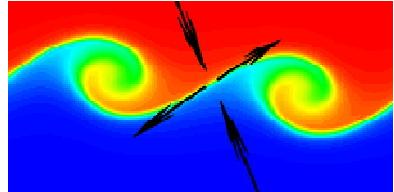


BAB IV

DIAPYCNAL MIXING di LAUT BANDA

*Suppose one knows the sea state at given moment.
How then can one use the general laws of physics
to compute the sea state at a later time?*

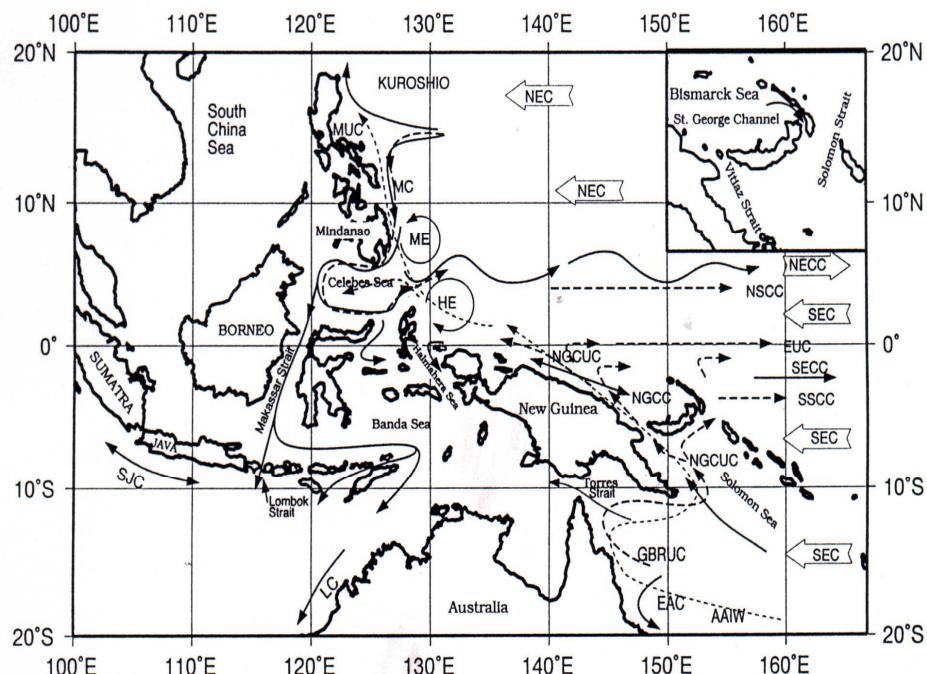
G.J Komen & K. Hasselmann



4.1 Hidrografi Laut Banda dan Sekitarnya

Laut Banda merupakan bagian penting dari sistem dinamika arus yang dinamakan arus lintas Indonesia (ARLINDO) atau Indonesian throughflow, yang menghubungkan massa air dari lautan Pasifik ke lautan India. Dinamika arus ini sangat terpengaruh oleh musim dan mempunyai variabilitas tinggi (Wyrtki 1987). Selama musim tenggara arus lintas ini menguat, dan selama musim barat arus lintas melemah. Pada lapisan permukaan dinamika massa air arus lintas ini dipengaruhi oleh angin permukaan. Selama musim tenggara massa air permukaan bergerak dari laut Banda ke laut Flores, kemudian meneruskan perjalanan ke laut Jawa dan akhirnya ke laut Cina selatan. Selama musim barat massa air bergerak dari laut Jawa dan selat Malaka kemudian memotong laut Flores dan akhirnya masuk ke laut Banda. Hasil observasi menunjukkan bahwa untuk lapisan atas, massa air laut Banda berasal dari massa air lautan Pasifik utara (Gordon et al 1994). Massa air itu masuk ke laut Banda memalui selat Makasar. Sebelum masuk ke selat Makasar massa air itu mengalami pembelokan, tubrukan, berputar-putar, memecah dan sebagainya di daerah Pasifik sebelah barat yang membentuk suatu sistem sirkulasi arus yang dinamakan arus batas barat lintang rendah Pasifik (The Pacific low latitude western boundary currents/LLWBCs). Sebelum kita masuk ke laut Banda ada baiknya kita meninjau secara singkat sistem sirkulasi arus ini secara singkat karena massa air dari sistem inilah yang merupakan asal-usul massa air di laut Banda. Menurut teori lempeng tektonik, pada jaman dahulu kala hanya ada satu lautan yaitu lautan Pasifik sekarang ini. Jadi lautan Pasifik merupakan lautan purba yang merupakan sumber utama massa air di laut Banda.

Didunia ini ada tiga buah lautan yang mempunyai sistem sirkulasi arus LLWBCs yaitu lautan Pasifik, lautan Atlantik dan lautan India. Dari ketiga lautan tersebut hanya LLBWCs di lautan Pasifik yang mempunyai dinamika paling kompleks. Pertama adalah angin (merupakan gaya penggerak utama arus) mempunyai variabilitas yang tinggi karena pengaruh monsoon. Faktor yang lain adalah daerah batasnya berupa kepulauan sehingga akan menyusun kondisi batas yang tak teratur. Bandingkan dengan lautan Atlantik dengan kondisi angin yang umumnya tunak serta batasnya berupa benua afrika dan amerika. Kedua faktor inilah yang menyebabkan dinamika sistem arus LLBWCs di Pasifik barat ini kompleks dan diminati banyak orang untuk menginvestasikan bermilyard-milyard uangnya untuk penelitian oseanografi di daerah ini. Skematik dari LLWBCs di lautan Pasifik dan arus lintas Indonesia dapat dinyatakan dalam gambar berikut:

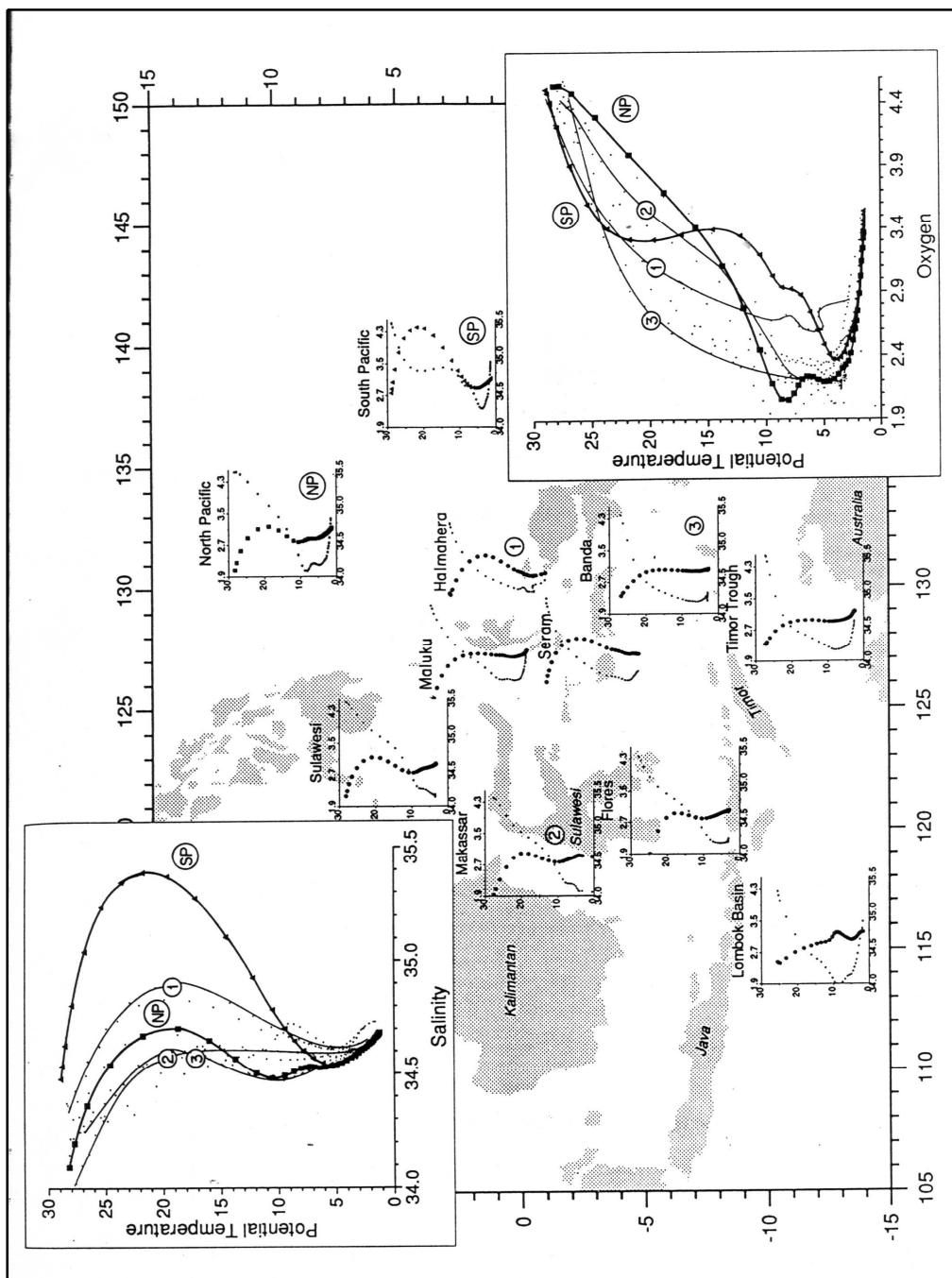


Gambar-1: Diagram skematik the Pacific low latitude western boundary currents (LLBWCs) dan arus lintas Indonesia (Arlindo).
 (sumber Lukas,R et al 1996)

Sumber utama massa air yang menopang sistem sirkulasi arus LLWBCs adalah arus pasifik selatan/South Equatorial Currents (SEC) dan arus pasifik utara/North Equatorial Currents (NEC) (Lukas et al 1996). Di belahan bumi

utara arus pasifik utara (NEC) yang bergerak ke barat pada lintang 14°N akan memecah menjadi dua, arus yang satu bergerak ke utara dan yang lain ke selatan. Arus yang ke utara menjadi arus Kuroshio yang bergerak ke perairan Jepang dan yang bergerak ke selatan menjadi arus Mindanao. Dibelahan Bumi bagian selatan arus ekuator selatan (SEC) yang bergerak kebarat akan membelah di sekitar 15°S yang satu bergerak sepanjang Great Barrier Reef dan akan menjadi Great Barrier Reef Undercurrents (GBRUC) dan kemudian mengalir ke sepanjang pantai Papua New Guenia menjadi The New Guinea Coastal Undercurrents (NGCUC). Massa air yang mengalir ke selatan menjadi arus Australia timur /East Australia Currents (EAC). Dilapisan termokline massa air dari NGCUC mengalir ke timur menjadi Equatorial Undercurrents (EUC), sebagian menjadi North Equatorial Countercurrents (NECC), sebagian lagi menjadi North Subsurface Counter Currents (NSCC) dan sebagian menjadi arus lintas Indonesia yang diduga masuk melalui laut Halmahera. Massa air dari SEC juga masuk ke kepulauan Indonesia melalui selat Torres terus ke laut Arafura. Arus Mindanao bergerak ke selatan sebagian masuk ke laut Sulawesi dan sebagian berinteraksi dengan arus ekuator selatan (SEC). Akibat interaksi ini terjadi defleksi arus ke selatan menjadi North Equatorial Counter Currents yang tak stabil. Akibat defleksi ini juga memicu timbulnya Mindanao Eddy. Arus Mindanao yang masuk ke laut Sulawesi sebagian masuk ke selat Makasar dan sebagian dibelokkan ke timur sepanjang pantai utara Sulawesi dan akhirnya masuk ke laut Halmahera. Interaksi arus ini dengan arus the New Guinea Coastal Currents (NGCC) yang bergerak sepanjang pantai Papua New Guinea akan menimbulkan adanya Halmahera Eddy. Kedua eddy ini dibatasi oleh the North Equatorial Countercurrents (NECC). North Pacific Intermediate Water (NPIW) dan Antarctic Intermediate Water (AAIW) juga terobsevasi di laut Sulawesi dan Laut Halmahera (Kashino et al 1996).

Massa air laut Pasifik utara dan massa air dari pasifik selatan mempunyai sifat yang berbeda dan mudah dibedakan dari salinitasnya atau profil oxigennya. Massa air Pasifik utara mempunyai salinitas maksimum 34.75 ‰ pada 100 meter dan massa air Pasifik selatan mempunyai salinitas maksimum 35.41 ‰ pada 150 meter. Profil oksigen dari massa air Pasifik utara mempunyai curva yang menurun dari permukaan ke dalam dengan minimum disekitar 10°C , sedangkan massa air Pasifik selatan mempunyai profil oksigen yang cenderung konstan antara $25^{\circ}\text{C}-10^{\circ}\text{C}$ (Ffield,A & A.L. Gordon 1992). Hasil analisi massa air yang dinyatakan dalam TS diagram dan profil oksigen dari hasil observasi di perairan Indonesia dapat di lihat dari gambar berikut:



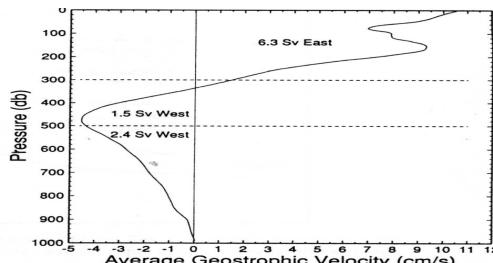
Gambar-2: Analisis massa air di perairan Indonesia bagian timur NP(north pasific) dan SP(south pacific) (sumber: Ffield,A & A. Gordon, 1992).

