_\theta$	moment of pitch
$u_\psi$	moment of yaw
$f$	thrust generated by each propeller

Figura 2. Tabela 1 [5].

### 3. Estratégia de Controle

Conforme exposto através das equações (1) e (2), os ângulos e as suas derivadas temporais não dependem das componentes translacionais. Por outro lado, o sistema translacional depende das coordenadas angulares.

Em relação à linearização, vale considerar que o Quadrotor esteja próximo à condição de *hovering*, de modo que  $u_z \approx mg$  na direção vertical. Ainda, considere que os movimentos tanto de rotação quanto de inclinação são extremamente leves, de modo que  $\sin(\phi) \approx \phi$  e que  $\sin(\theta) \approx \theta$ .

Por fim, considere os valores exibidos na Tabela 2 para os seguintes parâmetros.

Tabela 2 – Relação de Parâmetros.

Descrição dos Parâmetros	Unidade	Valor
Massa do quadricóptero ( $m$ )	kg	0,0630
Distância entre o centro de massa e os rotores ( $l$ )	m	0,0330
Momento de inércia ao redor do eixo x ( $I_x$ )	kgm <sup>2</sup>	$0,5829 \times 10^{-4}$
Momento de inércia ao redor do eixo y ( $I_y$ )	kgm <sup>2</sup>	$0,7169 \times 10^{-4}$



Momento de inércia ao redor do eixo z ( $I_z$ )	kgm <sup>2</sup>	$1,000 \times 10^{-4}$
Gravidade ( $g$ )	m/s <sup>2</sup>	9,81

#### 4. Trabalho Final

##### a. Divisão dos grupos

##### b. Atividades a serem executadas

1. Encontrar a representação em *Espaço de Estado Contínuo* completo (para todos os estados).
2. Encontrar a representação em *Espaço de Estado Discreto*.
3. Projetar um *controlador integral discreto* pelo método de *estados aumentados* utilizando LQR, com o *Filtro de Kalman*.
4. Montar a simulação completa no Simulink.

#### Referências

- [1] A. C. Satıcı, H. Poonawala, and M. W. Spong, “Robust optimal control of quadrotor UAVs,” IEEE Access, vol. 1, pp. 79–93, 2013.
- [2] K. Alexis, G. Nikolakopoulos, A. Tzes, and L. Dritsas, “Coordination of helicopter UAVs for aerial forest-fire surveillance,” in Applications of Intelligent Control to Engineering Systems, vol. 39. Dordrecht, The Netherlands: Springer, 2009, pp. 169–193.



- [3] L. F. Luque-Vega, B. Castillo-Toledo, A. Loukianov, and L. E. Gonzalez-Jimenez, “Power line inspection via an unmanned aerial system based on the quadrotor helicopter,” in Proc. IEEE 17th Medit. Electrotech. Conf., Apr. 2014, pp. 393–397.
- [4] Y. M. Zhang et al., “Development of advanced FDD and FTC techniques with application to an unmanned quadrotor helicopter testbed,” J. Franklin Inst., vol. 350, no. 9, pp. 2396–2422, 2013.
- [5] Yujiang Zhong, Youmin Zhang, Wei Zhang, Junyi Zuo and Hao Zhan, “Robust Actuator Fault Detection and Diagnosis for a Quadrotor UAV With External Disturbances,” in Proc. IEEE Access, vol. 6, 2018.