Mecánica Vectorial (2022-2)

Actividad 4

Sebastián González Juárez **Grupo 8110: Mirna Villavicencio Torres**

1. Ve el video que se encuentra en el link: https://youtu.be/2-KsyH68Sns Considera que cada piso del edificio tiene una altura de *3.0 m* y que en el instante *t=0* es cuando (sorpresivamente) el hombre se levanta del suelo. Todos los otros datos necesarios se encuentran en el video. Además, supón que la cuerda no tiene masa y que las colisiones entre el hombre y el barril no afectan la velocidad de su movimiento, aún cuando él dice lo contrario.
(a) Dibuja el diagrama cuerpo libre del hombre y del barril cuando el hombre se levanta del suelo. Calcula el tiempo en el que ocurre su primera colisión.
(b) Dibuja los diagramas de cuerpo libre otra vez después de que el barril pierde los ladrillos. Calcula el tiempo en el que ocurre la segunda colisión entre el hombre y el barril.
(c) Calcula el tiempo en el que el barril finalmente cae sobre el hombre.

Pregunta extra: ¿Cómo podrías bajar el barril de ladrillos sin salir herido?

Enlace del video: https://www.youtube.com/watch?v=2-KsyH68Sns

(a) Dibuja el diagrama cuerpo libre del hombre y del barril cuando el hombre se levanta del suelo. Calcula el tiempo en el que ocurre su primera colisión.

Notemos que estos 2 cuerpos (el hombre y el barril) comparten un dato en común y es que ambos están relacionados con la fuerza de tensión de la soga. Sus diagramas se pueden ver como una fuerza que los jalara para arriba (la fuerza de tensión de la soga) y otra para abajo que es la fuerza que ejercen los cuerpos por su peso.

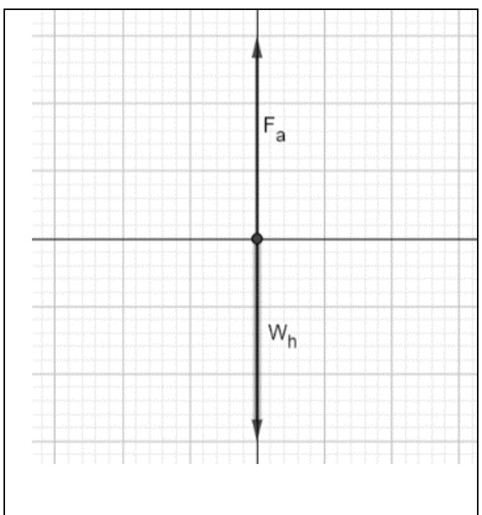


Diagrama de cuerpo libre (hombre)

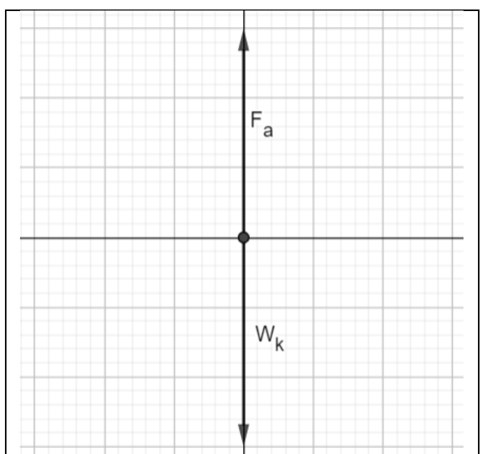


Diagrama de cuerpo libre (Barril con ladrillos)

Definamos $\overrightarrow{F_a}$ = Fuerza de Tensión de la cuerda, $\overrightarrow{W_h} = -m_h g$ que es el peso del hombre (m_h es la masa del hombre) y $\overrightarrow{W_k} = -(m_b + m_c)g$ que es el peso del barril con los ladrillos (m_b es la masa del barril y m_c es la masa de los ladrillos). También se considerará a $g = 9.8\ m/s^2$.

