



深蓝学院
shenlanxueyuan.com

VIO第四章作业思路讲解



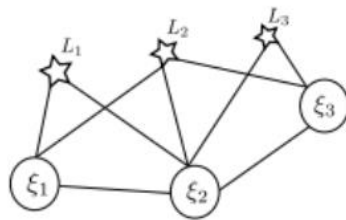
主讲人 张兵兵



- 第一题：信息矩阵
- 第二题：信息矩阵和协方差的逆之间的关系
- 第三题：BA中信息矩阵的计算

第一题：信息矩阵

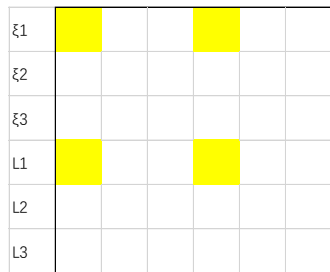
- ① 某时刻，SLAM 系统中相机和路标点的观测关系如下图所示，其中 ξ 表示相机姿态， L 表示观测到的路标点。当路标点 L 表示在世界坐标系下时，第 k 个路标被第 i 时刻的相机观测到，重投影误差为 $r(\xi_i, L_k)$ 。另外，相邻相机之间存在运动约束，如 IMU 或者轮速计等约束。



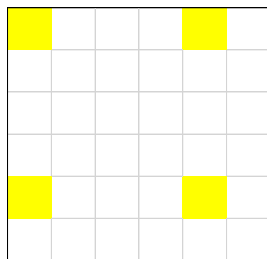
- 1 请绘制上述系统的信息矩阵 Λ 。
- 2 请绘制相机 ξ_1 被 marg 以后的信息矩阵 Λ' 。

第一题：信息矩阵

●方法1：各个残差信息矩阵相加

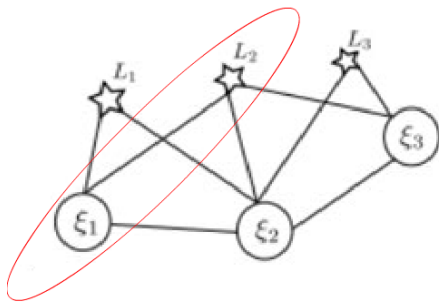
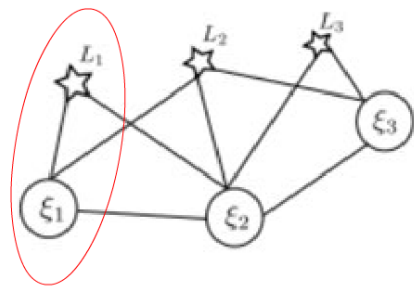
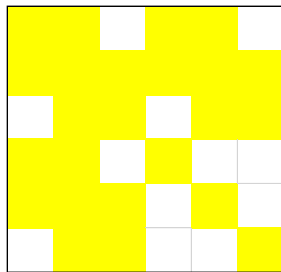


+



+

..... =



第一题：信息矩阵

●方法2：邻接矩阵法

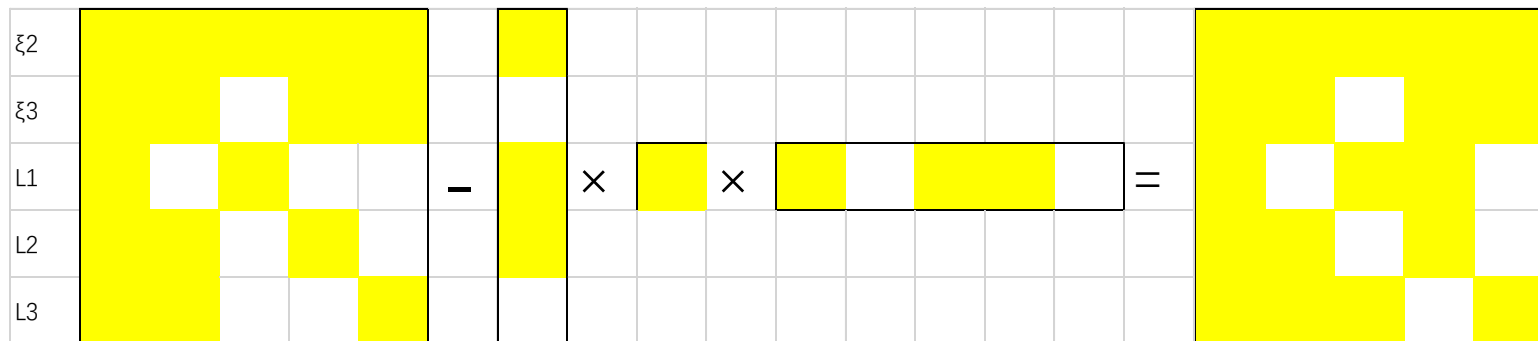
《SLAM十四讲》 p252

①所谓邻接矩阵是这样一种矩阵，它的第 i, j 个元素描述了节点 i 和 j 是否存在一条边。如果存在此边，设这个元素为 1，否则设为 0。

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	L1	L2	L3
ξ_1	1	1	0	1	1	0
ξ_2	1	1	1	1	1	1
ξ_3	0	1	1	0	1	1
L1	1	1	0	1	0	0
L2	1	1	1	0	1	0
L3	0	1	1	0	0	1

