Ondas sobre un líquido: Para las ondas en la superficie de un líquido, la relación de dispersión es: $\boldsymbol{\omega^2 = \frac{\sigma k^3}{\rho}}$, donde σ es la superficie del líquido y ρ su densidad.

Donde: ω es la frecuencia angular, k el núm. de onda, σ es la tensión superficial y ρ es la densidad.

Claramente no es una onda típica en una cuerda donde $\omega \propto k$, en este caso $\omega \propto k^{3/2}$, la diferencia es que aquí las ondas más pequeñas (con mayor k) oscilan más rápido.

a) Obtén la densidad de frecuencias para estas ondas. Recuerda que estas se mueven sobre una superficie, es decir, se trata de un problema 2D.

$$g(\omega) = \frac{A}{3\pi}\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^{2/3} \omega^{1/3}$$

Justo $g(\omega)$ nos dice cuantos modos de onda hay por unidad de frecuencia.

Donde con $\omega^{1/3}$, nos dice que la densidad aumenta lentamente con la frecuencia. Esto nos dice que a mayor frecuencia ω, hay más nodos.

b) Energía promedio a bajas temperaturas

$$E_t = \frac{A}{3\pi}\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^{2/3} (k_B T)^{7/3} (\hbar)^{-4/3} \Gamma\left(\frac{7}{3}\right) \zeta\left(\frac{7}{3}\right)$$

Pero en general nos interesa que $E_t \propto T^{7/3}$.

Refleja que a bajas T, sólo unos cuantos **modos de baja frecuencia** están excitados, y contribuyen al total de energía.

En general es que los modos de frecuencia baja no están tan densamente poblados como creo el recuerdo del caso 3D, del gas de fonones en solidos donde $E_t \propto T^4$.

c) Calor específico

$$C(T) \propto \begin{cases} T^{4/3} & T \to 0 \\ constante & T \to \infty \end{cases}$$

Lo vi del modo que el calor especifico se puede decir que mide cuanta energía hay que suministrar al sistema para aumentar su temperatura. $C = \frac{\partial E}{\partial T}$

Para las bajas temperaturas ($T \to 0$). (régimen cuántico)

Cuando la temperatura es muy baja, el sistema no absorbe calor fácilmente.

Entonces, muy pocos modos se excitan (solo los de frecuencia muy baja), y por eso la energía del sistema crece lentamente.

Se puede decir que, a bajas temperaturas, el sistema se comporta como un objeto cuántico congelado: la energía térmica no alcanza para excitar la mayoría de los modos. Solo unos pocos modos de baja frecuencia contribuyen.

Para las bajas temperaturas ($T \to \infty$). (no se puede estudiar este caso, pues E_t era para bajas T. (régimen clásico)

Cuando la temperatura es alta, podemos decir que cada modo aporta una cantidad fija de energía, como una equipartición. Se comporta como si fuera clásico y no siente la cuantización.