Sabemos, por la Segunda Ley de Newton, que la fuerza neta es igual a la masa por la aceleración. O bien, la aceleración es igual a la suma de todas las fuerzas dividida entre la masa.

$$t.q. \sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Entonces aplicándolo a nuestro problema, tenemos:

$$\overrightarrow{F_a} + \overrightarrow{W_h} = m_h \overrightarrow{a_a}$$

$$y$$

$$\overrightarrow{F_a} + \overrightarrow{W_k} = (m_b + m_c)(-\overrightarrow{a_a})$$

Nótese que a_a es la aceleración que tendrán los cuerpos, pero esta esta debe tener diferente signo ya que están en sentidos opuestos, el hombre para arriba y el barril para abajo. Desarrollamos las 2 expresiones halladas.

De un lado,

$$\overrightarrow{F_a} + \overrightarrow{W_h} = m_h \overrightarrow{a_a}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_a} = m_h \overrightarrow{a_a} - \overrightarrow{W_h}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_a} = m_h \overrightarrow{a_a} - (-m_h g)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_a} = m_h \overrightarrow{a_a} + m_h g$$

Por otro lado,

$$\overrightarrow{F_a} + \overrightarrow{W_k} = (m_b + m_c)(-\overrightarrow{a_a})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_a} = -(m_b + m_c)\overrightarrow{a_a} - \overrightarrow{W_k}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_a} = -(m_b + m_c)\overrightarrow{a_a} - (-(m_b + m_c)g)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_a} = -(m_b + m_c)\overrightarrow{a_a} + (m_b + m_c)g$$

Igualemos ambas expresiones,

$$m_h \overrightarrow{a_a} + m_h g = -(m_b + m_c)\overrightarrow{a_a} + (m_b + m_c)g$$

Despejemos la aceleración,

$$\Rightarrow m_h \overrightarrow{a_a} + (m_b + m_c)\overrightarrow{a_a} = (m_b + m_c)g - m_h g$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_a}\big(m_h + (m_b + m_c)\big) = g\big(-m_h + (m_b + m_c)\big)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_a} = \frac{g(-m_h + m_b + m_c)}{m_h + m_b + m_c}$$

Veamos que esta aceleración es constante, entonces podemos tenemos que:

$$h = \vec{v_i} t + \frac{1}{2} \overrightarrow{a_a} t^2$$

Donde h es la altura. Ahora bien, como sabemos que la velocidad inicial es 0, entonces:

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} \overrightarrow{a_a} t^2$$

Despejemos el tiempo,

$$t = \sqrt{\frac{2h}{\overrightarrow{a_a}}}$$

La altura del encuentro se dará a la mitad del recorrido, veamos el comportamiento de las 2 formas de ver el recorrido, el del hombre y el del barril:

$$t = \sqrt{\frac{2\left(\frac{h}{2}\right)}{\overrightarrow{a_a}}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{\overrightarrow{a_a}}}$$

$$y$$

$$t = \sqrt{\frac{2\left(\frac{h}{2} - h\right)}{-\overrightarrow{a_a}}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\left(-\frac{h}{2}\right)}{-\overrightarrow{a_a}}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{-h}{-\overrightarrow{a_a}}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{\overrightarrow{a_a}}}$$

Llegamos a la misma expresión. Toca sustituir la aceleración.

$$t = \sqrt{\frac{h}{\frac{g(-m_h + m_b + m_c)}{m_h + m_b + m_c}}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{h(m_h + m_b + m_c)}{g(-m_h + m_b + m_c)}}$$

Ahora sustituir todos los datos, pero antes se hará la aclaración que yo considerare que el edificio cuenta con 6 pisos, siendo la planta baja el mismo piso que el primero, siendo así el edificio tendrá 18 m de altura.

$$\Rightarrow t_a = \sqrt{\frac{18(80 + 25 + 250)}{(9.8)(-80 + 25 + 250)}}$$

$$= \sqrt{\frac{18(355)}{(9.8)(195)}}$$

$$= \sqrt{\frac{6390}{1911}}$$

$$\therefore t_a = \sqrt{\frac{2130}{637}}\ s \approx 1.829\ s$$

Por lo tanto, la colisión se da en el segundo $\sqrt{\frac{2130}{637}}\ s$ o bien aproximadamente a los $1.829\ s$.