Selat Makasar merupakan lintasan utama dari pergerakan massa air di lautan Pasifik ke lautan India. Sumber utama massa air yang masuk ke selat Makasar adalah massa air dari Pasifik utara. Massa air ini akan bergerak dari laut Sulawesi masuk ke selat Makasar sepanjang tahun (Wyrtki, 1966). Arus yang kuat yang menuju ke selatan terdeteksi di lapisan intermediate (Waworuntu,J et al 1999). Temperatur dasar dari selat Makasar umumnya konstant dan hanya bervariasi sekitar ± 0.007 °C. Untuk memahami struktur termal di selat Makasar di perlukan minimal sistem hidrodinamika tiga lapis (Waworuntu,J et al 1999). Sedangkan massa air dari Pasifik selatan akan berinfiltasi dari laut Sulawesi masuk ke laut Banda melalui selat Lifamatola. Massa air ini adalah massa air intermediate yaitu massa air dibawah temokline.

Gordon,A & A. Field 1994 mengobservasi bahwa pada musim barat yaitu pada bulan Desember di laut Flores dan laut Banda bagian barat mempunyai salinitas maksimum di sekitar 33 dbar (20°C) dan salinitas minimum disekitar 300dbar (10°C) yang merupakan ciri dari massa air Pasifik utara sub tropik dan massa air Pasifik utara intermediate. Salinitas permukaan lebih tawar dari salinitas sub permukaan, hal ini diakibatkan sebagai konsekuensi tingginya curah hujan dan adanya transport massa air tawar dari sungai.

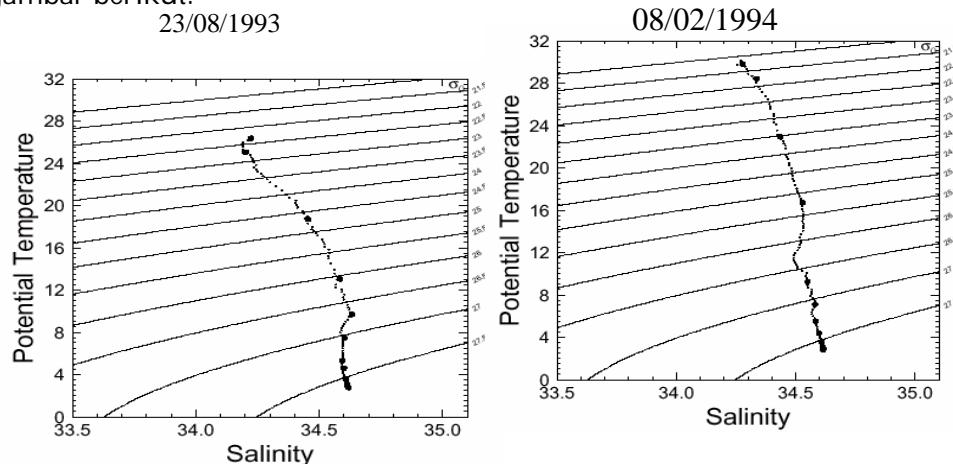
Salinitas permukaan terendah terendah berada di laut Flores bagian barat. Salinitas permukaan sebesar 34.5‰ terobservasi di laut Flores sebelah timur dan laut Banda terobservasi salinitas diatas 34.4‰ . Hal ini menunjukkan bahwa massa air dari lautan Pasifik utara masuk ke laut Banda melalui selat Flores. Selama massa transisi antara musim timur dan musim barat aliran arus permukaan berubah sesuai dengan arah angin, sedangkan aliran bawah permukaan yang bergerak akibat adanya gradien tekanan antara dua samudera akan cenderung tetap. Pada musim barat di lapisan permukaan mempunyai transport massa sebesar 6.3 Sv (1 Sv = 10^6 m³/det) yang berarak ke timur, sedangkan antara 300 sampai 1000 dbar mempunyai transport massa sebesar 3.5 Sv ke arah barat.

Transport geostropik di laut Banda dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar-3: Transport geostropik laut Banda (sumber: Gordon,A & A. Ffiled,1994)

Dibawah 300 dbar salinitas di laut Banda lebih tinggi dibandingkan di laut Flores dengan demikian massa air ini bukan berasal dari lautan Pasifik utara. Gordon,A dan A. Ffiled mengemukakan gagasan bahwa tingginya salinitas di laut Flores sebesar 34.4 ‰ -34.6 ‰ pada kedalaman 300 dbar sampai 1000 dbar diakibatkan adanya massa air dari laut Banda dengan salinitas antara 34.5 ‰ -34.6 ‰ yang bergerak ke barat menuju laut Flores akan menabrak sill (gundukan) di dekat selat Makasar sehingga massa air tadi dibelokkan kembali ke laut Banda Massa air laut Banda di bawah termoklin yang mempunyai salinitas tinggi diindikasikan berasal dari laut Pasifik selatan atau lautan India. Massa air dari laut Pasifik selatan masuk ke laut Banda melalui laut Maluku dan laut Halmahera, sedangkan massa air dari laut India masuk ke laut Banda melalui celah Alor-Wetar dan celah Timor. Analisis massa air dengan TS diagram untuk laut Banda dapat dilihat pada gambar berikut:

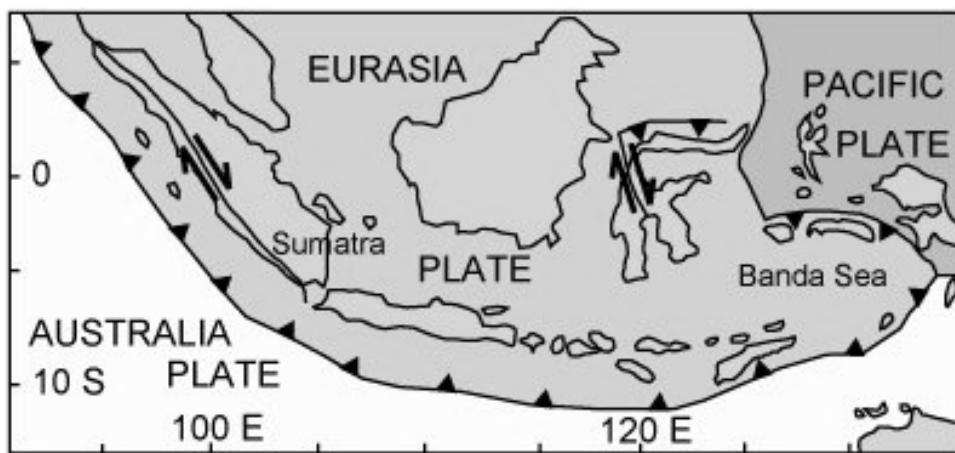


Gambar-4: TS diagram di laut Banda pada musim barat dan musim timur
(Sumber: data ARLINDO).

Di laut Banda pada musim barat mempunyai suhu muka laut rata-rata 4°C lebih panas daripada musim timur (Ilahude,A.G & A. Gordon, 1996). Di tengah laut Banda pada musim timur mempunyai suhu muka laut antara 25.7°C-26.1°C dan di musim barat suhu muka laut antara 29.6°C-30.3°C. Pada musim timur lapisan termokline lebih dangkal sekitar 40m, hal ini mengindikasikan adanya proses upwelling di laut Banda (Wyrtki,K 1961). Salinitas pada musim barat maupun musim timur cenderung sama yaitu berkisar antara 34.1 ‰ -34.4 ‰.

Dibeberapa daerah di sebelah selatan yang berdekatan dengan laut Timor mempunyai harga salinitas sebesar 34.5 ‰ . Sekarang ada baiknya kita tinjau kondisi fisik cekungan Banda.

Secara geologis laut Banda merupakan pertemuan empat lempeng lithosperik, yaitu lempeng Indo-Australia, lempeng Pasifik, lempeng Eurasia dan lempeng Philipina. Lempeng Indo-Australia bergerak ke arah utara, pergerakan lempeng ini bertemu dengan lempeng Eurasia pada sisi sebelah barat dan lempeng Pasifik pada sisi sebelah timur. Laut Banda terletak dimana ketiga lempeng tersebut saling berinteraksi, dan sebelah barat Papua. Di sebelah utara, laut Banda di tumbuk oleh lempeng Philipina. Batas antar lempeng ini masih sulit di identifikasi secara jelas. Data seismisitas menunjukkan bahwa di sebelah barat laut Banda merupakan daerah subduksi dari lempeng Indo-Australia yang bergerak ke utara. Semakin ke timur daerah subduksi ini semakin kompleks karena hadirnya Australia-Papua self.



Gambar-5: Peta tektonik kepulauan Indonesia (sumber:
<http://volcano.urd.nodak.edu>)

Dengan komplikasi tumbukan antar lempeng menyebabkan timbulnya jalur gunung api bawah laut. Beberapa gunung api yang telah teridentifikasi adalah gunung api Banda Api dengan posisi (4,52S;129,87E) bertipe Kaldera, masih aktif dan terakhir meletus tahun 1988. Gunung api ini muncul di permukaan laut dengan lebar sekitar 7 km. Letusan terakhir pada 9 Mei 1988 memuntahkan gas dan tephra setinggi 3 km. Gunung api Nila terletak pada posisi 6,73S;129,5E dengan tipe komposit dan masih aktif. Gunung api yang lain adalah gunung api Wurlali dengan posisi 7,12S;128,67E bertipe komposit, terakhir meletus tahun 1892. Gunung api yang lain adalah gunung api Wetar, gunung api Serua dan gunung api Teon.



Gambar-6: Gunung api dilaut Banda (sumber: [Http://www.geo.arizona.edu](http://www.geo.arizona.edu))

Dengan kondisi batimetri yang kompleks, laut Banda mempunyai tiga buah cekungan (basin) yang besar yaitu: Cekungan Banda Utara, cekungan ini mempunyai kedalaman 5800 m dan kedalaman sill (undukan) sekitar 3130 m. Pada kedalaman 3000 m temperatur mencapai 3,04 °C dan salinitas 34,59-34,61 ‰ dengan kandungan oksigen minimum 2.58-2.51. Cekungan yang kedua adalah cekungan Banda Selatan dengan kedalaman 5400 m dan kedalaman sill 4200 m . Pada kedalaman 2990 m diobservasi temperatur mencapai 3,08 °C dan salinitas 34,60-34,62 ‰ . Cekungan ketiga adalah cekungan Weber Dalam, dengan kedalaman cekungan mencapai 7440 m dan kedalaman sill 4300 m. Pada kedalaman 2990 m cekungan Weber Dalam ini mempunyai temperatur 3,07 °C dan salinitas 34,59-34,62 ‰. Dari cekungan Buru massa air dari dasar akan masuk ke kedalaman 3130 m yaitu pada sill Banda Utara kemudian masuk ke cekungan Banda Utara sampai kedasar cekungan pada kedalaman 5800 m. Antara cekungan Banda Utara dan cekungan Banda Selatan dihubungkan oleh celah yang sempit dengan kedalaman rata-rata 4200 m. Massa air mengalir melalui sill dengan kedalaman 4300 m kemudian mengalir menuju dasar cekungan Weber Dalam. Pada kedalaman 3000 m ketiga cekungan tersebut mempunyai temperatur dan salinitas yang relatif sama sehingga massa air pada lapisan ini dapat dikatakan homogen. Sebelum massa air tersebut masuk ke samudra India dia akan mengalir melawati cekungan Wetar dengan kedalaman 3400 m dan cekungan Sawu dengan kedalaman 3470 m.

4.2 Estimasi Mixing Diapiknal dengan Data Hidrografi

Sebelum kita membicarakan hasil pengukuran mixing diapiknal di laut Banda, kita akan meninjau lebih dahulu beberapa hasil estimasi mixing diapiknal yang telah dilakukan orang dalam rangka memprediksikan besarnya proses mixing yang terjadi di laut Banda. Estimasi proses mixing ini bermula hasil observasi tidak meratanya distribusi salinitas di perairan Indonesia. Massa air Western Pacific central dan Tropical waters yang biasanya disebut massa air subtropis bawah dikarakteristikkan oleh salinitas maksimum yang dangkal dan massa air ini masuk ke perairan Indonesia dimana di beberapa tempat mengalami atenuasi yang cukup signifikan dan muncul kembali di lain tempat (Ffield,A & A. Gordon 1992). Hal ini terjadi jika ada proses mixing yang terjadi di dalamnya. Gordon,A 1986 mengestimasi proses mixing dengan menghitung difusivitas vertikal (K_z) sebesar 3.10^{-4} m³/det di lapisan termokline. Van Aken dkk 1988 mengestimasi difusivitas vertikal sebesar 9.10^{-4} m³/det dan Berger dkk 1988 mengestimasi difusivitas vertikal sebesar 5.10^{-3} m³/det untuk massa air di celah atau sill. Ffield,A dan A. Gordon 1992 mengestimasi difusivitas vertikal berdasarkan persamaan adveksi-difusi. Jika C adalah konsentrasi (salinitas, potensial temperatur dll) maka persamaan adveksi difusi akan dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} C = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\kappa} \vec{\nabla} C) + Q_{source} \quad 4.2.1$$

dimana κ adalah tensor difusivitas diapiknal. Asumsi yang dipakai adalah evolusi dari konsentrasi pasifik di lapisan termoklin yang masuk ke perairan Indonesia akan diadveksi ke perairan Indonesia dengan tercampur secara vertikal. Suku adveksi cross-stream, kecepatan vertikal dan difusi horizontal saling meniadakan. Koefisien difusivitas vertikal konstan dan tidak adad shear vertikal serta suku sumber ditiadakan. Dengan asumsi diatas maka persamaan adveksi difusi (4.2.1) akan berubah menjadi bentuk yang lebih sederhana sebagai berikut:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \kappa_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad 4.2.2$$

Bentuk diskrit dari persamaan diatas adalah:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} = \kappa_z \left[\frac{C_{j+1}^n - 2C_j^n + C_{j-1}^n}{(\Delta x)^2} \right] \quad 4.2.3$$