第一题：信息矩阵

●Marg之后



第二题：信息矩阵和协方差的逆



深蓝学院
shenlanxueyuan.com

- ② 阅读《Relationship between the Hessian and Covariance Matrix for Gaussian Random Variables》. 证明信息矩阵和协方差的逆之间的关系。

第二题：信息矩阵和协方差的逆



深蓝学院
shenlanxueyuan.com

- 信息矩阵和Hessian矩阵的关系

<https://wiseodd.github.io/techblog/2018/03/11/fisher-information/>

Claim: The negative expected Hessian of log likelihood is equal to the Fisher Information Matrix F .

因为我们这里取的是对数的相反数，所以信息矩阵直接等于Hessian矩阵

第二题：信息矩阵和协方差的逆

● Hessian矩阵和协方差的逆

The objective function can be defined as its negative logarithm:

$$J(\boldsymbol{\theta}) \equiv -\ln p(\boldsymbol{\theta}) = \frac{N_{\boldsymbol{\theta}}}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln |\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\theta}}| + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^*)^T \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\theta}}^{-1} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^*) \quad (\text{A.2})$$

which is a quadratic function of the components in $\boldsymbol{\theta}$. By taking partial differentiations with respect to θ_l and $\theta_{l'}$, the (l, l') component of the Hessian matrix can be obtained:

$$\mathcal{H}^{(l, l')}(\boldsymbol{\theta}^*) = \left. \frac{\partial^2 J(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_l \partial \theta_{l'}} \right|_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}^*} = (\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\theta}}^{-1})^{(l, l')} \quad (\text{A.3})$$

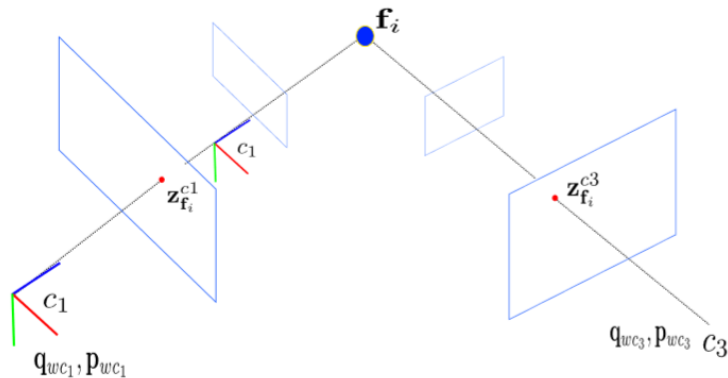
so the Hessian matrix is equal to the inverse of the covariance matrix:

$$\mathcal{H}(\boldsymbol{\theta}^*) = \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\theta}}^{-1} \quad (\text{A.4})$$

第三题：BA中信息矩阵的计算

●BA中信息矩阵的计算

单目 SLAM 系统 7 自由度不可观：6 自由度姿态 + 尺度。



第三题：BA中信息矩阵的计算

●BA中信息矩阵的计算

```
H.block(i*6,i*6,6,6) += jacobian_Ti.transpose() * jacobian_Ti;  
H.block(poseNums+j*3,poseNums+j*3,3,3) += jacobian_Pj.transpose() * jacobian_Pj;  
H.block(i*6,poseNums+j*3,6,3) += jacobian_Ti.transpose() * jacobian_Pj ;  
H.block(poseNums+j*3,i*6,3,6) += jacobian_Pj.transpose() * jacobian_Ti ;
```

第三题：BA中信息矩阵的计算

●BA中信息矩阵的计算

```
File Edit View Search Terminal Help
0.00634341
0.00608493
0.00547299
0.0053236
0.00520788
0.00502341
0.0048434
0.00451083
0.0042627
0.00386223
0.00351651
0.00302963
0.00253459
0.00230246
0.00172459
0.000422374
3.21708e-17
2.06732e-17
1.43188e-17
7.66992e-18
6.08423e-18
6.05715e-18
3.94363e-18
```



深蓝学院
shenlanxueyuan.com

感谢各位聆听 !
Thanks for Listening

