Facultad de Ciencias

Universidad Autónoma de México
Física Estadística
Tarea 1- 19

Profesores:

Dr. Ricardo Atahualpa Solórzano Kraemer

Alumno: Sebastián González Juárez

sebastian_gonzalezj@ciencias.unam.mx

19. Supón que tienes una baraja de 54 cartas (con dos comodines). Se destapa una por una. Encuentra la probabilidad de que la carta que encuentres después del primer As sea:

a) Un comodín b) Otro As c) Un J de ♡ d) Un As de ♠ e) Un J

Sol.

Para estos problemas le llamaremos k a la posición en la que aparece el primer As. Esta carta puede aparecer en $1 \leq k \leq 51$, pues en el caso extremo las posiciones de las otras 3 As serían en el lugar 52, 53 y 54.

Obtengamos a la proba de que aparezca un As en la posición k con las condiciones de que:

1. Las cartas de antes no son As, o sea $k-1$ cartas. 2. La carta k es un As.

Hay que ver las formas de colocar $k-1$ cartas sin incluir el As en 50 cartas. (Quintando 4 As):

$$\binom{50}{k-1}$$

Además de esto hay que obtener el número total de las combinaciones posibles sin los casos de interés, algo así como para hacer una proba geometría,

$$\binom{54}{k-1}$$

De modo que la proba de que las $k-1$ primeras cartas sean cartas sin los As es: $\binom{50}{k-1} \Big/ \binom{54}{k-1}$

Ahora, después de colocar $k-1$ cartas que no son As, aún quedan $54-(k-1)$ cartas, de las cuales exactamente 4 son Ases. La proba de que la carta en la posición k sea un As es:

$$\frac{4}{54-(k-1)} = \frac{4}{55-k}$$

Faltaría multiplicar ambas probabilidades y así obtenemos la probabilidad de que el primer As aparezca en la posición k:

$$P(k) = \frac{\binom{50}{k-1}}{\binom{54}{k-1}} \frac{4}{55-k}$$

Para este problema usaremos el teorema de la probabilidad total:

$$P(E) = \sum_{i=1}^{N} P(E|k_i)P(k_i)$$

Donde E es el evento de interés y $P(k_i) = P(k)\ \forall i$,

a) Un comodín

Tenemos 2 comodines y consideramos que sacamos el As:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{53} P(A|k)P(k)$$

Donde $P(A|k)$ es la proba condicional de que la carta $k+1$ sea un comodín y como hay 2 comodines:

$$P(A|k) = \frac{2}{55-(k+1)} = \frac{2}{54-k}$$

Así,

$$P(A) = \sum_{i=1}^{53} \frac{2}{54-k} \frac{\binom{50}{k-1}}{\binom{54}{k-1}} \frac{4}{55-k}$$

```
In[11]:= Sum[(2 / (54 - k)) * ((Binomial[50, k - 1]) / (Binomial[54, k - 1])) *
         suma                   número binomial            número binomial
           (4 / (55 - k)), {k, 1, 53}]

Out[11]= 4/81
```

Sol. Si empezamos con un As.

Solo hay que tomar en cuenta lo siguiente:

- La baraja tiene los comodines
- Una vez encontrado el primer As, quedan 53 cartas en la baraja.

a) $P(a) = \frac{2}{53}$

b) $P(b) = \frac{3}{53}$

c) $P(c) = \frac{1}{53}$

d) Si el primer As no es este, $P(d) = \frac{1}{53}$. Caso contrario la probabilidad es nula.

e) $P(e) = \frac{4}{53}$

Sol. Si no empezamos con un As.

Solo hay que tomar en cuenta lo siguiente:

- La baraja tiene los comodines
- Hay 54 cartas en la baraja y hay que sacar el As.

a) $P(a) = \frac{1}{54}\frac{2}{53}$

b) $P(b) = \frac{1}{54}\frac{3}{53}$

c) $P(c) = \frac{1}{54}\frac{1}{53}$

d) $P(d) = \frac{1}{54}\frac{1}{53}$

e) $P(e) = \frac{1}{54}\frac{4}{53}$