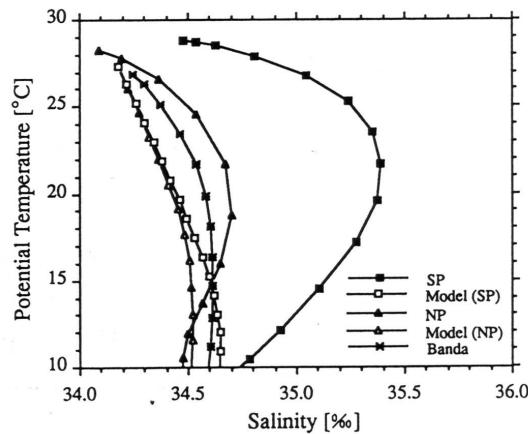
Sudah banyak program komputer yang dibuat orang untuk menyelesaikan persamaan ini. Kondisi awal dari model adalah potensial temperatur,

salinitas atau oksigen dari lautan Pasifik utara dan lautan Pasifik selatan. Batas dasar adalah tidak ada fluks dilapisan dibawah 1000m. Perhitungan rumus diatas dilakukan dengan dua cara yaitu harga difusivitas vertikal besar dengan selang waktu yang pendek dan harga difusivitas vertikal diambil kecil tetapi dengan selang waktu yang panjang. Dengan cara ini kita akan mendapatkan variasi harga difusivitas vertikal (K_z) dan selang waktu yang disebut residence time (τ). Grafik dari hasil simulasi model dinyatakan dalam tabel berikut:

| Nama laut | Sumber | $\kappa_z\tau$ (m ²) | Kedalaman mixing | Residence time dgn $\kappa_z=10^{-4}$m²/s |
|------------------|---------------|----------------------------------|-------------------------|--|
| L. Sulawesi | NP | 600 | 24 | 2 bulan |
| S. Makasar | NP | 1200 | 35 | 5 bulan |
| L. Flores | NP | 1400 | 37 | 5 bulan |
| L. Halmahera | 50%NP-50%SP | 1700 | 41 | 6 bulan |
| L. Maluku | 50%NP-50%SP | 3100 | 56 | 1 tahun |
| L. Seram | 50%NP-50%SP | 3400 | 58 | 1.1 tahun |
| L. Banda | NP | 5300 | 73 | 1.7 tahun |
| L. Banda | 50%NP-50%SP | 27600 | 166 | 8.7 tahun |
| L. Banda | SP | 53600 | 232 | 17.0 tahun |

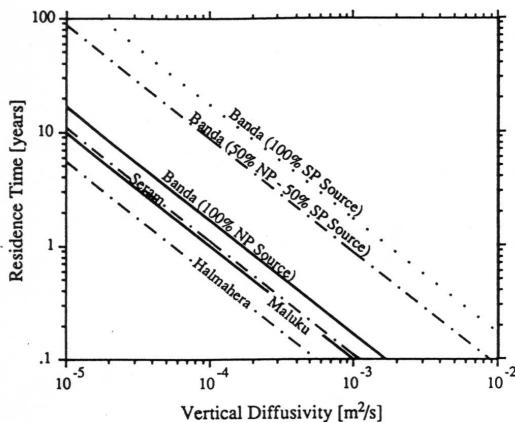
Tabel-1: Hasil model untuk beberapa kondisi laut di Indonesia. NP=north Pacific, SP=south Pacific (sumber: Ffield,A & A. Gordon 1992).

Sebagai contoh misalnya selat Makasar dengan kondisi awal adalah salinitas dari Pasifik utara maka agar gradien vertikal dari salinitas sesuai dengan observasi maka diperlukan residence time lebih besar dari lima bulan. Dengan luas daerah studi $\kappa_z\tau = 1200$ m², maka diperoleh difusivitas vertikal $\kappa_z = 1 \times 10^{-4}$ m²/s. Dengan hasil κ_z maka salinitas, temperatur dan oksigen dihitung kembali dengan persamaan adveksi difusi. Dengan harga ini dihitung TS diagram dan hasilnya di bandingkan dengan hasil observasi. Untuk laut Banda mempunyai $\kappa_z\tau = 5300$ m² dengan inisialisasi model adalah laut Pasifik utara, maka residence time sebesar dua tahun dan didapat difusivitas vertikal $\kappa_z = 1 \times 10^{-4}$ m²/s. Jika sumbernya laut Pasifik selatan dengan $\kappa_z\tau = 53600$ m² dihasilkan residence time selama 17 tahun maka difusivitas vertikal $\kappa_z = 1 \times 10^{-4}$ m²/s. Dengan harga difusivitas ini diperoleh harga salinitas dan potensial temperatur. Hasil TS diagramnya dibandingkan dengan hasil observasi dinyatakan dalam gambar berikut:



Gambar-7: TS diagram dari observasi, laut Pasifik utara, laut pasifik selatan serta hasil model dengan sumber pasifik utara dan pasifik selatan.
 (sumber: Ffield,A & A. Gordon 1992)

Berikut ini adalah hubungan antara risedence time dan difusivitas vertikal untuk beberapa laut di Indonesia.



Gambar-8: Hubungan antara residence time dan difusivitas vertikal untuk beberapa kondisi laut di Indonesia (sumber: Ffield,A & A. Gordon, 1992).

Antara transport geostropik dengan koefisien difusivitas vertikal mempunyai hubungan yang linier. Dilaut Banda dengan transport geostropik sebesar 10 Sv akan menghasilkan difusivitas vertikal sebesar $\kappa_z = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$. Dari hasil ini Ffield,A dan A. Gordon 1992 menyimpulkan bahwa massa air laut Pasifik utara masuk ke laut Banda dengan difusivitas yang besar yaitu lebih besar dari $\kappa_z = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

Hautala,S dkk 1996 menggunakan model yang sama untuk menghitung difusivitas diapikal di laut Banda. Hautala dkk menggunakan data historis yang diperoleh dari ekspedisi Snellius dari tahun 1929-1930 dan menggunakan data pendukung the Western Equatorial Pacific Ocean Circulation Study (WEPOCS) tahun 1985,1986 dan 1988. Mereka menghitung difusivitas diapikal dengan memanfaatkan solusi analitik persamaan (4.2.2) yang berbentuk:

$$C(z,t) = c_1 + (c_1 - c_2) \frac{z}{H} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_2 \cos n\pi - c_1}{n} \sin \frac{n\pi z}{H} e^{-\left(\frac{n\pi\lambda}{H}\right)^2} + \frac{2}{H} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi z}{H} e^{-\left(\frac{n\pi\lambda}{H}\right)^2} \int_{s=0}^H f(s) \sin \frac{n\pi s}{H} ds \quad 4.2.4$$

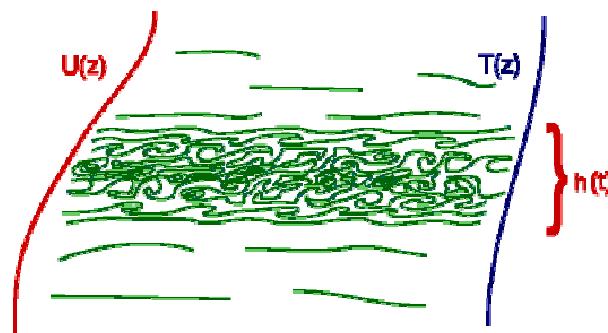
Dengan konsentrasi awal $C(z,0)=f(z)$ dan konsentrasi tetap pada batas atas dan batas bawah yaitu $C(0,t)=c_1$ dan $C(H,t)=c_2$. z adalah kedalaman perairan dan $\lambda=(\kappa t)^{1/2}$ yang merepresentasikan derajat mixing. Pada prinsipnya Hautala dkk mencapai kesimpulan bahwa di laut Banda harus mempunyai difusivitas diapikal dalam orde $\kappa_z = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$. Tentu saja hasil ini mengembirakan Ffield dan Gordon karena mereka mendapatkan hasil yang sama. Sebelum kita melangkah pada hasil observasi dengan peralatan microstructure, ada baiknya kita tinjau secara ringkas hasil pengukuran difusivitas diapikal di laut ekuator.

Di ekuator, pengukuran difusivitas diapikal telah dilakukan secara intensif di lautan Pasifik yaitu dibagian barat dan tengah serta di lautan Atlantik. Di pusat Pasifik dilakukan eksperimen yang dinamakan Tropical Heat I. Program ini menfokuskan pada turbulensi di undercurrents dan menemukan adanya shear yang kuat serta turbulensi yang kuat pada bulan November dan Desember 1984. Dalam ekspedisi ini juga diobservasi adanya variabilitas secara diurnal yang kuat di lapisan atas dengan dissipation rate bervariasi dalam orde 10^{-6} - 10^{-8} W/kg . Variabilitas harian ini disebabkan oleh adanya pemanasan yang kuat dari Matahari pada siang hari serta mixing konveksi pada malam hari (Clyayson & Kantha 1999). Fase kedua dari eksperimen ini yang dinamakan Tropical Heat II dilakukan pada bulan April 1987. Hasil ekspedisi ini menunjukkan adanya shear yang lebih kuat daripada ekspedisi pertama. Dalam ekspedisi ni juga diobservasi exintensi dari tropical instability wave. Observasi didaerah ini juga dilakukan pada tahun 1991 dengan nama Tropical Instability Wave Experiment (TIWE) pada bulan November-Desember 1991. Mereka mendapatkan dissipation rate dalam orde 10^{-6} - 10^{-8} W/kg untuk daerah dibawah mixed layer. Sedangkan di daerah mixed layer mereka mendapatkan harga difusivitas diapikal 6.5×10^{-5} . Pada saat berlangsungnya ekspedisi ElNino telah mulai di tengah lautan

Pasifik. Di daerah Pasifik Barat eksperiment turbulen dilakukan pada bulan Februari 1990 dengan nama COARE pilot cruise. Ekspedisi ini menemukan difusivitas diapiknal sebesar $5.4 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Berikut ini adalah tabel hasil pengukuran microstructure di equatorial undercurrents (Gregg,M 1998):

| Laut | Bujur | Bln | $10^{-4} K_T$ | $10^{-4} K_p$ | p | L | Sumber |
|----------------|-------|------|---------------------------|---------------------------|-----------|-----|------------------------|
| | | | m^2s^{-2} | M^2s^{-1} | mPa | km | |
| Pas.Tengah | 115 | 7/72 | 4.6;0.06;0 .14;0.03 | - | 0.2-5 | 1.3 | G76 |
| Atl. Timur | 28 | 7/74 | 3.8;0.06;0 .4;0.008 | 4.0;0.01;3 ;.3 | 0-3.5 | 1.7 | OB0a , 080 |
| Pas. Tengah | 150 | 1/79 | | 8.5 | | | C82 |
| Pas. Tengah | 140 | | | 5.3;0.01;0 .1 | | | GPWOC S85,PGT 88 |
| Pas. Tengah | 140 | 4/87 | | 2.5;0.01;0 .07 | | | PGS91 |
| Pasf. Barat | -147 | 2/90 | | 2.5 0.009 | ; 0.3-2.7 | 165 | BG96 |
| Pas. Tengah | 140 | 10/9 | | 6.5;0.063; 0.064 | 05-2 | 900 | LCGM95 |
| Pasf. Barat | -156 | 2/93 | | 0.54;0.03 5;0.09 | 0.8-3.2 | 7.9 | GWSP95 |

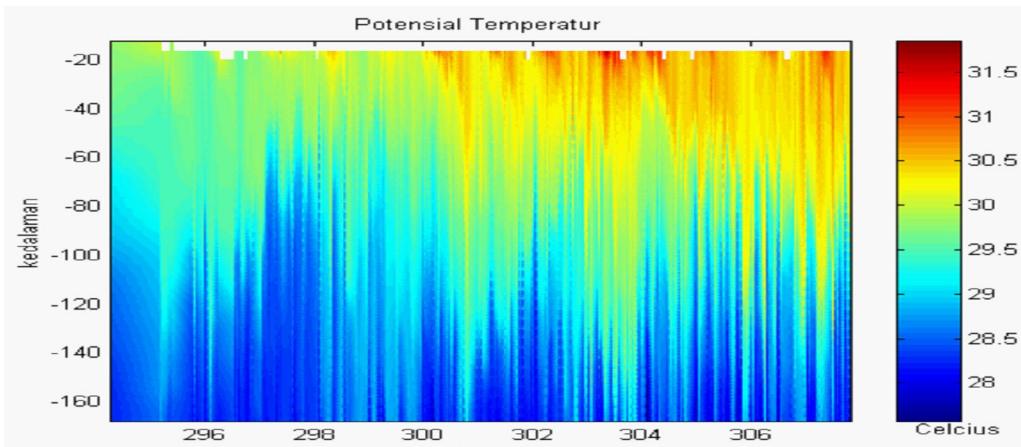
Terlihat bahwa untuk laut terbuka mempunyai tipikal difusivitas vertikal dalam orde 10^{-6} . Untuk laut terbuka umumnya turbulensi diakibatkan oleh adanya shear. Berikut ini adalah penggambaran tentang shear (W.D Smyth & J.N. Moum 2000):

