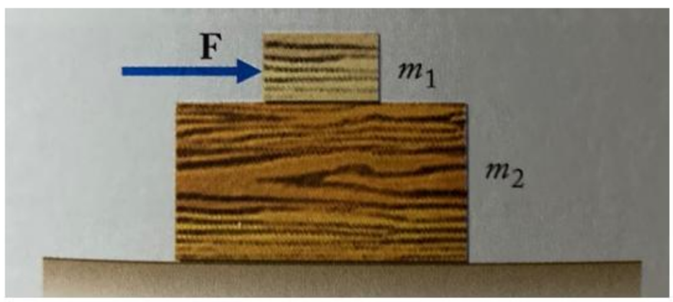
Mecánica Vectorial (2022-2)

Actividad 6

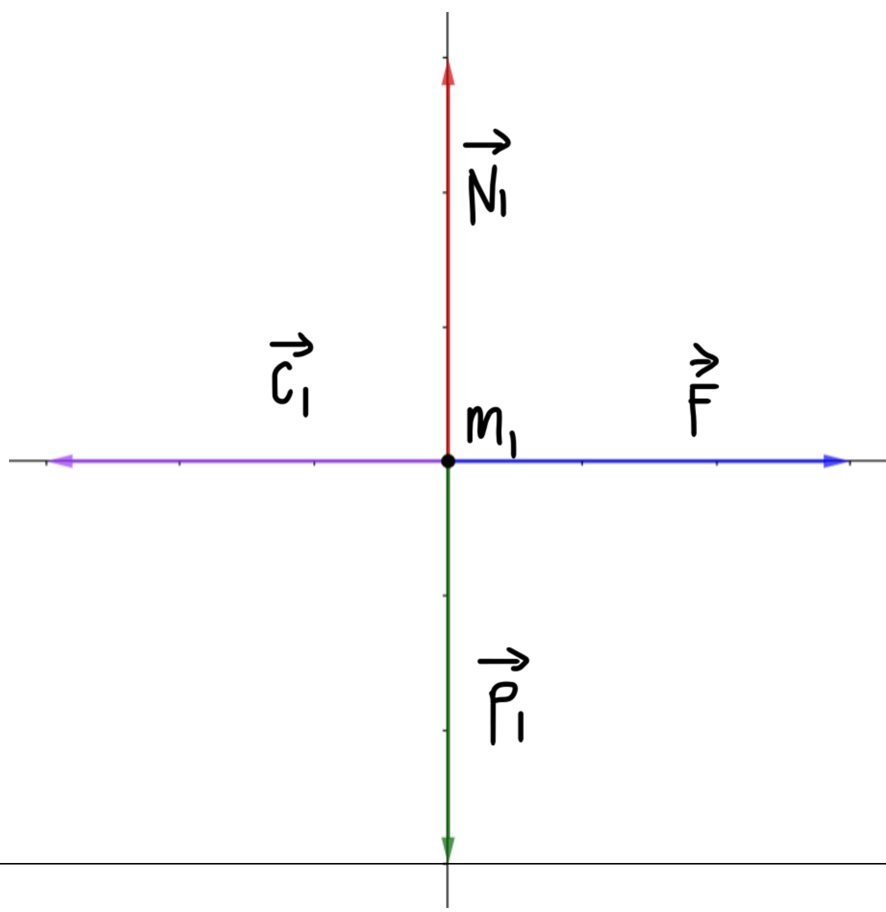
Sebastián González Juárez **Grupo 8110: Mirna Villavicencio Torres**

1. Un bloque de masa m_1 descansa encima de un bloque mayor de masa m_2 que descansa sobre una superficie plana. El coeficiente de fricción cinética entre los bloques superior e inferior es μ_1 y el coeficiente entre el bloque superior e inferior es μ_2. Se aplica una fuerza horizontal $\vec{F}$ al bloque superior haciendo que se deslice; la fuerza de fricción entre los bloques hace que también el bloque inferior se deslice. Encuentra la aceleración del bloque superior y la aceleración del bloque inferior.



Analicemos las fuerzas que actúan en cada bloque con un diagrama de cuerpo libre.

Bloque de masa m_1.



