深蓝学院
shenlanxueyuan.com

手写VIO大作业讲解

主讲人 张兵兵

题目

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

大作业为两个代码作业, 完成时间为三周:

1. 更优的优化策略,:

   a. 选用更优的 LM 策略, 使得 VINS-Mono 在 MH-05 数据集上收敛速度更快或者精度更高.

   b. 实现 dog-leg 算法替换 LM 算法, 并测试替换后的 VINS-Mono 在 MH-05 上算法精度.

   详细的实验报告,包括: 对迭代时间和精度进行评估, 其中精度评估可以采用 evo 工具(https://github.com/MichaelGrupp/evo) 对轨迹精度进行评估, 轨迹真值在 zip 中已给出.

2. 更快的 makehessian 矩阵

   可以采用任何一种或多种加速方式 (如多线程, 如sse指令集等) 对信息矩阵的拼接函数加速, 并给出详细的实验对比报告.

纲要

- 第1题：更优的优化策略
- 第2题：更快的makehessian矩阵

第1题：更优的优化策略

- 改进的角度

➢LM阻尼因子更新策略

➢Dog Leg

➢其他改进的角度

  - 限制步数
  - 残差阈值
  - 参数增量阈值

第1题：更优的优化策略

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

- 回顾几种LM阻尼因子更新策略：

1. $\lambda_0 = \lambda_o$; λ_o is user-specified [8].
   use eq'n (13) for $\boldsymbol{h}_{\mathsf{lm}}$ and eq'n (16) for ρ
   if $\rho_i(\boldsymbol{h}) > \epsilon_4$: $\boldsymbol{p} \leftarrow \boldsymbol{p} + \boldsymbol{h}$; $\lambda_{i+1} = \max[\lambda_i / L_\downarrow, 10^{-7}]$;
   otherwise: $\lambda_{i+1} = \min[\lambda_i L_\uparrow, 10^7]$;

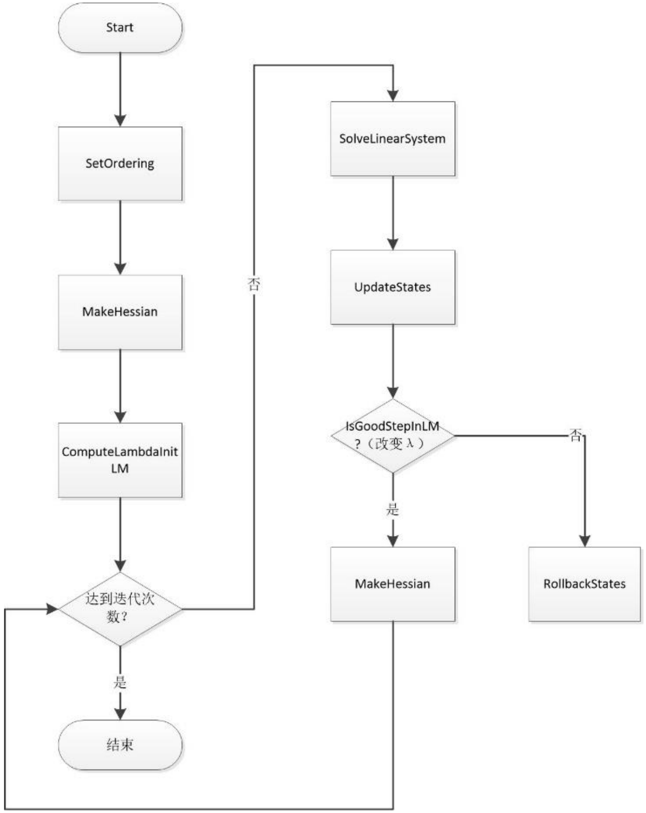
2. $\lambda_0 = \lambda_o \max\left[\mathsf{diag}[\boldsymbol{J}^\mathsf{T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{J}]\right]$; λ_o is user-specified.
   use eq'n (12) for $\boldsymbol{h}_{\mathsf{lm}}$ and eq'n (15) for ρ
   $\alpha = \left(\left(\boldsymbol{J}^\mathsf{T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{y} - \hat{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{p}))\right)^\mathsf{T} \boldsymbol{h}\right) / \left((\chi^2(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{h}) - \chi^2(\boldsymbol{p}))/2 + 2\left(\boldsymbol{J}^\mathsf{T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{y} - \hat{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{p}))\right)^\mathsf{T} \boldsymbol{h}\right)$;
   if $\rho_i(\alpha\boldsymbol{h}) > \epsilon_4$: $\boldsymbol{p} \leftarrow p + \alpha\boldsymbol{h}$; $\lambda_{i+1} = \max[\lambda_i/(1+\alpha), 10^{-7}]$;
   otherwise: $\lambda_{i+1} = \lambda_i + |\chi^2(\boldsymbol{p}+\alpha\boldsymbol{h}) - \chi^2(\boldsymbol{p})|/(2\alpha)$;