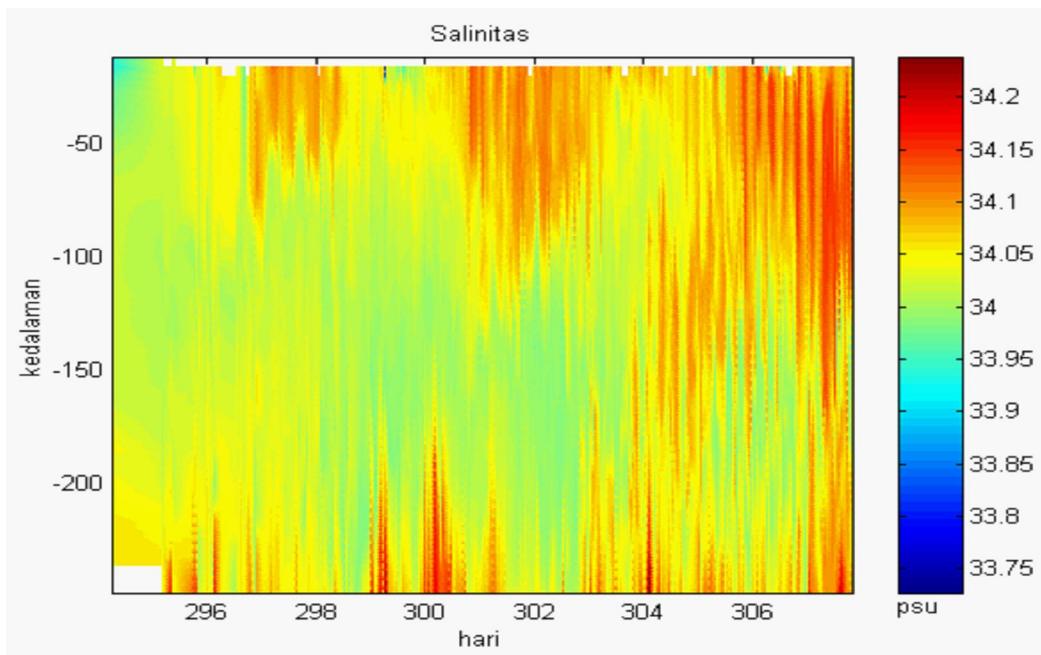


4.3 Diapical Mixing dan Gelombang Internal Semi-Inersia

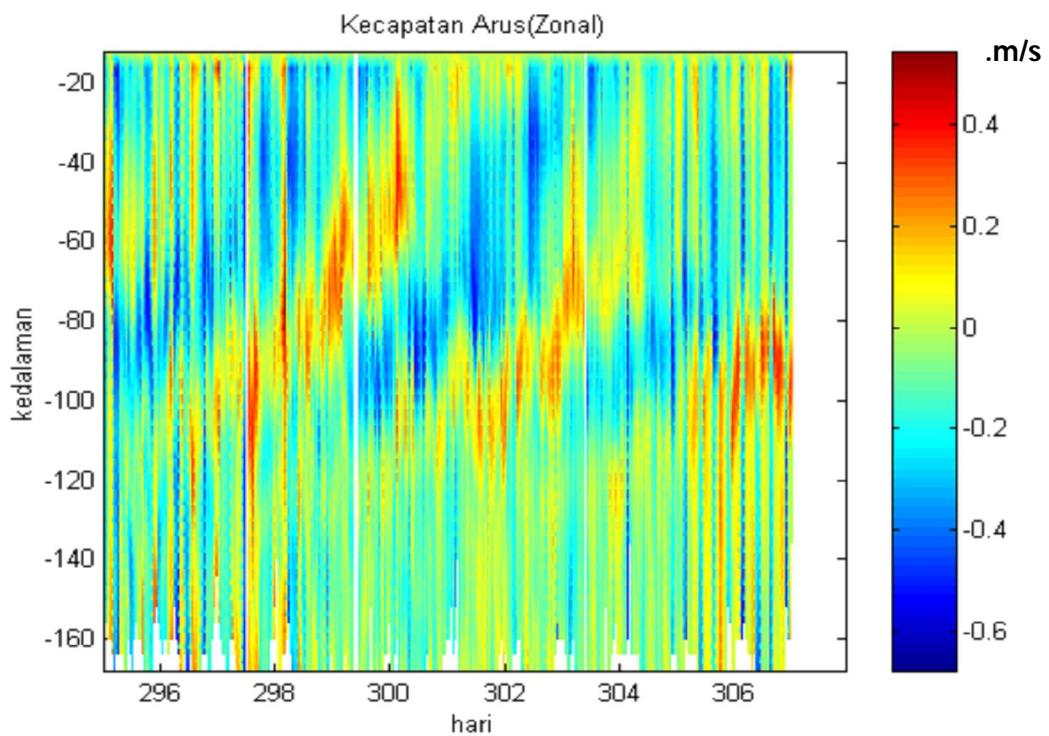
Seperti yang telah diuraikan di atas bahwa salinitas maksimum di kedalaman 200m yang merupakan ciri dari massa air lautan Pasifik utara mengalami penurunan salinitas begitu dia tiba di laut Banda (Ffield,A & A. Gordon 1992; Hautala et al 1996). Telah dibicarakan dalam sub bab 4.1 A. Field dan A. Gordon oceanographer dari LDEO Columbia University dan Hautala dkk dari Universitas Washington menggunakan model adveksi-difusi untuk menghitung sifat transport besaran skalar (salinitas, temperatur & konsentrasi oksigen), dan mereka menyimpulkan bahwa supaya perhitungan mereka cocok dengan data di lapangan maka laut Banda harus mempunyai difusivitas diapikal (difusivitas vertikal) $\kappa_p \geq 10^{-4} \text{ m}^2/\text{det}$. Hasil ini menunjukkan tingginya difusivitas diapikal yang harus terjadi di laut Banda. Sebagai perbandingan untuk rata-rata laut terbuka mempunyai difusivitas vertikal $\kappa_p \geq 10^{-6} \text{ m}^2/\text{det}$. Karena model mereka diintegrasikan secara vertikal maka model diatas tidak dapat menentukan dimana tingkat mixing yang kuat terjadi, apakah di dasar cekungan, digundukan (sill) atau didaerah batas dengan topografi. Sjoberg & Stigebrandt 1992 mengemukakan bahwa mixing yang kuat di perairan Indonesia diakibatkan adanya topografi yang kompleks serta pasang surut yang kuat. Ffield dan Gordon 1996 mengobservasi adanya osilasi empatbelas harian dan bulanan dari data suhu muka laut dari citra satelit serta pada temperatur di lapisan tengah (middle layer) dari data mooring. Mereka berargumen bahwa osilasi tersebut diakibatkan oleh pendinginan dari lapisan campuran (mixed layer) akibat adanya mixing yang digenerasi pasang surut.

Profil salinitas, profil potensial temperatur, profil kecepatan arus dalam arah utara-selatan, profil kecepatan arus dalam arah timur-barat, profil rate of dissipation terhadap kedalaman, profil deret waktu rate of dissipation dan divusivitas diapikal, profil shear dalam arah timur-barat (zonal) dan profil shear dalam arah utara-selatan (meredional) dapat dilihat pada gambar berikut:

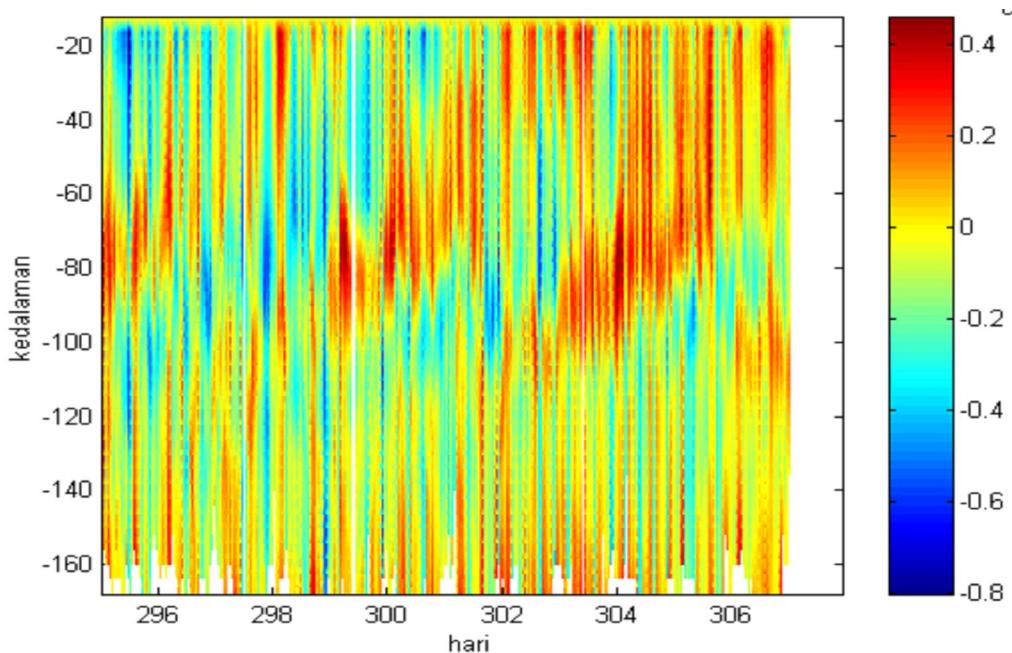




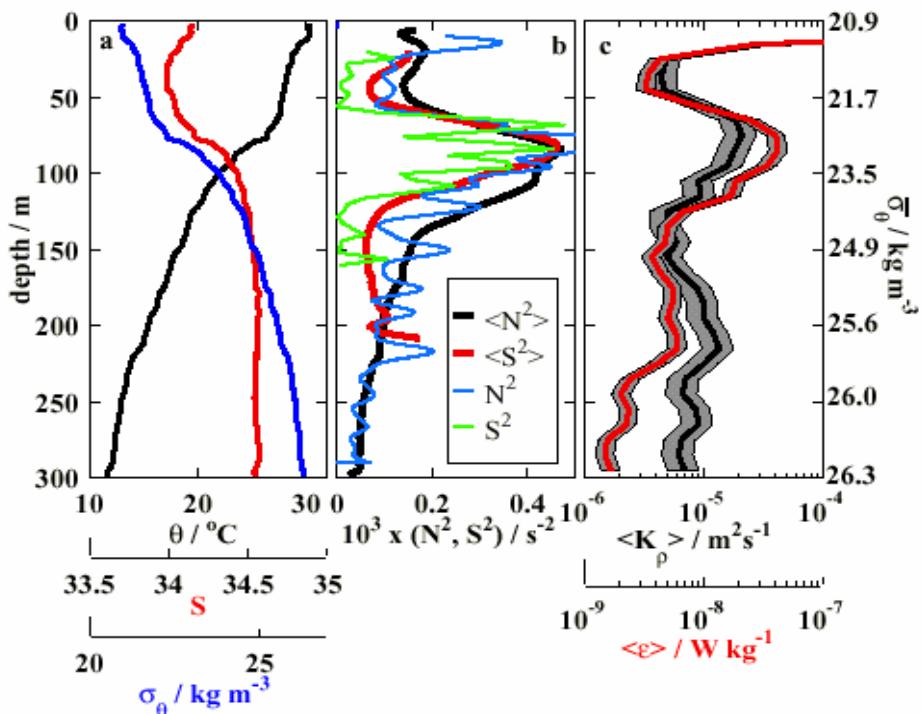
Gambar1: Profil potensial temperatur dan salinitas



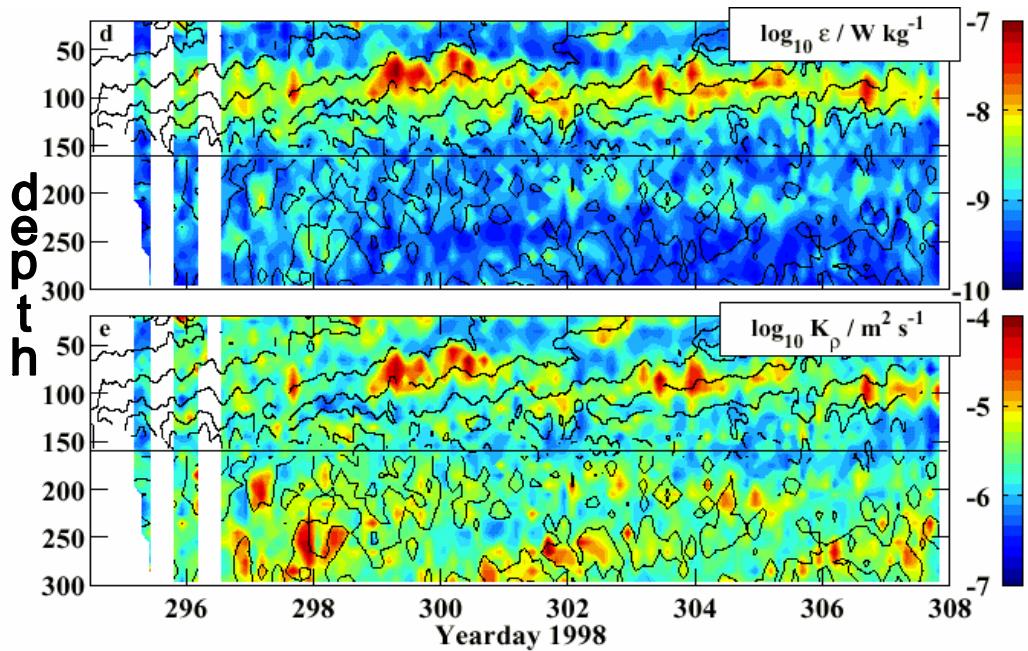
Gambar-2 Kecepatan arus dalam arah zonal