Donde,

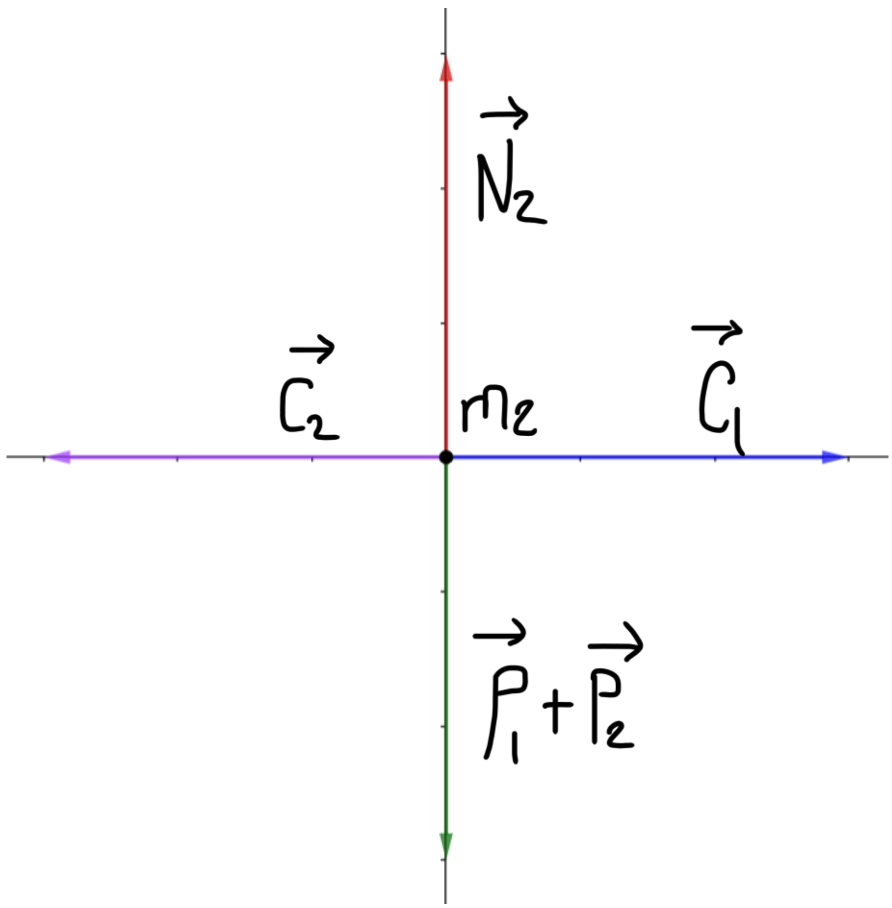
$\overrightarrow{N_1}$ es la fuerza normal del bloque de masa m_1

$\vec{F}$ es la fuerza que se aplica según el problema

$\overrightarrow{C_1}$ es la fuerza de fricción que ejerce con el bloque de masa m_2

$\overrightarrow{P_1}$ es la fuerza del peso del bloque de masa m_1

Bloque de masa m_2



Donde,

$\overrightarrow{N_2}$ es la fuerza normal del bloque de masa m_2

$\overrightarrow{C_1}$ es la fuerza de fricción que ejerce el bloque de masa m_1 con el bloque de masa m_2

$\overrightarrow{C_2}$ es la fuerza de fricción que ejerce con el bloque de masa 1

$\overrightarrow{P_1}$ es la fuerza del peso del bloque de masa m_1

$\overrightarrow{P_2}$ es la fuerza del peso del bloque de masa m_2

De esto tenemos, para las fuerzas verticales

Para m_1

$$\sum \overrightarrow{F_y} = \overrightarrow{N_1} = \overrightarrow{P_1} = m_1 g$$

Para m_2

$$\sum \overrightarrow{F_y} = \overrightarrow{N_2} = \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} = m_1 g + m_2 g = g(m_1 + m_2)$$