Ahora calcularé el tiempo en el que el hombre tarda en llegar arriba y el barril abajo, esto porque será requerido en los siguientes incisos.

Para este caso tomaremos la altura total, es decir todo el recorrido, veamos el comportamiento de las 2 formas de ver el recorrido, el del hombre y el del barril:

$$t = \sqrt{\frac{2(h)}{\overrightarrow{a_a}}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{\overrightarrow{a_a}}}$$

$$y$$

$$t = \sqrt{\frac{2(0 - h)}{-\overrightarrow{a_a}}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(-h)}{-\overrightarrow{a_a}}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{\overrightarrow{a_a}}}$$

Llegamos a la misma expresión. Notemos que podemos encontrar una semejanza con la expresión que teníamos para la colisión.

$$t = \sqrt{2}\sqrt{\frac{h}{\overrightarrow{a_a}}}$$

Nuevamente pongamos los datos,

$$t_A = \sqrt{2}t_a$$

$$\Rightarrow t_A = \sqrt{2}\sqrt{\frac{2130}{637}}$$

$$\therefore t_A = \sqrt{\frac{4260}{637}}\, s \approx 2.586\, s$$

Por lo tanto, los 2 cuerpos habrán intercambiado lugar en el segundo $\sqrt{\frac{4260}{637}}\, s$ o bien aproximadamente a los $2.586\, s$.

(b) Dibuja los diagramas de cuerpo libre otra vez después de que el barril pierde los ladrillos. Calcula el tiempo en el que ocurre la segunda colisión entre el hombre y el barril.

Nuevamente los 2 cuerpos (el hombre y el barril) comparten un dato en común y es que ambos están relacionados con la fuerza de tensión de la soga. Sus diagramas se pueden ver como una fuerza que los jalara para arriba (la fuerza de tensión de la soga) y otra para abajo que es la fuerza que ejercen los cuerpos por su peso.

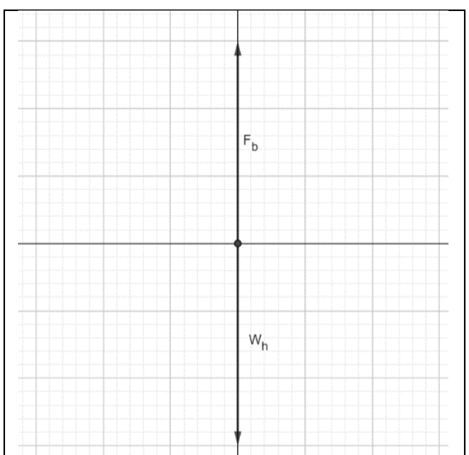


Diagrama de cuerpo libre (hombre)

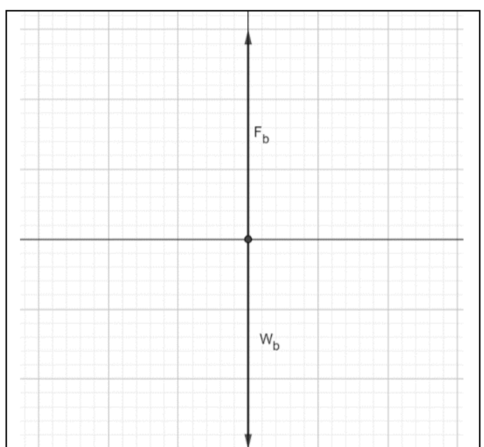


Diagrama de cuerpo libre (hombre)

Definamos $\overrightarrow{F_b}$ = Fuerza de Tensión de la cuerda, $\overrightarrow{W_h} = -m_h g$ que es el peso del hombre (m_h es la masa del hombre) y $\overrightarrow{W_b} = -m_b g$ que es el peso del barril (m_b es la masa del barril y m_c es la masa de los ladrillos). También se considerará a $g = 9.8\ m/s^2$.