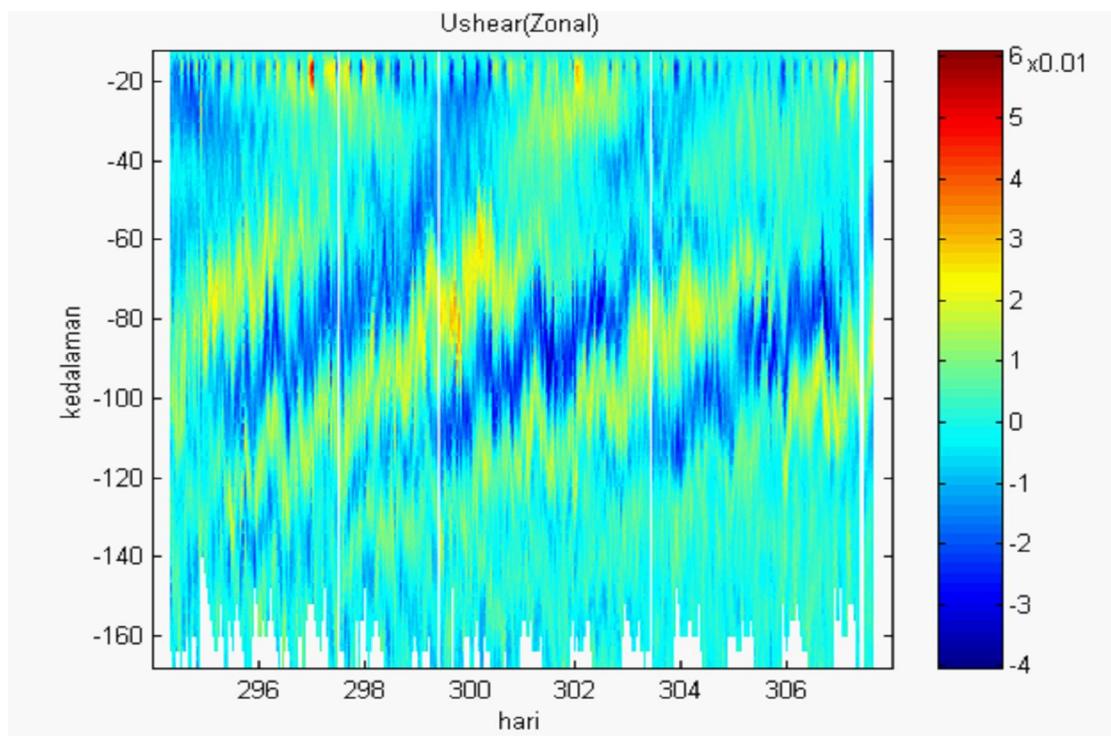
Gambar-3 Kecepatan arus dalam arah Meridional



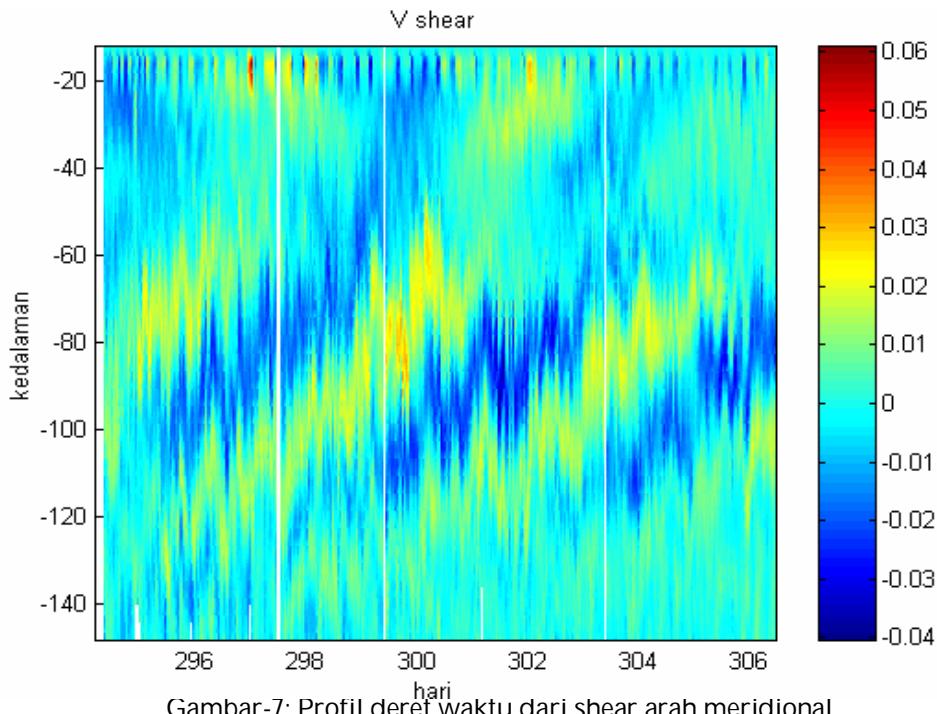
Gambar-4: Profil vertikal data dari MMP



gambar-5: Profil deret waktu dari rate of dissipation dan difusivitas vertikal.
(Alford & Gregg 2000).



Gambar-6: Profil deret waktu dari shear arah zonal.



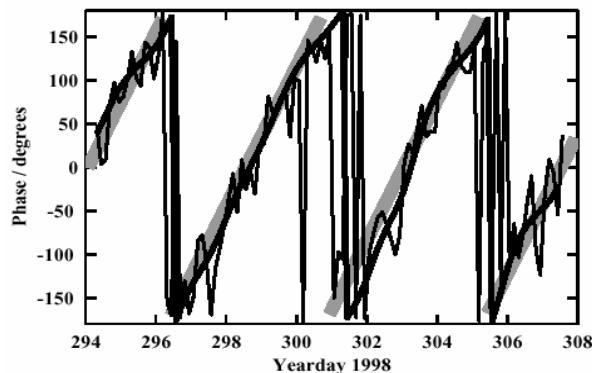
Gambar-7: Profil deret Waktu dari shear arah meridional.

Dibawah 170m terobservasi lapisan semi-isohaline seperti yang diobservasi oleh Ffield dan Gordon 1992. Data salinitas menunjukkan bahwa diatas 50m laut Banda mempunyai massa air yang relatif tawar ($S \leq 34.5$) hal ini diakibatkan adanya curah hujan dan runoff. Kesesuaian diagram TS dengan survei yang terdahulu menunjukkan bahwa sifat Bulk dari laut Banda relatif tunak.

Hasil pengukuran dengan MMP untuk parameter turbulen dinyatakan dalam gambar-4. Pada dasarnya hasil pengukuran MMP akan mendapatkan data potensial temperatur, salinitas serta rate of dissipation. Harga rata-rata kedalaman dibawah lapisan permukaan ($20m \leq z \leq 300m$) untuk rate of dissipation $\langle \epsilon \rangle = (9.57 \pm 0.34) \times 10^{-9} \text{ W/kg}$ dan difusivitas vertikal $\langle \kappa_p \rangle = (9.2 \pm 0.55) \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{det}$. Hasil juga menunjukkan bahwa $\epsilon \sim N^2$ dan $\kappa_p \sim N^0$. Kondisi ini adalah tipikal turbulensi untuk laut terbuka.

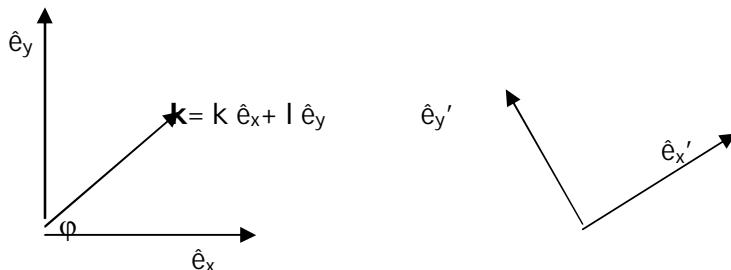
Profil deret waktu dari rate of dissipation serta difusivitas diapiknal dinyatakan oleh gambar-5. Profil ini diperoleh setelah dirata-ratakan setiap 30 menit dan kedalaman telah dirata-ratakan tiap selang 8 meter. Pola deret waktu dari rate of dissipation (ϵ) menunjukkan bahwa rate of dissipation terkonsentrasi di daerah dengan stratifikasi maksimum yaitu daerah dengan shear tinggi, sedangkan difusivitas diapiknal lebih uniform terhadap kedalaman.

Umumnya mixing dilaut dihasilkan oleh pecahnya gelombang internal. Parameterisasi mixing dalam bentuk energi gelombang internal untuk laut terbuka menunjukkan suatu fraksi kecil dari total yang diperlukan untuk mempertahankan stratifikasi abisal (jurang). Sejauh ini diyakini pada umumnya ada dua sumber gelombang internal yaitu pasang surut Bulan dan stress angin. Untuk sumber Bulan, aliran pasut barotropik yang lewat dalam topografi yang kasar akan diubah ke aliran pasut baroklinik untuk menggenerasi gelombang internal dengan frekuensi pasut. Gelombang internal mempunyai frekuensi yang kontinu. Angin akan merangsang gerakan inesia (lembam) di lapisan campuran yang menghasilkan gelombang internal semi-inersia (near-inertial internal wave). Dari total sebesar 2.1 TW (10^{12} W) energi mixing di jurang laut, 0.9 TW akibat pasang surut dan 1.2 TW akibat angin (Munk 1998). Gelombang internal yang digenerasi angin mempunyai tipikal frekuensi intrinsik (ω_i) yang sama dengan frekuensi Koriolis lokal (f_o). Gelombang ini dikendala penjalarannya diekuator. Jika frekuensinya menjadi lebih kecil dari frekuensi kritis maka dia menjadi frekuensi superinersia. Gelombang semi-inersia ini pada suatu saat akan mentransfer energinya ke skala gelombang pecah melalui mekanisme interaksi gelombang-gelombang atau melalui ketakstabilan shear. Di dalam keadaan yang ekstrim gelombang semi-inersia ini akan mencapai disuatu daerah lintang tinggi dengan frekuensi $\omega_i=2f$ dengan mekanisme parametric subharmonic instability (PSI) (Hibiya et al 1999). Disamping mekanisme pecahnya gelombang internal, angin juga merupakan sumber untuk turbulen yang biasanya disebut mixing di imbuhan angin. Pola deret waktu terhadap kedalaman menunjukkan bahwa shear didominasi oleh pita yang miring keatas. Kondisi ini merepresentasikan eksistensi gelombang internal semi inersia dengan rotasi berlawanan arah jarum jam dan berarah kebawah. Periode yang terobservasi adalah 4.4 hari (frekuensi $f=1/4.4$ hari =0.227). Frekuensi ini sama dengan $f_o = 2\Omega_o \sin \lambda$. Lintang dilaut Banda adalah $\lambda=6.5^\circ$ maka $f_o=0.22743$ dimana $\Omega_o=1/\text{hari}$. Maka kita dapatkan frekuensi observasi dinyatakan oleh $\omega_o=(1.02 \pm 0.02) f_o$. Hasil ini menunjukkan bahwa frekuensi yang terobservasi sama dengan frekuensi Coriolis lokal sehingga disebut frekuensi intrinsik. Dengan demikian kita mempunyai gelombang internal tipe semi-inersia. Karena gelombang internal semi inersia terobservasi pada kedalaman 150m dan laut mempunyai kedalaman 5000m maka dapat dihipotesakan bahwa sumber dari gelombang ini ada di permukaan yaitu oleh angin. Fase $\Phi = (\partial v / \partial z) / (\partial u / \partial z)$ menunjukkan dominasi rotasi berlawanan arah jarum jam. Fase gelombang dapat dilihat oleh gambar berikut ini:



Gambar-6 :Plot fase gelombang dalam deret waktu. Plot menunjukkan arah frekuensi gelombang -150° ke 150° yang berarti rotasi berlawanan Arah jarum jam (Alford & Gregg 2000).

Dalam kasus di laut Banda ini kita menjumpai penjalaran gelombang internal inersia yang menjalar dalam medium berlapis secara vertikal (shear). Karena umumnya sistem koordinat dari penjalaran gelombang tidak sama dengan kerangka koordinat aliran (fluida/Eulerian) maka kita harus membangun persamaan dinamika dari sistem koordinat eulerian ke sistem koordinat gelombang. Untuk itu kita harus melalukan suatu transformasi. Lihat gambar berikut:



Kecepatan arus dalam sistem koordinat eulerian dinyatakan oleh:

$$\vec{U}(z) = U(z)\hat{e}_x + V(z)\hat{e}_y$$

Hali ini menunjukkan bahwa aliran dasar adalah berlapis secara vertikal (vertically sheared). Sembarang titik dalam arah horisontal (vektor) akan dinyatakan dalam koordinat aliran dan sistem koordinat gelombang sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\vec{x}_h &= x\hat{e}_x + y\hat{e}_y \\ \vec{x}_h &= x'\hat{e}'_x + y'\hat{e}'_y\end{aligned}$$

Transformasi vektor basis dari dua sistem koordinat tersebut dinyatakan oleh:

$$\begin{pmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_x' \\ \hat{e}_y' \end{pmatrix}$$

Dengan transformasi ortogonal tersebut maka kecepatan aliran dasar dalam sistem koordinat gelombang akan dinyatakan oleh:

$$\vec{U}(z) = U\hat{e}_x + V\hat{e}_y = (U \quad V) \begin{pmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_x' \end{pmatrix} = (U \quad V) \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_x' \\ \hat{e}_y' \end{pmatrix}$$

atau

$$\vec{U}(z) = (U \cos \varphi + V \sin \varphi) \hat{e}_x' + (V \cos \varphi - U \sin \varphi) \hat{e}_y'$$

Sedangkan kecepatan partikel gelombang dalam sistem koordinat gelombang akan dinyatakan oleh:

$$\vec{u} = u' \hat{e}_x' + v' \hat{e}_y' + w' \hat{e}_z'$$

Pada dasarnya dinamika gelombang internal akan memenuhi persamaan Navier-Stokes, persamaan kontinuitas dan persamaan kekekalan gaya apung. Dalam kasus kita, skala panjang gelombang jauh lebih kecil dari skala panjang aliran. Hal ini menguntungkan karena kita dapat menggunakan suatu sistem aproksimasi dalam menyelesaikan persamaan gelombang yaitu aproksimasi WKB. Kita akan membicarakan ini nanti. Karena gelombang adalah penjalaran gangguan maka kita akan menguraikan kecepatan sebagai superposisi kecepatan rata-rata (aliran dasar) dan kecepatan gangguan (lihat pada bab-2), yaitu kita mendekomposisikan medan kecepatan sebagai $u = U + u'$. Dengan mempertahankan interaksi hanya oleh shear maka persamaan Navier-Stokes, persamaan kontinuitas dan persamaan kekekalan gaya apung dalam sistem koordinat gelombang akan dinyatakan oleh:

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}') u' + u' \frac{\partial U}{\partial x'} + v' \frac{\partial V}{\partial y'} + w' \frac{\partial U}{\partial z'} - fv' = -\frac{\partial p}{\partial x'} \quad 4.3.1$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}') v' + u' \frac{\partial V}{\partial x'} + v' \frac{\partial V}{\partial y'} + w' \frac{\partial V}{\partial z'} + fu' = -\frac{\partial p}{\partial y'} \quad 4.3.2$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}') w' = -\frac{\partial p}{\partial z'} - b \quad 4.3.3$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} + \frac{\partial w'}{\partial z'} = 0 \quad 4.3.4$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}') b + u' \frac{\partial B}{\partial x'} + v' \frac{\partial B}{\partial y'} - N^2 w' = 0 \quad 4.3.5$$

dalam hal ini $z=z'$. Hubungan B dengan kecepatan aliran diperoleh dengan relasi thermal wind sebagai berikut:

$$-f \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial B}{\partial x'} \quad ; \quad f \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial B}{\partial y'}$$

Untuk menyederhanakan masalah kita ambil kecepatan dasar hanya dalam arah zonal (x) saja, dengan demikian kecepatan akan dinyatakan oleh:

$$\vec{U}(z) = U(z) \hat{e}_x = U \cos \varphi \hat{e}_x' - U \sin \varphi \hat{e}_y' = U' \hat{e}_x' + V' \hat{e}_y'$$

Dengan aliran dasar seperti ini maka persamaan 4.3.1 sampai persamaan 4.3.5 menjadi:

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + U' \frac{\partial u'}{\partial x'} + w' \frac{\partial U}{\partial z} - fv' = - \frac{\partial p}{\partial x'} \quad 4.3.6$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + U' \frac{\partial v'}{\partial x'} + w' \frac{\partial V}{\partial z} + fu' = 0 \quad 4.3.7$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + U' \frac{\partial w'}{\partial x'} = - \frac{\partial p}{\partial z} - b \quad 4.3.8$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial x'} = 0 \quad 4.3.9$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + U' \frac{\partial b}{\partial x'} + fu' \frac{\partial V}{\partial z} - fv' \frac{\partial U}{\partial z} + w' N^2 = 0 \quad 4.3.10$$

dalam persamaan 4.3.10 kita telah memanfaatkan relasi thermal wind. Himpunan persamaan 4.3.6 sampai 4.3.10 inilah yang membangun dinamika gelombang internal semi-inersia di laut Banda. Dari periodisitas 4.4 hari maka kita asumsikan gelombang internal ini adalah gelombang bidang yang sebanding dengan $\exp[i(\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{x}_h - \omega t)]$ dengan ω adalah frekuensi yang diukur oleh pengamat di titik tetap. Frekuensi yang diukur oleh pengamat yang bergerak dengan aliran dinamakan frekuensi intrinsik yang dinyatakan oleh $\sigma = \omega - \mathbf{k}_h \cdot \mathbf{U}$ (yang selalu bernilai positif). Syarat perlu untuk hadirnya gelombang internal semi inersia adalah: $|f| \leq \sigma \leq N$, atau $|\gamma_f| \leq 1$ dan $|\gamma_N| \leq 1$ dimana $\gamma_f = f/\sigma$ dan $\gamma_N = \sigma/N$. Dengan solusi gelombang bidang maka kita mempunyai:

$$u'; w'; v'; p; b \approx \exp \left[i(\vec{k}_h \cdot \vec{x}_h - \omega t) \right] \quad 4.3.11$$

Jika solusi ini kita substitusikan ke persamaan 4.3.6 sampai persamaan 4.3.10 akan menghasilkan:

$$u' = \frac{i}{K} \frac{\partial w'}{\partial z} \quad 4.3.12$$

$$v' = \frac{i}{\sigma} \frac{\partial U}{\partial z} \sin \varphi + \frac{\gamma_f}{K} \frac{\partial w'}{\partial z} \quad 4.3.13$$

$$p = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial U}{\partial z} (i \cos \varphi + \gamma_f \sin \varphi) w' + i \frac{(\sigma^2 - f^2)}{\sigma K^2} \frac{\partial w'}{\partial z} \quad 4.3.14$$

$$b = -\frac{1}{\sigma} \left(\gamma_f \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \sin \varphi \cos \varphi + i N^2 \right) w' + \frac{\gamma_f}{K} \frac{\partial U}{\partial z} \left(i \gamma_f \cos \varphi - \sin \varphi \right) \frac{\partial w'}{\partial z} \quad \dots \dots \dots \quad 4.3.15$$

dimana $K^2 = k_x^2 + k_y^2$. Kita melihat bahwa variabel gelombang u' ; v' ; p dan b bergantung dari kecepatan vertikal w' . Jadi jika kita mengetahui solusi dari w' maka variabel lainnya dapat ditentukan. Untuk menentukan w' kita kembali menmanfaatkan solusi gelombang bidang. Dalam solusi ini kita ambil solusi w' dalam bentuk:

$$w' = \alpha(z) \hat{W}(\omega, \vec{k}_h) \exp[i(\vec{k}_h \cdot \vec{x}_h - \omega t)] \quad 4.3.16$$

dengan W adalah kompleks. $\alpha(z)$ adalah skalar yang menyatakan struktur vertikal dari w' . Subtitusikan persamaan 4.3.14 dan persamaan 4.3.15 ke persamaan 4.3.8 kita dapatkan:

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + U' \frac{\partial w'}{\partial x'} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{K} \frac{\partial U}{\partial z} (i \cos \varphi + \gamma_f \sin \varphi) w' + i \frac{(\sigma^2 - f^2)}{K^2 \sigma} \frac{\partial w'}{\partial z} \right] -$$

$$\frac{1}{\sigma} \left(\gamma_f \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \sin \varphi \cos \varphi + i N^2 \right) w' + \frac{\gamma_f}{K} \frac{\partial U}{\partial z} (i \gamma_f \cos \varphi - \sin \varphi) \frac{\partial w'}{\partial z}$$

..... 4.3.17

atau dalam bentuk yang lebih baik:

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + U \cos \varphi \frac{\partial w'}{\partial x'} = -i \frac{(\sigma^2 - f^2)}{K^2 \sigma} \frac{\partial^2 w'}{\partial z^2} + \frac{1}{K} \frac{\partial U}{\partial z} \left[\gamma_f (i \gamma_f \cos \varphi - \sin \varphi) - (i \cos \varphi + \gamma_f \sin \varphi) \right] \\ - \frac{\partial w'}{\partial z} - \left[\frac{1}{K} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} (i \cos \varphi + \gamma_f \sin \varphi) + \frac{1}{\sigma} \left(\gamma_f \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \sin \varphi \cos \varphi + i N^2 \right) \right] w' \\ 4.3.18$$

dengan mensubtitusikan solusi 4.3.16 maka kita dapatkan persamaan untuk $\alpha(z)$ sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} + M_1(z) \frac{\partial \alpha}{\partial z} + M_o(z) \alpha = 0 \quad 4.3.19$$

dimana masing-masing koefisien dinyatakan oleh:

$$M_1(z) = -\frac{2NK}{\sigma} \frac{Fr \gamma_f (\gamma_f \cos \varphi - i \sin \varphi)}{(1 - \gamma_f^2)} \\ M_o(z) = \frac{N^2 K^2 (1 - \gamma_f^2)}{\sigma^2 (1 - \gamma_f^2)} + \frac{K}{\sigma} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \frac{(\cos \varphi - i \gamma_f \sin \varphi)}{(1 - \gamma_f^2)} - i \frac{2N^2 K^2 Fr^2 \gamma_f \sin \varphi \cos \varphi}{\sigma^2 (1 - \gamma_f^2)}$$

Dengan $Fr = (\partial U / \partial z) / N$ adalah bilangan Froude yang menyatakan perbandingan antara shear dengan gaya apung. Untuk daerah ekuator $f = 0$ sehingga $\gamma_f = 0$ sehingga persamaan 4.3.19 menjadi:

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} + K^2 \frac{(N^2 - \sigma^2)}{\sigma^2} \alpha = 0 \quad 4.3.20$$

Untuk laut banda mempunyai lintang $6.5^\circ S$ sehingga gaya koriolis masih cukup signifikan. Untuk memasukkan gaya koriolis maka persamaan 4.3.20 harus dimodifikasi sebagai berikut (Alford, M 2000):

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} + K^2 \frac{(N^2 - \sigma^2)}{\sigma^2 - f^2} \alpha = 0 \quad 4.3.21$$

N adalah fungsi dari z maka secara umum persamaan 4.3.21 mempunyai bentuk (dalam oseanografi disebut persamaan Taylor-Goldstein):

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} + V(z) \alpha = 0 \quad 4.3.22$$

Dalam mekanika kuantum persamaan 4.3.22 adalah persamaan Schrodinger tak bergantung waktu. Untuk kasus dimana "potensial" $V(z)$ tidak bervariasi secara tajam dengan z maka metode aproksimasi WKB (Wentzel, Kramers, Brillouin) dapat diterapkan (Merzbacher,E 1970). Suatu solusi WKB adalah mengambil solusi persamaan 4.3.22 dalam bentuk:

$$\alpha(z) = \frac{\alpha_o}{\sqrt{m}} e^{i \int^z m(s) ds} \quad 4.3.23$$

dengan subtitusi ke persamaan 4.3.20 kita mempunyai relasi dispersi:

$$m^2 = K^2 \frac{N^2(z) - \sigma^2}{\sigma^2 - f^2} \quad 4.3.24$$

Kasus yang paling sederhana adalah jika N konstan, maka m juga konstan sehingga solusi 4.3.20 mempunyai bentuk yang sederhana sebagai berikut:

$$\alpha(z) = A_{\uparrow} e^{imz} + A_{\downarrow} e^{-imz} \quad 4.3.25$$

Solusi ini menyatakan superposisi dari gelombang yang menjalar ke atas dan kebawah.

Sekarang tibalah saatnya kita memecahkan persamaan 4.3.21 dengan metode WKB. Pertama kali saya bertemu dengan metode ini adalah pada saat saya masih mahasiswa mengambil mata kuliah mekanika kuantum dimana metode ini digunakan untuk menyelesaikan persamaan Schrodinger satu demensi (1-D). Pada saat saya belajar mekanika kuantum banyak teman-teman yang mencibir saya dengan mengatakan, tidak ada gunanya belajar mekanika kuantum karena tidak ada relevansinya dengan dinamika atmosfer. Hati kecil saya mengatakan bahwa mata kuliah ini sangat berguna. Ternyata banyak teknik matematika dan gambaran fisis yang sangat berguna jika kita ingin serius belajar dinamika atmosfer dan laut. Seperti misalnya ruang vektor, (dalam mekanika kuantum kita bermain dengan ruang vektor, khususnya ruang vektor Hilbert) aproksimasi WKB fungsi Grenn dll. Saya telah membuktikan bahwa hati kecil saya berkata benar. Marilah kita kembali ke gelombang internal semi-inersia. Persamaan 4.3.21 dapat saya tuliskan kembali dalam bentuk:

$$\frac{d^2 \alpha}{dz^2} + \frac{k^2}{h^2} [N^2 - \sigma^2] \alpha = 0 \quad , \quad h^2 = \sigma^2 - f^2 , \quad N = N(z)$$

.....4.3.26

Persamaan ini mirip dengan persamaan Schrodinger 1D yang tak bergantung waktu sebagai berikut:

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(z)] \psi = 0$$

Persamaan Schrodinger ini memerikan perilaku partikel (katakanlah elektron) dengan energi E yang menjalar memotong suatu penghalang yang dinyatakan oleh potensial V. Kita umumnya yakin bahwa jika energi $E < V$ maka elektron tidak akan mampu melewati penghalang, tetapi dalam dunia mekanika kuantum ada probabilitas bahwa elektron akan menembus penghalang itu. Tentu saja gelombang kita tidak seperti elektron karena gelombang yang kita punya tidak mempunyai penghalang berupa potensial seperti itu. Karena bentuk matematisnya mirip maka kita perlakukan seolah-olah $N=N(z)$ sebagai potensial penghalang dari gelombang kita yang menjalar ke bawah. Analisis detail matematikanya sebagai berikut:

Kita tuliskan kembali persamaan 4.3.26 sebagai berikut:

$$\frac{d^2\alpha}{dz^2} + \frac{p^2}{\hbar^2} \alpha = 0 \quad , \quad p = k \sqrt{N^2 - \sigma^2} \quad 4.3.27$$

Dalam mekanika kuantum p adalah momentum. Maka kita katakan bahwa p adalah 'momentum' gelombang kita (ingat bahwa persamaan ini menyatakan dinamika amplitude gelombang). Persamaan 4.3.27 akan mempunyai solusi osilatoris [$\propto \exp(i(p/\hbar)z)$] jika p konstan. Tetapi karena p adalah fungsi dari z maka kita boleh berharap solusi 4.3.27 masih mempunyai bentuk yang mirip solusi osilatoris asalkan fungsi p tidak bervariasi secara tajam dengan z. Untuk itu kita mengambil solusi dalam bentuk:

$$\alpha(z) = \phi(z) \exp\left[\pm \frac{i}{\hbar} \int p(z) dz \right] \quad 4.3.28$$

dengan $\phi(z)$ adalah fungsi yang bervariasi secara lambat terhadap z. Jika kita substitusikan ke persamaan 4.3.27 kita dapatkan persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{h}{ip} \frac{d^2\phi}{dz^2} \pm \left(2 \frac{d\phi}{dz} + \frac{1}{p} \frac{dp}{dz} \phi \right) = 0 \quad 4.3.29$$