También por segunda ley de Newton,

Para m_1

$$\overrightarrow{N_1} + \vec{F} + \overrightarrow{C_1} + \overrightarrow{P_1} = m_1 \overrightarrow{a_1}$$

$$\vec{F} + \overrightarrow{C_1} = m_1 \overrightarrow{a_1}$$

Para m_2

$$\overrightarrow{N_2} + \overrightarrow{C_1} + \overrightarrow{C_2} + \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} = m_2 \overrightarrow{a_2}$$

$$\overrightarrow{C_1} + \overrightarrow{C_2} = m_2 \overrightarrow{a_2}$$

Consideremos que nuestras fuerzas de fricción están dadas por,

$$C_1 = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g$$

$$y$$

$$C_2 = \mu_2 N_2$$

Entonces sustituyendo,

$$C_1 = \mu_1 m_1 g$$

$$y$$

$$C_2 = \mu_2 g(m_1 + m_2)$$

Ahora regresemos a las ecuaciones que encontramos haciendo uso de la segunda ley de Newton y sustituyamos,

Para m_1

$$\vec{F} + \overrightarrow{C_1} = m_1 \overrightarrow{a_1}$$

La fuerza de fricción $\overrightarrow{C_1}$ tiene dirección opuesta a la de la fuerza $\vec{F}$

$$\Rightarrow \vec{F} - \mu_1 m_1 g = m_1 \overrightarrow{a_1}$$

Para m_2

$$\mu_1 m_1 g$$

Las fuerzas de ficción $\overrightarrow{C_1}$ y $\overrightarrow{C_2}$ tienen direcciones opuestas,

$$\Rightarrow \mu_1 m_1 g - \mu_2 g(m_1 + m_2) = m_2 \overrightarrow{a_2}$$

$$\Rightarrow g\big(\mu_1 m_1 - \mu_2(m_1 + m_2)\big) = m_2 \overrightarrow{a_2}$$

Despejemos las aceleraciones de cada bloque,

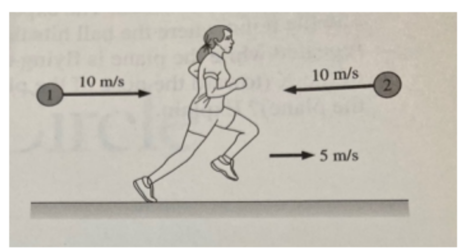
Para $\boldsymbol{m_1}$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{a_1} = \frac{\vec{F} - \mu_1 m_1 g}{m_1}}$$

Para $\boldsymbol{m_2}$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{a_2} = \frac{g\big(\mu_1 m_1 - \mu_2(m_1 + m_2)\big)}{m_2}}$$

2. (a) Ana corre hacia la derecha con una rapidez de *5 m/s*. De acuerdo con sus amigas, que se encuentran en reposo, las pelotas 1 y 2 que se dirigen hacia ella tienen una rapidez de *10 m/s*. De acuerdo con Anita ¿qué pelota se mueve más rápido, o ambas se mueven con la misma rapidez? Explica



Veamos que sucede con cada pelota.

Pelota 1.

Vemos que Ana y la pelota se dirigen en la misma dirección,

$$\Rightarrow |r_1 - r_a| = |(10\ m/s) - (5\ m/s)| = |10\ m/s - 5\ m/s| = |5\ m/s| = 5\ m/s$$

La pelota 1, se mueve a una velocidad de $5\ m/s$ en relación con Ana.

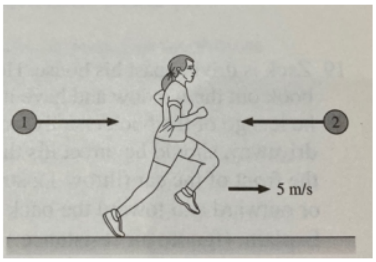
Pelota 2.

Vemos que Ana y la pelota se dirigen en dirección opuesta,

$$\Rightarrow |r_2 - r_a| = |(-10\ m/s) - (5\ m/s)| = |-10\ m/s - 5\ m/s| = |-15\ m/s| = 15\ m/s$$

La pelota 2, se mueve a una velocidad de $15\ m/s$ en relación con Ana.

Por lo tanto, para el sistema de referencia de Ana, la pelota 2 cuenta con más rapidez.



(b) Otra vez Ana corre hacia la derecha con una rapidez de *5 m/s* y hacia ella se dirigen las pelotas 1 y 2 que fueron lanzadas por sus amigas. De acuerdo con Ana, ambas pelotas se acercan a ella con la misma rapidez de *10 m/s*. ¿Qué pelota se lanzó con la mayor rapidez? ¿o se lanzaron ambas con la misma rapidez? Explica.