3. $\lambda_0 = \lambda_o \max\left[\mathsf{diag}[\boldsymbol{J}^\mathsf{T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{J}]\right]$; λ_o is user-specified [9].
   use eq'n (12) for $\boldsymbol{h}_{\mathsf{lm}}$ and eq'n (15) for ρ
   if $\rho_i(\boldsymbol{h}) > \epsilon_4$: $\boldsymbol{p} \leftarrow \boldsymbol{p} + \boldsymbol{h}$; $\lambda_{i+1} = \lambda_i \max[1/3, 1 - (2\rho_i - 1)^3]$; $\nu_i = 2$;
   otherwise: $\lambda_{i+1} = \lambda_i \nu_i$; $\quad \nu_{i+1} = 2\nu_i$;

Gavin C H . The Levenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fitting problems.

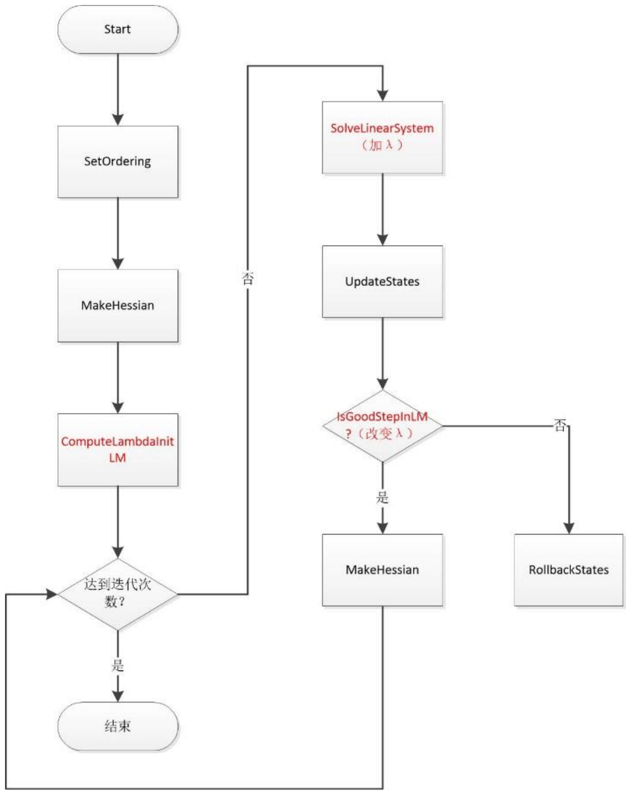