Desarrollamos las 2 expresiones.

De un lado,

$$\overrightarrow{F_b} + \overrightarrow{W_h} = m_h(-\overrightarrow{a_b})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_b} = -m_h\overrightarrow{a_b} - \overrightarrow{W_h}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_b} = -m_h\overrightarrow{a_b} - (-m_h g)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_b} = -m_h\overrightarrow{a_b} + m_h g$$

Por otro lado,

$$\overrightarrow{F_b} + \overrightarrow{W_b} = (m_b)\overrightarrow{a_b}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_b} = m_b\overrightarrow{a_b} - \overrightarrow{W_b}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_b} = m_b\overrightarrow{a_b} - (-m_b g)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_b} = m_b\overrightarrow{a_b} + m_b g$$

Igualemos ambas expresiones,

$$-m_h\overrightarrow{a_b} + m_h g = m_b\overrightarrow{a_b} + m_b g$$

Despejemos la aceleración,

$$\Rightarrow m_h g - m_b g = m_b\overrightarrow{a_b} + m_h\overrightarrow{a_b}$$

$$\Rightarrow g(m_h - m_b) = \overrightarrow{a_b}(m_b + m_h)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_b} = \frac{g(m_h - m_b)}{m_b + m_h}$$

Como

$$t = \sqrt{\frac{2h}{\overrightarrow{a_b}}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{\frac{g(m_h - m_b)}{m_b + m_h}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2h(m_b + m_h)}{g(m_h - m_b)}}$$

La altura del encuentro se dará a la mitad del recorrido y esta dada por la siguiente expresión:

$$t = \sqrt{\frac{h(m_b + m_h)}{g(m_h - m_b)}}$$

Ahora sustituir todos los datos,

$$t_b = \sqrt{\frac{18(25 + 80)}{9.8(80 - 25)}}$$

$$= \sqrt{\frac{18(105)}{9.8(55)}}$$

$$= \sqrt{\frac{1890}{539}}$$

$$\therefore t_b = \sqrt{\frac{270}{77}}\ s \approx 1.872\ s$$

Por lo tanto, la colisión se da en el segundo $\sqrt{\frac{270}{77}}\ s$ o bien a aproximadamente a los $1.872\ s$. Este tiempo no considera el tiempo transcurrido en el inciso a). Si lo tomamos en cuenta, hay que sumar.

$$t_A + t_b = \sqrt{\frac{4260}{637}} + \sqrt{\frac{270}{77}} \approx 4.459\ s$$

Por lo tanto, si se considera el tiempo transcurrido en el inciso a), la colisión se da aproximadamente a los $4.459\ s$.

Ahora calcularé el tiempo en el que el hombre tarda en llegar abajo y el barril arriba, esto porque será requerido en los siguientes incisos.

Para este caso tomaremos la altura total, es decir todo el recorrido. La expresión del tiempo es:

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{\overrightarrow{a_b}}}$$

Notemos que podemos encontrar una semejanza con la expresión que teníamos para la colisión.

$$t = \sqrt{2}\sqrt{\frac{h}{\overrightarrow{a_b}}}$$

Nuevamente pongamos los datos,

$$t_B = \sqrt{2}t_b$$

$$\Rightarrow t_B = \sqrt{2}\sqrt{\frac{270}{77}}$$

$$\therefore t_B = \sqrt{\frac{540}{77}}\ s \approx 2.648\ s$$

Por lo tanto, los 2 cuerpos habrán intercambiado lugar en el segundo $\sqrt{\frac{540}{77}}\ s$ o bien a aproximadamente a los $2.648\ s$. Este tiempo no considera el tiempo transcurrido en el inciso a). Si lo tomamos en cuenta, hay que sumar.

$$t_A + t_B = \sqrt{\frac{4260}{637}} + \sqrt{\frac{540}{77}} \approx 5.234\ s$$

Por lo tanto, si se considera el tiempo transcurrido en el inciso a), la colisión se da aproximadamente a los $5.234\ s$.