Ambas pelotas van a la misma rapidez, de acuerdo con Ana,

$$\Rightarrow |r_1 - r_a| = |-r_2 - r_a|$$

Y, estas van a una rapidez de $10\ m/s$,

$$\Rightarrow |r_1 - r_a| = 10\ m/s = |-r_2 - r_a|$$

$$\Rightarrow |r_1 - 5\ m/s| = 10\ m/s = |-r_2 - 5\ m/s|$$

Para acoplarnos a lo que ven las amigas, desde la vista de Ana, ellas van a una velocidad constante de $-5\ m/s$, veamos cada pelota nuevamente,

Pelota 1.

$$\Rightarrow |r_1 - r_o| = |(10\ m/s) - (-5\ m/s)| = |10\ m/s + 5\ m/s| = 15\ m/s$$

La pelota 1, se mueve a una velocidad de $15\ m/s$ en relación con las amigas.

Pelota 2.

$$\Rightarrow |r_2 - r_a| = |(-10\ m/s) - (-5\ m/s)| = |-10\ m/s + 5\ m/s| = |-5\ m/s| = 5\ m/s$$

La pelota 2, se mueve a una velocidad de $5\ m/s$ en relación con Ana.

Para comprobamos pongamos estas velocidades en perspectiva de Ana, como vimos al inicio estas deben ir con la misma velocidad de $10\ m/s$.

$$|r_1 - r_o| = |(15\ m/s) - (5\ m/s)| = |15\ m/s - 5\ m/s| = |10\ m/s| = 10\ m/s$$

$$|-r_2 - r_a| = |-(5\ m/s) - (5\ m/s)| = |-5\ m/s - 5\ m/s| = |-10\ m/s| = 10\ m/s$$

$$\Rightarrow |r_1 - r_a| = |-r_2 - r_a|$$

Vemos que si se cumple.

La pelota se lanzó con mayor rapidez fue la pelota 1.

3. En un día lluvioso, las gotas de lluvia caen con una velocidad vertical de *10 m/s*. Si un automóvil viaja bajo la lluvia *a 25 m/s*, ¿cuál es la velocidad (magnitud y dirección) de las gotas de lluvia con respecto al automóvil?

La velocidad de la lluvia es de $(0\ m/s\,, -10\ m/s)$.

La velocidad del carro es de $(25\ m/s\,, 0\ m/s)$.

Tomemos el sistema de referencia del carro.

$$\Rightarrow r_l - r_a = (0\ m/s\,, -10\ m/s) - (25\ m/s\,, 0\ m/s) = (-25\ m/s\,, -10\ m/s)$$

La velocidad de la lluvia es de $(-25\ m/s\,, -10\ m/s)$, con respecto al carro.

Ahora busquemos la magnitud,

$$\Rightarrow |r| = \sqrt{(-25\ m/s)^2 + (-10\ m/s)^2} = \sqrt{625\,m^2/s^2 + 100\,m^2/s^2} = \sqrt{725\,m^2/s^2}$$

$$\approx 26.926\ m/s$$

Por lo tanto, la magnitud de la velocidad será de aproximadamente $26.926\ m/s$.

Ahora busquemos la dirección, para eso necesitamos el ángulo formado que está dado por:

$$\tan\theta = \frac{-10\ m/s}{-25\ m/s} = \frac{2}{5} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) \approx 21.801 + 180° \Rightarrow \theta = 201.8°$$

Por lo tanto, la dirección de la velocidad será de aproximadamente $201.8°$.

4. Una pelota sale con una rapidez de *12 m/s* de un lanza pelotas manual. Una persona usando un paracaídas desciende con una rapidez constante de 10 m/s y cuando está a 50 m del suelo usa el lanza pelotas para arrojar hacia arriba una pelota. Calcula la diferencia de tiempo que hay entre el instante en el que la pelota llega al suelo y el instante en el que la persona llega al suelo.