第1题：更优的优化策略

- 回顾代码



第1题：更优的优化策略

- 优化的几个地方



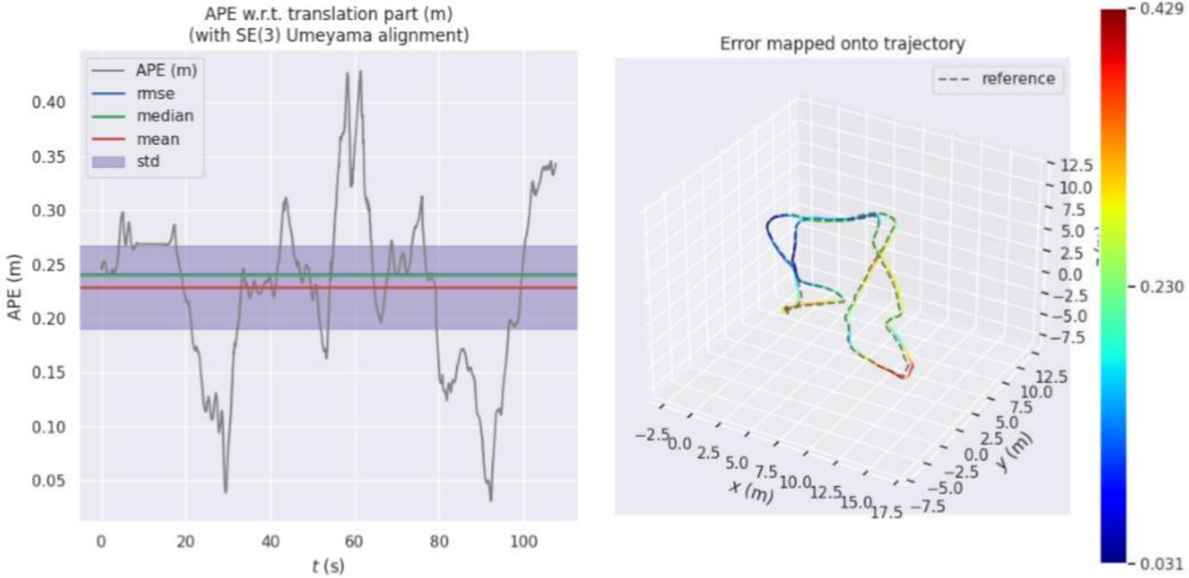
第1题：更优的优化策略

- 对比

方法	初始化	求解方程	λ 变化比例
1	与 Hessian 矩阵无关	Hessian 对角线元素加上 λ *Hessian 对角线元素	固定
2	与 Hessian 矩阵有关	Hessian 对角线加上 λ	与 α 有关
3	与 Hessian 矩阵有关	Hessian 对角线加上 λ	与 ρ 有关

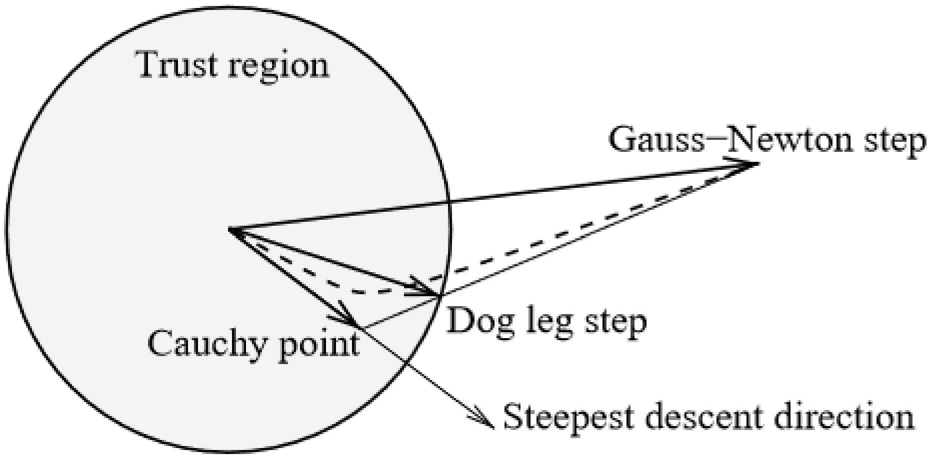
第1题：更优的优化策略

●测试结果：方法1的精度较高



第1题：更优的优化策略

- Dog Leg



Dog Leg算法示意图[1]

[1] Lourakis M , Argyros A A . Is Levenberg-Marquardt the Most Efficient Optimization Algorithm for Implementing Bundle Adjustment?[C]// 10th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2005), 17-20 October 2005, Beijing, China. IEEE, 2005.