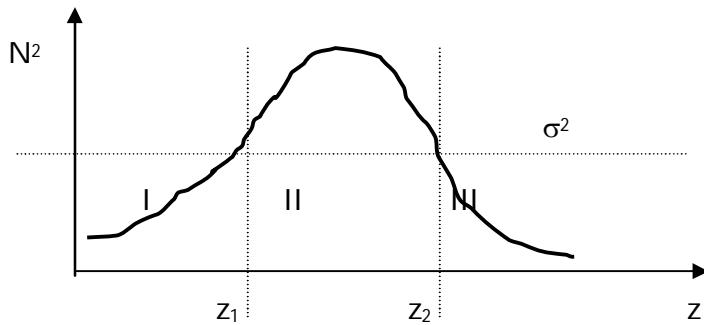
Jika kita asumsikan (aproksimasi WKB) bahwa $\hbar/p \ll 1$ maka suku pertama dapat diabaikan, sehingga persamaan 4.3.29 dan solusi menjadi:

$$\frac{2}{\phi} \frac{d\phi}{dz} + \frac{1}{p} \frac{dp}{dz} = \frac{d}{dz} [\ln(\phi^2 p)] = 0 \quad \text{solusi} \quad \phi = \frac{K}{\sqrt{p}} \quad 4.3.30$$

dimana K adalah konstanta. Maka solusi 4.3.28 akan berupa solusi WKB yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\alpha_{WKB}(z) = \frac{K}{\sqrt{p}} \exp \left[\pm \frac{i}{h} \int_z^{z_0} p(z) dz \right] \quad 4.3.31$$

dari gambar-5, kita gambarkan bentuk profil "potensial" N sebagai berikut:



Dengan melihat definisi dari $p=k\sqrt{[N^2-\sigma^2]}$, jelas bahwa untuk daerah I ($z < z_1$) karena $N^2 < \sigma^2$ maka kita mempunyai solusi eksponensial yang meluruh untuk $z \rightarrow -\infty$ (karena fungsi gelombang harus finite pada $z \rightarrow \pm\infty$). Maka untuk daerah I solusi WKB kita nyatakan sebagai berikut:

$$\alpha_I(z) = \frac{K_1}{\sqrt{|p|}} \exp \left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^z |p(z)| dz \right] \quad 4.3.32$$

Untuk daerah II karena $N^2 > \sigma^2$ maka kita mempunyai solusi osilatoris yaitu:

$$\alpha_{II}(z) = \frac{K_2}{\sqrt{p}} \exp \left[\frac{i}{h} \int_{z_1}^z p(z) dz \right] + \frac{K_2'}{\sqrt{p}} \exp \left[-\frac{i}{h} \int_{z_1}^z p(z) dz \right] \quad 4.3.33$$

untuk daerah III ($z > z_2$) karena $N^2 < \sigma^2$ maka kita mempunyai solusi eksponensial yang meluruh untuk $z \rightarrow \infty$, yang dinyatakan dalam bentuk:

$$\alpha_{III}(z) = \frac{K_3}{\sqrt{|p|}} \exp \left[-\frac{1}{h} \int_{z_2}^z |p(z)| dz \right] \quad 4.3.34$$

Masing-masing solusi valid untuk daerahnya masing-masing (otonomi daerah barang kali), tetapi jika mendekati titik z_1 dan z_2 yang biasanya

disebut titik belok (ingat di pelajaran kalkulus) maka solusi akan buyar karena $p=0$. Karena solusi semua itu sebenarnya menyatakan perilaku satu mahluk yaitu gelombang internal-semi inersia maka mereka seharusnya saling berhubungan satu sama lain sehingga merupakan satu kesatuan yang merepresentasikan perilaku satu gelombang. Seperti pada jaman KKN, supaya mereka dapat saling berhubungan maka diperlukan koneksi. Untuk itu kita perlu menentukan rumus konesitas. Rumus itu dicari sebagai berikut: Untuk daerah titik belok z_1 dan z_2 , kita asumsikan N berbentuk fungsi linier, berturut-turut sebagai berikut:

$$N^2 \approx \sigma^2 + A(z - z_1)$$

dan

$$N^2 \approx \sigma^2 - B(z - z_1) \quad 4.3.35$$

dengan kondisi ini persamaan 4.3.27 menjadi:

$$\frac{d^2\alpha}{dz^2} + \frac{k^2}{h^2} A(z - z_1)\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad z_1 \quad 4.3.36$$

$$\frac{d^2\alpha}{dz^2} - \frac{k^2}{h^2} B(z - z_1)\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad z_2 \quad 4.3.37$$

Jika kita lakukan transformasi untuk persamaan 4.3.36 dan persamaan 4.3.37 berturut-turut sebagai berikut:

$$z \rightarrow z' = -\left(\frac{k^2}{h^2} A\right)^{\frac{1}{3}} (z - z_1)$$

$$z \rightarrow z' = \left(\frac{k^2}{h^2} B\right)^{\frac{1}{3}} (z - z_2)$$

Maka persamaan 4.3.36 dan persamaan 4.3.37 akan mempunyai bentuk yang sama yaitu:

$$\frac{d^2\alpha}{dz'^2} - z'\alpha = 0 \quad 4.3.38$$

Solusi persamaan 4.3.38 dinyatakan dalam fungsi Airy (lihat: Abramowitz, M & I. Stegun 1965 "Handbook of Mathematical Function" Dover Pub. New York). Karena fungsi gelombang harus finite pada $z \rightarrow \pm\infty$ maka fungsi Airy yang sesuai adalah:

$$Ai(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos\left(\frac{s^2}{3} + sz'\right) ds$$

Deangan solusi asimtotiknya adalah:

$$\begin{aligned} Ai(z) &\approx \frac{1}{2\sqrt{\pi}z'^{\frac{1}{4}}} \exp\left(-\frac{2}{3}z'^{\frac{3}{2}}\right) \quad \rightarrow z' > 0 \\ Ai(z) &\approx \frac{1}{\sqrt{\pi}z'^{\frac{1}{4}}} \sin\left(\frac{2}{3}(-z')^{\frac{3}{2}} + \frac{\pi}{4}\right) \quad \rightarrow z' < 0 \end{aligned} \quad 4.3.39$$

Fungsi Airy tersebut secara mulus dapat lewat pada titik belok sehingga dia dapat berperan sebagai koneksi dari masing-masing fungsi gelombang daerah I, daerah II dan daerah III. Jika kita mendekati titik z_1 dari kiri (daerah I) dengan $p^2 \approx k^2 A(z-z_1) = -(k^2 A h)^{2/3} z'$. Maka integrasi menjadi:

$$\frac{1}{h} \int_{z_1}^z |p(z)| dz = \left(\frac{k^2 A}{h^2} \right)^{\frac{1}{3}} \int_{z_1}^z \sqrt{z'} dz' = - \int_0^{z'} \sqrt{z'} dz' = -\frac{2}{3} z'^{\frac{3}{2}}$$

Jika kita mendekati dari kanan (daerah II) maka integrasi menjadi:

$$\frac{1}{h} \int_{z_1}^z pdz = \left(\frac{k^2 A}{h^2} \right)^{\frac{1}{3}} \int_{z_1}^z \sqrt{-z} dz = - \int_0^{z'} \sqrt{-z'} dz' = \frac{2}{3} (-z')^{\frac{3}{2}}$$

Dengan hasil diatas dan dengan kondisi asimtotik 4.3.39 maka kita dapatkan bahwa solusi di daerah I yaitu:

$$\alpha_I(z) \approx \frac{1}{\sqrt{|p|}} \exp\left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^z |p(z)| dz \right] \quad (z < z_1)$$

Akan mempunyai solusi padanannya untuk menghubungkan ke daerah II berbentuk:

$$\alpha(z) \approx \frac{2}{\sqrt{p}} \sin\left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^z pdz + \frac{\pi}{4} \right] \quad (z > z_1) \quad 4.3.40$$

dengan cara yang sama maka kita dapatkan rumus konesitas untuk titik belok z_2 adalah:

$$\alpha_{III}(z) \approx \frac{1}{\sqrt{|p|}} \exp\left[\frac{1}{h} \int_{z_2}^z |p(z)| dz \right] \quad (z > z_2)$$

solusi padanannya disebelah kiri z_2 adalah:

$$\alpha(z) \approx \frac{2}{\sqrt{p}} \sin \left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^{z_2} pdz + \frac{\pi}{4} \right] \quad (z < z_2) \quad 4.3.41$$

Karena persamaan 4.3.40 dan 4.3.41 merupakan aproksimasi untuk daerah II maka mereka harus mempunyai bentuk yang sama kecuali konstantanya saja. Pernyataan ini dituliskan sebagai berikut:

$$\sin \left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^z pdz + \frac{\pi}{4} \right] = C \sin \left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^{z_2} pdz + \frac{\pi}{4} \right] \quad 4.3.42$$

Untuk menentukan konstanta C ini persamaan ini kita modifikasikan dengan memanfaatkan aturan Libniz tentang integrasi sebagai berikut:

$$\int_a^b = \int_a^{a'} + \int_{a'}^b = \int_a^{a'} - \int_b^{a'}$$

Maka persamaan 4.3.42 menjadi:

$$\sin \left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^{z_2} pdz - \frac{1}{h} \int_z^{z_2} pdz + \frac{\pi}{4} \right] = C \sin \left[\frac{1}{h} \int_z^{z_2} pdz + \frac{\pi}{4} \right] \quad 4.3.43$$

dengan rumus trigonometri elementer $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$ maka persamaan 4.3.43 menjadi:

$$\sin \left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^{z_2} pdz \right] \cos \left[\frac{1}{h} \int_z^{z_2} pdz + \frac{\pi}{4} \right] - \cos \left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^{z_2} pdz \right] \sin \left[\frac{1}{h} \int_z^{z_2} pdz + \frac{\pi}{4} \right] = C \sin \left[\frac{1}{h} \int_z^{z_2} pdz + \frac{\pi}{4} \right] \quad4.3.44$$

Persamaan ini dipenuhi jika:

$$\sin \left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^{z_2} pdz \right] = 0 \quad \text{atau} \quad \frac{1}{h} \int_{z_1}^{z_2} pdz = \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi$$

Jadi konstanta $C = (-1)^n$.

Rumus 4.3.40 dan 4.3.41 beserta konstanta C adalah rumus koneksitas yang kita cari. Jadi solusi WKB untuk sistem kita adalah:

$$\alpha_{WKB}(z) = \begin{cases} \frac{(-1)^n K_1}{\sqrt{|p|}} \exp \left[-\frac{1}{h} \int_z^{z_1} |p(z)| dz \right] & (z < z_1) \\ \frac{(-1)^n 2K_2}{\sqrt{p}} \sin \left[\frac{1}{h} \int_{z_1}^z p dz + \frac{\pi}{4} \right] & (z_1 < z < z_2) \\ \frac{K_3}{\sqrt{|p|}} \exp \left[-\frac{1}{h} \int_{z_2}^z |p(z)| dz \right] & (z_2 < z) \end{cases} \quad 4.3.45$$

Solusi 4.3.42 adalah solusi WKB yang kita inginkan, bentuk fungsi ini sekarang tergantung dari pemilihan "potensial" dari N^2 . Dari gambar-5 kata mengadakan curva fitting dengan mengambil bentuk fungsi hipergeomatrik yaitu sech . Maka bentuk "potensial" kita adalah $N=A \text{sech}(z)$, dengan bentuk seperti itu kita dapatkan "momentum" sebagai berikut:

$$p = k \sqrt{[A^2 \text{sech}^2(z) - \sigma^2]}$$

Maka intergrasi "momentum" menjadi:

$$\int pdz = kA \int [\text{sech}^2 z - \Lambda^2] dz \quad \Lambda = \frac{\sigma}{A}$$

Dengan memanfaatkan ekspansi binomial maka hasil integrasi ini (hanya tiga suku) adalah:

$$\int pdz = kA \sin^{-1}(\tanh z) - \frac{k\sigma^2}{2A} \sinh z - \frac{k\sigma^4}{18A^3} \sinh z (\cosh^2 z + 2)$$

Disini kita telah memberikan perangkat untuk menentukan fungsi gelombang internal semi-inersia secara lengkap. Pada dasarnya integrasi diatas dapat mudah diselesaikan secara numerik.