Veamos que sucede con el paracaidista, este va a una velocidad constante $\overrightarrow{v_h} = -10\ m/s$ y recorre una posición dada por $\overrightarrow{x_h} = \overrightarrow{v_h}t + \overrightarrow{x_i}$

Notemos que nuevamente $\overrightarrow{x_i}$ son los $50\ m$, sustituyendo los datos tenemos,

$$\overrightarrow{x_h} = (-10\ m/s)t + 50\,m$$

Ahora busquemos el tiempo cuando el paracaidista termina el recorrido, es decir que llega a 0, por lo tanto, igualemos a 0.

$$0 = (-10\ m/s)t_h + 50\,m \Rightarrow 10t_h = 50 \Rightarrow t_h = \frac{50}{10} \Rightarrow t_h = 5\,s$$

Ahora veamos que sucede con la pelota, tenemos un movimiento de caída libre, como hemos visto debemos usar las fórmulas de la aceleración constante. En este caso la de posición,

$$\vec{x} = \frac{1}{2}at^2 + \overrightarrow{v_i}t + \overrightarrow{x_i}$$

Si nos ponemos en el sistema de referencia del suelo, tenemos que la velocidad inicial de la pelota está dada por, $\vec{v_i} = 12\ m/s - 10\ m/s = 2\ m/s$

Entonces, tomando en cuenta la velocidad inicial de pelota, podemos calcular su posición en el tiempo gracias a la ecuación propuesta al inicio,

$$\vec{x_p} = -\frac{1}{2}gt^2 + \vec{v_i}t + \vec{x_i}$$

Sustituyamos nuestros datos, $\vec{x_p} = -\frac{1}{2}(9.8\ m/s^2)t^2 + (2\ m/s)t + (50\ m)$

Busquemos el tiempo de cuando la posición llega a 0,

$$0 = -\frac{1}{2}(9.8\ )t_p{}^2 + (2\ m/s)t_p + (50\ m) \Rightarrow -\frac{9.8}{2}t_p{}^2 + 2t_p + 50 = 0$$

$$\therefore t_p = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4\left(-\frac{9.8}{2}\right)(50)}}{2\left(-\frac{9.8}{2}\right)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+980}}{-9.8} = -\frac{-2 \pm \sqrt{984}}{9.8}$$

$$\Rightarrow t_p = \begin{cases} -\dfrac{-2+\sqrt{984}}{9.8} \approx -2.997\ s \\ -\dfrac{-2-\sqrt{984}}{9.8} \approx 3.405\ s \end{cases}$$

Nos quedaremos con el tiempo positivo$\Rightarrow t_p = 3.405\ s$

Ahora hay que obtener la diferencia de loa tiempo con los que llegan al suelo,

$$t = 5\ s - 3.405\ s \Rightarrow t = 1.595\ s$$

Por lo tanto, la diferencia de tiempo entre el instante en que la pelota llega al suelo y el instante en el que la persona llega al suelo es de aproximadamente$\mathbf{1.595\ s}$.

5. un automóvil blanco viaja en una carretera con rapidez constante de *90 km/hr*. el conductor ve un automóvil rojo, *1.0 km* detrás, que viaja en el mismo sentido. Dos minutos después, el automóvil rojo rebasa al blanco.

   (a) ¿Cuál es la rapidez promedio del automóvil rojo relativa al blanco

   (b) ¿Cuál es la rapidez del automóvil rojo relativa al suelo?

a)

El automóvil rojo se encuentra a $1\ km$ detrás y lo alcanza al paso de $2\ min$ ($\frac{1}{30}\ hr$), entonces para el sistema de referencia del automóvil blanco

$$\vec{v} = \frac{1\ km}{\frac{1}{30}\ hr} = 30\ km/hr$$

La rapidez promedio del automóvil rojo relativa al blanco es de $\mathbf{30\ km/hr}$.

b)

En este caso, un observador en el suelo verá el carro blanco con una velocidad constante de $90\ km/hr$ y al rojo rebasar al carro blanco. En el inciso anterior vimos que el carro rojo va a $30\ km/hr$ tomado el sistema de referencia al carro blanco, entonces para el sistema de referencia del suelo hay que sumar estos dos vectores de velocidad para hallar la velocidad del carro rojo.

$$\vec{v} = 90\ km/hr + 30\ km/hr = 120\ km/hr$$

La rapidez del automóvil rojo relativa al suelo es de $\mathbf{120}\ \boldsymbol{km/hr}$.