第1题：更优的优化策略

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

- Dog Leg[1]

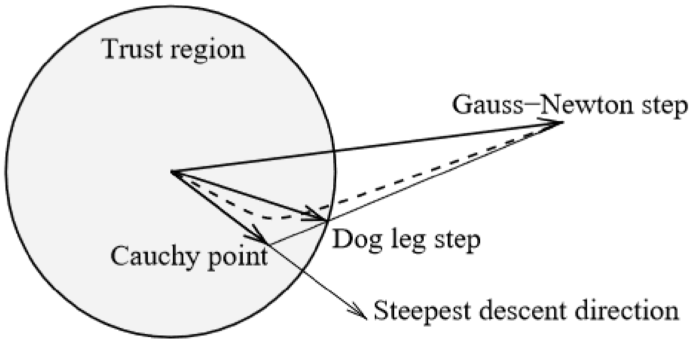
- 属于信赖域（Trust Region）类优化算法
- 在以当前点为中心，半径Δ的区域（信赖域）内，将目标函数做二阶近似
- 分别计算最速下降法和高斯牛顿法的最优增量$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}$和$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}}$，根据信赖域大小选择合适的增量

[1] Lourakis M , Argyros A A . Is Levenberg-Marquardt the Most Efficient Optimization Algorithm for Implementing Bundle Adjustment?[C]// 10th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2005), 17-20 October 2005, Beijing, China. IEEE, 2005.

第1题：更优的优化策略

●Dog Leg步骤[1]

1. 计算最速下降法和高斯牛顿法的最优增量$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}$和$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}}$
2. 选取合适的增量 δ_{dl}
3. 更新信赖域半径 Δ



[1] Lourakis M , Argyros A A . Is Levenberg-Marquardt the Most Efficient Optimization Algorithm for Implementing Bundle Adjustment?[C]// 10th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2005), 17-20 October 2005, Beijing, China. IEEE, 2005.

第1题：更优的优化策略

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

●Dog Leg步骤[1]

1. 计算最速下降法和高斯牛顿法的最优增量$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}$和$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}}$

■$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}$

- $F(x+\Delta x)=\frac{1}{2}||f(x+\Delta x)^\top f(x+\Delta x)||_2^2 \approx F(x)+J^\top f\Delta x+\frac{1}{2}\Delta x^\top J^\top J\Delta x, s.t. ||\Delta x|| \le \Delta$
- 增量方向：$d=F'(x)=(J^\top f)^\top$
- 增量步长：$\frac{\partial F(x-\alpha d)}{\partial \alpha}=0 \quad \alpha=\frac{(J^\top f)^\top J^\top f}{(J^\top f)^\top (J^\top J) J^\top f}$
- $\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}$ $\delta_{sd}=\frac{-(J^\top f)^\top J^\top f}{(J^\top f)^\top (J^\top J) J^\top f}(J^\top f)^\top$ 对应代码$\frac{b^\top b}{b^\top H b}b$

[1] Lourakis M , Argyros A A . Is Levenberg-Marquardt the Most Efficient Optimization Algorithm for Implementing Bundle Adjustment?[C]// 10th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2005), 17-20 October 2005, Beijing, China. IEEE, 2005.

第1题：更优的优化策略

- Dog Leg步骤[1]

1. 计算最速下降法和高斯牛顿法的最优增量$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}$和$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}}$

■ $\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}}$

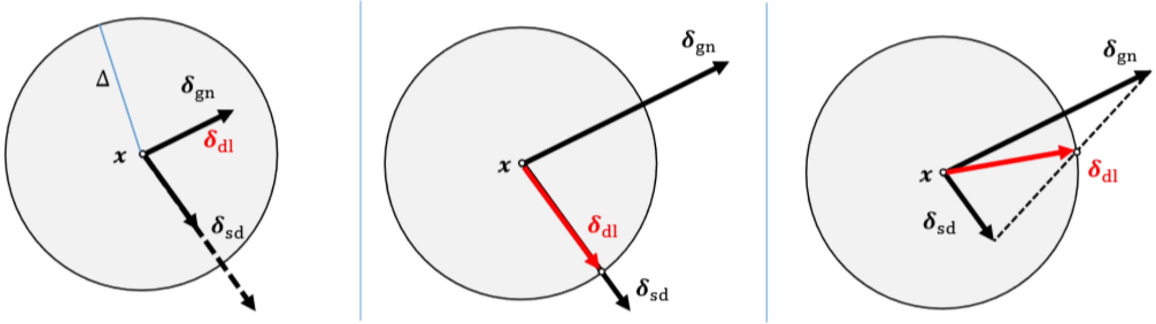
- $F(x+\Delta x)=\frac{1}{2}||f(x+\Delta x)^{\top}f(x+\Delta x)||_2^2 \approx F(x)+J^{\top}f\Delta x+\frac{1}{2}\Delta x^{\top}J^{\top}J\Delta x, s.t. ||\Delta x|| \leq \Delta$
- $J^{\top}J\delta_{gn}=-J^{\top}f$ 对应代码 $\mathrm{H}x=b$

[1] Lourakis M , Argyros A A . Is Levenberg-Marquardt the Most Efficient Optimization Algorithm for Implementing Bundle Adjustment?[C]// 10th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2005), 17-20 October 2005, Beijing, China. IEEE, 2005.