(c) Calcula el tiempo en el que el barril finalmente cae sobre el hombre.

Para finalizar, el hombre ya adolorido deja de formar parte del sistema y el barril que se situaba en lo alto del edificio cae en caída libre. Calculare el tiempo en que el barril cae hasta el piso.

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Con nuestros valores:

$$t_C = \sqrt{\frac{2(18)}{9.8}}$$

$$= \sqrt{\frac{36}{9.8}}$$

$$= \sqrt{\frac{180}{49}}$$

$$\therefore t_C = \frac{6\sqrt{5}}{7}\ s \approx 1.917\ s$$

Por lo tanto, el barril llega al final de su recorrido en el segundo $\frac{6\sqrt{5}}{7}$ s o bien a aproximadamente a los $\mathbf{1.917}$ s. Este tiempo no considera el tiempo transcurrido en el inciso a), ni en el b). Si lo tomamos en cuenta, hay que sumar.

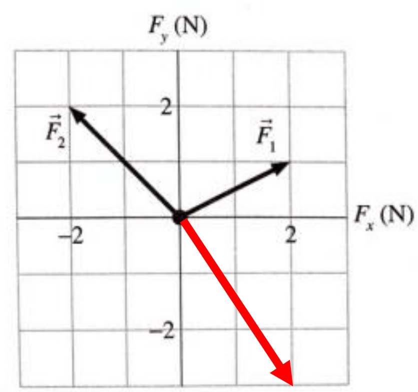
$$t_A + t_B + t_C = \sqrt{\frac{4260}{637}} + \sqrt{\frac{540}{77}} + \sqrt{\frac{180}{49}} \approx 7.151\ s$$

Por lo tanto, si se considera el tiempo transcurrido en el inciso a) y b), el barril llega al final de su recorrido aproximadamente a los $\mathbf{7.151}$ s.

Pregunta extra: ¿Cómo podrías bajar el barril de ladrillos sin salir herido?

Podía subir el edifico y estando arriba, poner pocos ladrillos tal que desde arriba pueda bajarlos sin problema. Cada ronda debo bajar el edificio para quitar los ladrillos y repetir este proceso repetidas veces hasta concluir.

2. Tres fuerzas $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$, ocasionan que un objeto, cuya masa es de 1kg, se acelere. Dos de esas fuerzas se muestran en los diagramas de cuerpo libre que aparecen a continuación, pero la falta dibujar la tercera. Para cada valor de la aceleración que te dan, dibuja el vector que representa a la fuerza que falta.



(a) $\vec{a} = 2\hat{i}\ (m/s^2)$

$$\vec{a} = (2,0)$$

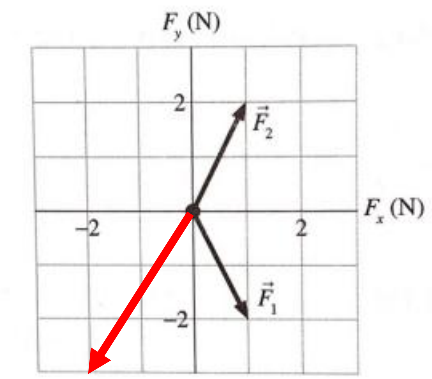
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{a}$$

$$(2,1) + (-2,2) + \vec{F}_3 = (2,0)$$

$$\vec{F}_3 = (2,0) - (2,1) - (-2,2)$$

$$\vec{F}_3 = (2,-3)$$

$$\vec{F}_3 = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}\ [N]$$



(b) $\vec{a} = -3\hat{j}\ (m/s^2)$

$$\vec{a} = (0,-3)$$

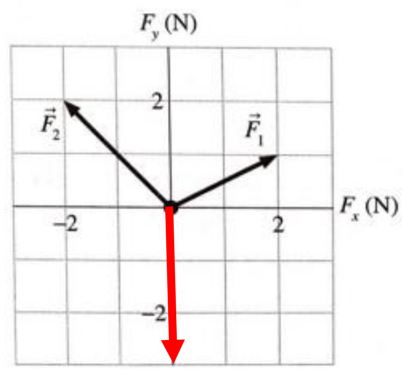
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{a}$$

