



## Facultad de Ciencias

Universidad Autónoma de México

Física Estadística

Tarea 1- 13

Profesores:

Dr. Ricardo Atahualpa Solórzano

Kraemer

Alumno: Sebastián González Juárez

sebastian\_gonzalezj@ciencias.unam.mx



13. Estuviste en una reunión cerrada por un par de horas donde había alguien con COVID, así que decides hacerte una prueba rápida, porque verás a tu abuelita el fin de semana y no quisieras contagiarla.

La prueba asegura tener un 90 % de efectividad, pero como quieres estar seguro de que no tienes, te haces 2 pruebas y en ambas sales negativo. ¿Cuál es la probabilidad de que tengas COVID?

Nota: Tendrás que dar argumentos heurísticos sobre tu primera estimación de la probabilidad. Para esto utiliza que se divide el grado de riesgo en: (i) Reuniones cortas y al aire libre (muy bajo riesgo), (ii) reuniones largas y al aire libre (bajo riesgo), (iii) reuniones cortas en lugares con buena ventilación (riesgo medio), (iv) reuniones largas con buena ventilación (riesgo medio-alto), (v) reuniones cortas con mala ventilación (riesgo medio-alto) y (vi) reuniones largas con mala ventilación (riesgo alto).

Sol.

Veamos los eventos de interés:

- $A_i$  tienes COVID por haberse expuesto a algún riesgo  $i$ .
  - $A_1$  tienes COVID por reuniones cortas y al aire libre
  - $A_2$  tienes COVID por reuniones largas y al aire libre
  - $A_3$  tienes COVID por reuniones cortas en lugares con buena ventilación
  - $A_4$  tienes COVID por reuniones largas con buena ventilación
  - $A_5$  tienes COVID por reuniones cortas con mala ventilación
  - $A_6$  tienes COVID por reuniones largas con mala ventilación
- $B$  no tienes COVID.
- $P_i$  saliste positivo en una prueba  $i$ .
  - $P_1$  positivo en primera prueba
  - $P_2$  positivo en segunda prueba
- $N_i$  saliste negativo en una prueba  $i$ .
  - $N_1$  negativo en primera prueba
  - $N_2$  negativo en segunda prueba

Consideramos que nos hicimos 2 pruebas y en ambas salimos negativos, hay que calcular la probabilidad de que tenga COVID. Para eso utilizare teorema de Bayes:  $P[A_n|B] = \frac{P[B|A_n]P[A_n]}{\sum P[B|A_i]P[A_i]}$

La proba de tener COVID dado que salimos negativo en la primera prueba es:

$$P[A_i|N_1] = \frac{P[N_1|A_i]P[A_i]}{P[N_1|A_i]P[A_i] + P[N_1|B]P[B]}$$

Y como nos salió en una segunda prueba que no tenemos COVID:

$$\begin{aligned} P[A_i|N_2] &= \frac{P[N_2|A_i]P[A_i|N_1]}{P[N_2|A_i]P[A_i|N_1] + P[N_2|B](1 - P[A_i|N_1])} \\ &= \frac{P[N_2|A_i] \left( \frac{P[N_1|A_i]P[A_i]}{P[N_1|A_i]P[A_i] + P[N_1|B]P[B]} \right)}{P[N_2|A_i] \left( \frac{P[N_1|A_i]P[A_i]}{P[N_1|A_i]P[A_i] + P[N_1|B]P[B]} \right) + P[N_2|B] \left( 1 - \left( \frac{P[N_1|A_i]P[A_i]}{P[N_1|A_i]P[A_i] + P[N_1|B]P[B]} \right) \right)} \end{aligned}$$

Obs.  $P[N_1|B] = 0.9$ ,  $P[B] = 1 - P(A_i)$ ,  $P[N_1|A_i] = P[N_2|A_i] = 0.1$ .

$$\begin{aligned} &= \frac{(0.1) \left( \frac{(0.1)P[A_i]}{(0.1)P[A_i] + (0.9)(1 - P(A_i))} \right)}{(0.9) \left( \frac{(0.1)P[A_i]}{(0.1)P[A_i] + (0.9)(1 - P(A_i))} \right) + (0.9) \left( 1 - \left( \frac{(0.1)P[A_i]}{(0.1)P[A_i] + (0.9)(1 - P(A_i))} \right) \right)} \end{aligned}$$

Solo hay que asignar valores de  $A_i$ .

- $A_1 - P(A_1) = 0.1$

$$P[A_1|N_2] = \frac{(0.1) \left( \frac{(0.1)(0.1)}{(0.1)(0.1) + (0.9)(1 - 0.1)} \right)}{(0.9) \left( \frac{(0.1)(0.1)}{(0.1)(0.1) + (0.9)(1 - 0.1)} \right) + (0.9) \left( 1 - \left( \frac{(0.1)(0.1)}{(0.1)(0.1) + (0.9)(1 - 0.1)} \right) \right)}$$

Y resolverlo, así con cada  $A_i$ .

Así que lo planteare como 9  $A_i$ 's y con un script en Python calculare cada uno con saltos de 0.1. Se puede decir que cada vez ira incrementando la posibilidad en los 9 escenarios. Usando la ecuación:

$$\begin{aligned} &= \frac{(0.1) \left( \frac{(0.1)x}{(0.1)x + (0.9)(1 - x)} \right)}{(0.9) \left( \frac{(0.1)x}{(0.1)x + (0.9)(1 - x)} \right) + (0.9) \left( 1 - \left( \frac{(0.1)x}{(0.1)x + (0.9)(1 - x)} \right) \right)} \end{aligned}$$

**Código abajo con resultados.**

```

import numpy as np
def ecuacion(valores):
    resultados = []
    for x in valores:
        numerador = (0.1 * ((0.1 * x) / ((0.1 * x) + (0.9 * (1 - x)))))
        denominador = (0.9 * ((0.1 * x) / ((0.1 * x) + (0.9 * (1 - x))))) +
(0.9 * (1 - ((0.1 * x) / ((0.1 * x) + (0.9 * (1 - x)))))
        resultado = numerador / denominador
        resultados.append(resultado)
    return resultados
# Valores de x dando saltitos
valores = np.arange(0.1, 1.0, 0.1)
# Aplicamos la función a los valores
resultados = ecuacion(valores)
# Imprimimos los resultados
for x, res in zip(valores, resultados):
    print(f"x = {x:.1f}, Resultado = {res:.4f}")

```

x = 0.1, Resultado = 0.0014

x = 0.2, Resultado = 0.0030

x = 0.3, Resultado = 0.0051

x = 0.4, Resultado = 0.0077

x = 0.5, Resultado = 0.0111

x = 0.6, Resultado = 0.0159

x = 0.7, Resultado = 0.0229

x = 0.8, Resultado = 0.0342

x = 0.9, Resultado = 0.0556

Así para cada  $A_i$  con la proba que le queramos dar subiendo el riesgo.