第1题：更优的优化策略

● Dog Leg步骤[1]

2. 选取合适的增量 δ_{dl}



若$\|\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}}\| \leq \Delta, \|\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}\| \in \mathrm{R}$

$$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{dl}} = \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}}$$

若$\|\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}}\| > \Delta, \|\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}\| > \Delta$

$$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{dl}} = \frac{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}}{\|\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}\|}\Delta$$

若$\|\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}}\| > \Delta, \|\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}}\| \leq \Delta$

$$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{dl}} = \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}} + \alpha(\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{gn}} - \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{sd}})$$

[1] Lourakis M , Argyros A A . Is Levenberg-Marquardt the Most Efficient Optimization Algorithm for Implementing Bundle Adjustment?[C]// 10th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2005), 17-20 October 2005, Beijing, China. IEEE, 2005.

第1题：更优的优化策略

- Dog Leg步骤[1]

2. 选取合适的增量 δ_{dl}

$$\delta_{dl} = \begin{cases} \kappa\delta_{sd} & 0 \le \kappa \le 1 \\ \delta_{sd} + (\kappa - 1)(\delta_{gn} - \delta_{sd}) & 1 \le \kappa \le 2 \end{cases}$$

- if $||\delta_{gn}|| \le \Delta \quad \kappa = 2$
- else if $||\delta_{sd}|| \ge \Delta \quad \kappa = \frac{\Delta}{||\delta_{sd}||}$
- else $||\delta_{sd}|| < \Delta \quad \kappa =? \qquad ||\delta_{sd} + (\kappa - 1)(\delta_{gn} - \delta_{sd})|| = \Delta$

[1] Lourakis M , Argyros A A . Is Levenberg-Marquardt the Most Efficient Optimization Algorithm for Implementing Bundle Adjustment?[C]// 10th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2005), 17-20 October 2005, Beijing, China. IEEE, 2005.

第1题：更优的优化策略

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

● Dog Leg步骤[1]

3. 更新信赖域半径 Δ

- 下降比计算$\rho = \frac{F(x+\Delta x)-F(x)}{m_k(x+\Delta x)-m_k(x)}$
- if $\rho \leq 0.25$（近似效果不好，缩小信赖域） $\Delta = \frac{\Delta}{4}$
- else if $\rho \geq 0.75$ （近似效果好，增大信赖域） $\Delta = \max\{\Delta, 3||\delta_{dl}||\}$

[1] Lourakis M , Argyros A A . Is Levenberg-Marquardt the Most Efficient Optimization Algorithm for Implementing Bundle Adjustment?[C]// 10th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2005), 17-20 October 2005, Beijing, China. IEEE, 2005.

第1题：更优的优化策略

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

●其他改进的角度

- 限制步数
- 残差阈值
- 参数增量阈值
- 利用滑动窗口算法的性质，marginalize一帧后增加一帧，问题结构变化不大。因此可利用上一次求解的结果优化当前问题，比如上一次的结果作为当前的初值

第2题：更快的MakeHessian

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

- Hessian矩阵的拼接过程非常适合并行计算

- OpenMP最便捷，资料较多：http://supercomputingblog.com/openmp/openmp-tutorial-the-basics/

- SSE Instruction Set：Intel公司有效增强CPU浮点运算的能力的指令集：http://supercomputingblog.com/optimization/getting-started-with-sse-programming/

- Nvidia CUDA 较复杂，可参考CUDA官方文档：https://cuda-tutorial.readthedocs.io/en/latest/tutorials/tutorial01/

在线问答

Q&A

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

感谢各位聆听！

Thanks for Listening