$$(1,-2) + (1,2) + \vec{F}_3 = (0,-3)$$

$$\vec{F}_3 = (0,-3) - (1,-2) - (1,2)$$

$$\vec{F}_3 = (-2,-3)$$

$$\vec{F}_3 = -2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}\ [N]$$



(c) $\vec{a} = 0$

$$\vec{a} = (0,0)$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{a}$$

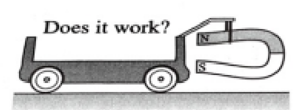
$$(2,1) + (-2,2) + \vec{F}_3 = (0,0)$$

$$\vec{F}_3 = (0,0) - (2,1) - (-2,2)$$

$$\vec{F}_3 = (0,-3)$$

$$\vec{F}_3 = -3\hat{\jmath}\ [N]$$

3. ¿Puede un imán colocado al frente de un carro de hierro como se muestra en la figura, hacer que el carro se mueva? Explica.



No, ya que estos forman parte del mismo sistema. Esto nos implica que el cuándo el imán atraiga al carro, este imán también empuje en la dirección contraria con la misma fuerza.

El problema radica que, si fueran 2 diferentes sistemas, estos se atraerían sin más y podemos también usando el imán mover el carro a donde queramos. Es como empujar una caja, necesitamos ejercer cierta fuerza hasta que venzamos la fuerza de que empuja a nosotros y empezamos a moverla. Tal como dice la primera ley de newton, un objeto permanecerá en movimiento o permanecerá en reposo a menos que actúe sobre él fuerza exterior.

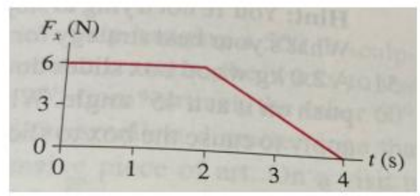
Lo que sucede es que como forma parte de un mismo sistema, cuando este mismo se empuja, la misma fuerza empujara del mismo lado y no hay una fuerza externa, por lo que debe permanecer en reposo.

Si se necesita que el carro tenga un movimiento, entonces debe haber una aceleración o del contrario permanecerá en repos. Veamos que en el carro están interactuando varias fuerzas, por ejemplo, la aceleración gravitatoria la cual esta se equilibrio con la fuerza normal y por lo tanto, el carro no se moverá verticalmente.

Ahora vemos que sucede con el movimiento horizontal, por la tercera ley de Newton tenemos que, para que el imán atraiga al carro, el coche también tiene que atraer el imán. Todas estas fuerzas se anulan entre sí. Por lo tanto, llegamos nuevamente a que este sistema no tiene fuerzas externas que actúen sobre él y el automóvil.

Por lo tanto, y, en resumen, el carro no se moverá ya que la primera ley de Newton requiere la existencia de una fuerza externa para que el carro salga del reposo y no tenemos esa fuerza externa.

4. Un objeto de *2kg* que originalmente se encontraba en reposo en el origen experimenta la fuerza que se muestra en la figura. ¿Cuál es la velocidad del objeto en *t=4s*?



Para encontrar la velocidad, primero hay que relacionar la imagen con la aceleración, así integrando la obtendremos.