Sebuah program numeric solusi WKB dengan masukan berupa data brunt Vaisalla frekuensi dapat dilihat sebagai berikut:

```
% This program is to compute the k^th eigenvalue and
eigenfunction using WKB approximation
% for the eigenvalue problem y'' + [N^2(z)/C0^2] y = 0; -h <=
z <= 0; y(-h) = y(0) = 0.
% The function N(z) is given as a discreet vector.
clear all;
global h vz dz Nz n
% Reading the data
fid1=fopen('ARL_11.txt','r');
fid2=fopen('ARL_12.txt','r');
```

```

fid3=fopen('ARL_10.txt','r');
%fid4=fopen('PPSL20.txt','r');
fseek(fid1,0,-1);
fseek(fid2,0,-1);
fseek(fid3,0,-1);
%fseek(fid4,0,-1);
data1=fscanf(fid1,'%f',[3,inf]);
data2=fscanf(fid2,'%f',[3,inf]);
data3=fscanf(fid3,'%f',[3,inf]);
% Averaging the data
data=(data1(:,1:270)+data2(:,1:270)+data3(:,1:270))/3;%+data4(:,1:280))/4;
%Getting the size of the data
[nm nn]=size(data);
%Pressure, Temperature, Salinity
press=data(1,:);
temp=data(2,:);
sal=data(3,:);
% Computing the Depth and Density
for i=1:nn
    zdepth(i,1)=-1.0*depth(press(i,1),-11); %datapadaintang7S
    dens(i,1)=density(sal(i,1),temp(i,1),press(i,1));
end
% Comptuting Nz
ddens=diff(dens);
dz=diff(zdepth);
dy=ddens./dz;
z=zdepth(1:end-1);
a=1./dens;
b=a(1:end-1);
n2=-9.8*dy.*b;
Nz=abs(n2);
n = size(Nz)

subplot(1,2,1)
plot(Nz,z)
grid
ylabel('depth (m)')
%axis([0 0.003 -920 0])
title('Brunt-Vaisala Frequency')
% i = 1 is the surface, i = n is the bottom
for k = 1:2
    c0(k) = valuec0(k);
    for i = 1:n
        phi(k,i) = eigenf(k,i);
    end;
end;
model = phi(2,:);
for k = 1:3
    c0(k) = valuec0(k);
    for i = 1:n

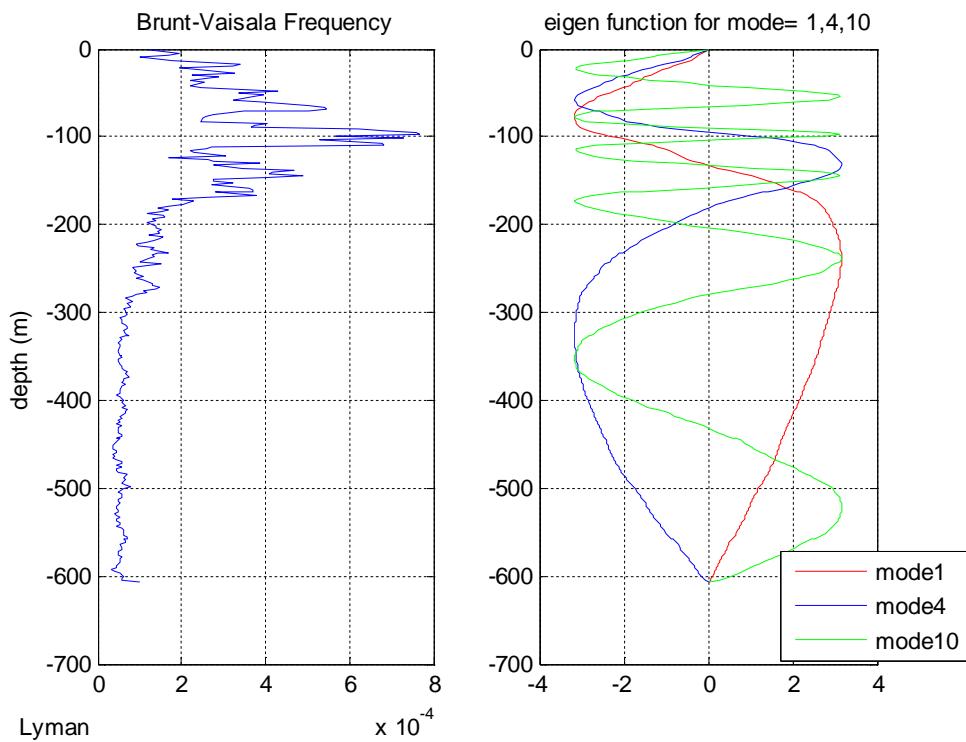
```

```

        phi(k,i) = eigenf(k,i);
    end;
end;
mode4 = phi(3,:);
for k = 1:10
    c0(k) = valuec0(k);
    for i = 1:n
        phi(k,i) = eigenf(k,i);
    end;
end;
mode10 = phi(10,:);
subplot(1,2,2)
plot(mode1,z,'r',mode4,z,'b',mode10,z,'g')
grid
h = legend('mode1','mode4','mode10',2);
%axis([-60 80 -920 0])
title('eigen function for mode= 1,4,10')
gtext('lyman')

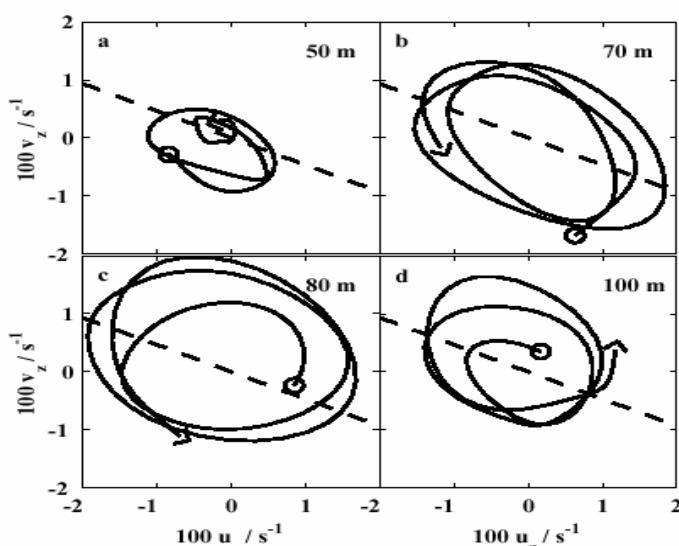
```

Hasilnya sebagai berikut:



Gambar hasil program matlan untuk , menghitung persamaan Taylor Goldstein dgn data N^2 diskrit.

Dalam solusi 4.3.16 kita melihat bahwa dalam solusi gelombang bidang maka amplitudennya tidaklah konstan, dia akan mempunyai besar dan arah dengan kata lain amplitude adalah vektor. Orientasi amplitude terhadap arah penjalanannya menyatakan polarisasi gelombang tersebut. Dari persamaan 4.3.19 kita melihat bahwa amplitude sebanding dengan shear maka jika gelombang semi inersia menjalar maka vektor shear akan berotasi. Jadi arah polarisasi akan sama dengan arah rotasi vektor shear. Arah polarisasi ini mudah kita tentukan dengan memplot $(\partial U / \partial z)$ dengan $(\partial V / \partial z)$. Hasil plot selama survei sebagai berikut:



Gambar-7 : Hodograp vektor shear untuk data deret waktu dari hari ke 294-307 dalam tahun 1998 untuk kedalaman masing-masing 50m, 70m, 80m dan 100m.
 (sumber: Alford,M & M.C. Gregg 2000)

Kita melihat bahwa umumnya arah polarisasi adalah ellips. Gelombang internal semi-inersia pada umumnya digenerasi oleh angin. Dari data sebelumnya menunjukkan bahwa angin tengara telah berhenti sebelum survei dimulai, berarti generasi oleh angin mempunyai delay waktu sebelum gelombang itu tercipta. Kita akan melihat kemungkinan generasi gelombang internal semi inersia ini oleh angin monsoon. Kita akan menggunakan metode ray tracing yaitu kita membicarakan gelombang dalam arah penjalarannya dengan kata lain arah gelombang dapat diibaratkan seperti sekelompok sinar yang memancar. Dinamika gelombang diganti dengan dinamika sinar (ray) tersebut. Sebuah sinar yang menjalar dalam aliran dasar U dibangun oleh persamaan dinamika sbb (Alford,M & M.C. Gregg, 2000):

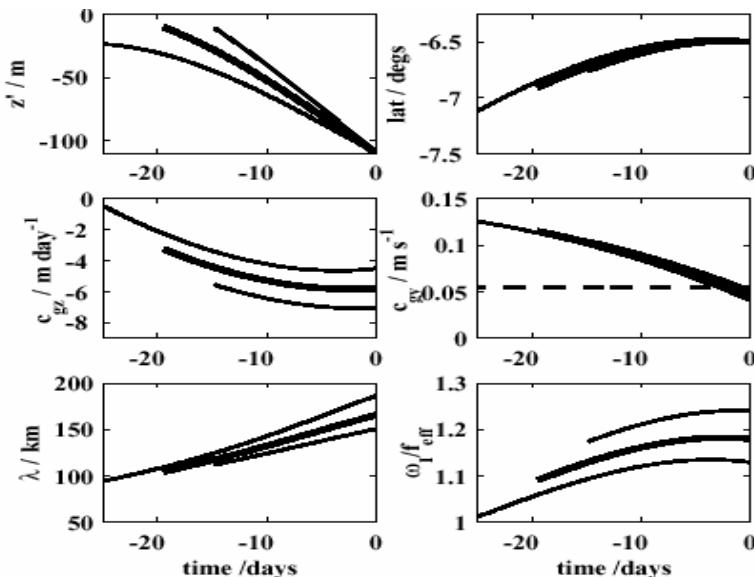
$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = \vec{c}_g + \vec{U} \quad 4.3.46$$

$$\frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \omega$$

Dalam bentuk komponennya persamaan diatas ditulis (kita telah menggunakan aproksimasi bidang beta):

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= c_{gx} + |U| \cos(\alpha) \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= c_{gy} + |U| \cos(\alpha) \\ \frac{\partial z'}{\partial t} &= c_{gz} \\ \frac{\partial l}{\partial t} &= \frac{\partial \omega_I}{\partial y} = \frac{f_{eff}}{\omega_I} \beta \end{aligned} \quad 4.3.47$$

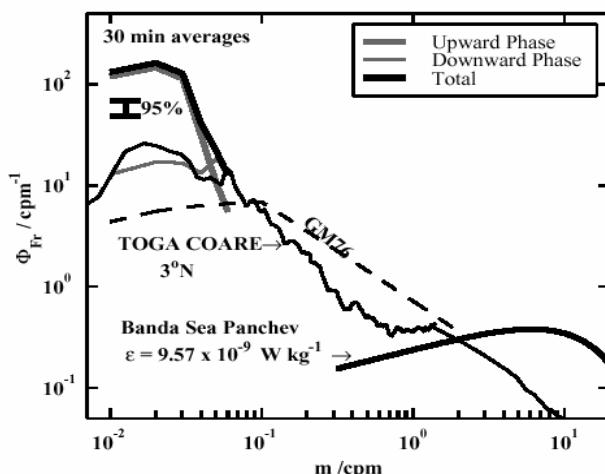
Kecapatan angin rata-rata 0.1 m/det dan $\alpha = 215^\circ$ adalah arah dari mean current (aliran dasar/kecepatan arus di laut Banda). Pada saat $t=0$ gelombang mulai digenerasi di lokasi shear tertinggi yaitu pada kedalaman 109m pada ($6.5^\circ S; 128^\circ E$). Asumsikan bahwa frekuensi intrinsik $\omega_I = 1.18 f_{eff}$ dengan arah penjalaran 295° (dari arah polarisasi). Integrasikan persamaan 4.3.35 didapat:



Gambar-8: Hasil dari perhitungan ray-tracing dengan penjalaran gelombang ke permukaan. (sumber Alford,M & M.C. Gregg, 2000)

Hasil menunjukkan bahwa gelombang mencepai kedalaman 10m selama 19.4 hari pada lintang (6.9°S ; 130.6°E), kira-kira sejauh 300 km. Perubahan lintang juga akan mempengaruhi perubahan frekuensi intrisik, dengan kata lain penjalaran gelombang juga dipengaruhi oleh lintang. Dari hasil ini dapat diduga gelombang internal semi-inersia digenerasi di salah satu sisi cekungan di sebelah barat daya pada saat musim tenggara (southeast monsoon) dan menjalar ke barat laut. Rekaman pada saat survei menunjukkan gelombang bergerak ke dasar cekungan, jadi gelombang pada penjalarannya ke atas akan dipantulkan lagi ke dasar.

Hubungan antara gelombang internal dengan mixing yang terjadi dapat dilihat dari dinamika bilangan gelombang dengan menerapkan lowpass-filter. Disini spektrum bilangan gelombang diperoleh dengan mereapkan transformasi Fourier pada shear. Dalam kalkulasi kita menggunakan teknik fast Fourier transform, untuk menerapkan teknik ini maka shear harus kita nyatakan dalam bilangan kompleks sebagai berikut $(\partial U / \partial z) + i(\partial V / \partial z)$ [teknik fast fourier transform dapat kita lakukan menggunakan Matlab]. Deret waktu kita rata-ratakan dalam selang 30 menit sehingga kita mendapatkan 144 profil Fourier transformnya. Hasil Fourier transform tersebut kita rata-ratakan. Hasil ini dengan kita plot dengan dibagi oleh besaran $\langle N^2 \rangle$ yang menghasilkan spektrum Froude. Hasil perhitungan dan dibandingkan dengan spektrum Garret-Munk 76 (GM76) yang telah terkenal itu dinyatakan oleh:



Gambar-9 : Spektrum Froude untuk laut Banda, hasilnya dibandingkan dengan eksperimen TOGA COARE dan GM76. (Alford,M & M.C. Gregg 2000)

Pada bilangan gelombang rendah, terobservasi penjalaran gelombang dengan fase ke atas. Spektrum seperti ini menyatakan signature dari gelombang internal semi inersia yang digenerasi di permukaan. Puncahnya

terletak pada 0.02 cpm yang menunjukkan konsistensi dengan shear yang kuat pada kedalaman 50m. Spektrum pada gelombang bilangan rendah ini mempunyai profil yang mirip meskipun harga secara kuantitatif lebih besar. Hal ini berarti mempunyai gambaran dinamik turbulensi yang mirip. GM76 merupakan contoh turbulensi yang telah berkembang dengan baik sehingga mempunyai sifat homogen isotropis, dengan kata lain pada kondisi diperlukan laut Banda, turbulensi telah berkembang dengan baik dan bersifat homogen isotropis. Untuk bilangan gelombang tinggi mempunyai bentuk spektrum yang berbeda dengan GM76 ataupun TOGA COARE. Spektrum TOGA COARE adalah hasil dari turbulensi pada lintang rendah. Eksperimen TOGA COARE mempunyai rate of dissipation rata-rata sebesar $\langle \varepsilon \rangle = (7.41 \pm 0.21) \times 10^{-11} \text{ W/kg}$ sedangkan untuk laut banda mempunyai rate of dissipation rata-rata sebesar $\langle \varepsilon \rangle = (9.57 \pm 0.34) \times 10^{-9} \text{ W/kg}$. Hal ini menunjukkan bahwa pada bilangan gelombang tinggi turbulensi lebih kuat di laut Banda dibandingkan TOGA COARE atupun GM76.