Vemos que en la imagen tenemos una relación de tiempo con Fuerza y por segunda ley de Newton,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Definamos $F(t)$ con una función que nos representa la figura, entonces al integrar llegamos a

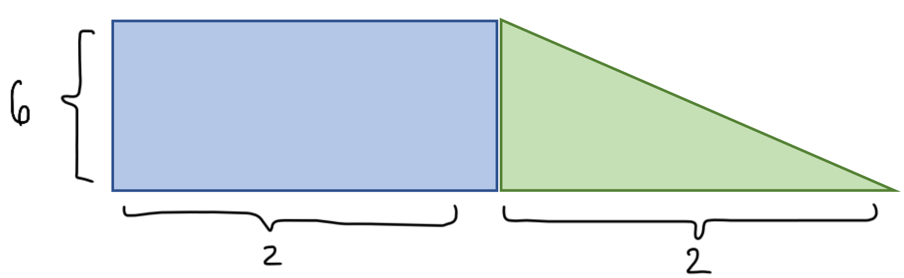
$$\vec{v} = \int_0^4 \vec{a}\, dt$$

$$= \int_0^4 \frac{\vec{F}}{m} dt$$

$$= \frac{1}{m}\int_0^4 F(t)\, dt$$

Recordemos que el significado geométrico de la integral es el área debajo de la curva. Por lo tanto, hay que sacar el área bajo la curva de la figura.

Vemos que podemos dividir la figura en 2 secciones.



$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{1}{2}\left[(2)(6) + \left(\frac{1}{2}\right)(2)(6)\right]$$

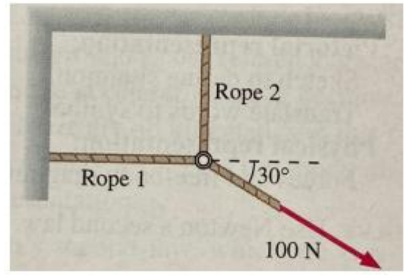
$$= \frac{1}{2}[12 + 6]$$

$$= \frac{1}{2}(18)$$

$$= 9$$

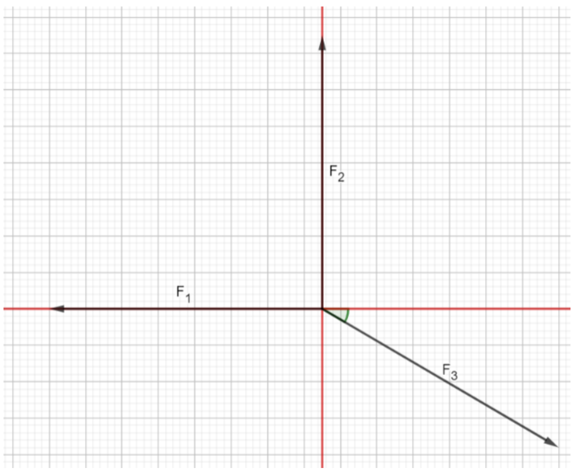
Por lo tanto, la velocidad en $\boldsymbol{t = 4\ s}$ es de $\boldsymbol{9\ m/s}$.

5. Las tres cuerdas de la figura se atan a un anillo muy pequeño y ligero. Dos de las cuerdas están ancladas a las paredes formando ángulos rectos y la tercera cuerda se jala como se muestra. Determina las fuerzas de tensión en la cuerda 1 y 2.



Sean las fuerzas de tensión $F_1 = Rope\ 1, F_2 = Rope\ 2$ y $F_3 = 100\ N$. Como el anillo de donde las cuerdas están ancladas no se mueve, entonces:

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0$$



Podemos ver que la F_1 y F_2 son perpendiculares y además estas solo se afectan en un solo eje, lo cual nos facilitara encontrar la tensión en ellas.

Como $F_3 = 100\ N$, entonces:

$$F_{3y} = 100 \sin 30° = (100)\left(\frac{1}{2}\right) = 50\ N$$

$$F_{3x} = 100 \cos 30° = (100)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 50\sqrt{3}\ N$$

Notemos que $F_{3y} = F_2$ y $F_{3x} = F_1$. Por lo tanto:

$$F_1 = 50\sqrt{3}\ N$$

$$y$$

$$F_2 = 50\ N$$

La fuerza de tensión de la cuerda 1 es de $50\sqrt{3}\ N$ y la fuerza de tensión de la cuerda 2 es de $50\ N$.