

Facultad de Ciencias

Universidad Autónoma de México Física Estadística Tarea 1-06

Profesores:

Dr. Ricardo Atahualpa Solórzano Kraemer

Alumno: Sebastián González Juárez

sebastian_gonzalezj@ciencias.unam.mx



6. Demuestra que si A y B son eventos independientes, entonces A^c y B son eventos independientes, así como $A y B^c$ o $A^c y A^c$.

Sol.

 $A \vee B$ son independientes $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

P. d. A^c y B son independientes, i.e. $P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B)$

$$B = (A \cap B) \cup (A^c \cap B)$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B) = P(A)P(B) + (A^c \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A^c \cap B) = P(B) - P(A)P(B) = P(B) - \left(1 - P(A^c)\right)P(B) = P(B) - P(B) + P(A^c)P(B)$$

$$\therefore P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B)$$

P. d. A y B^c son independientes, i.e. $P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c)$

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c) = P(A)P(B) + (A \cap B^c)$$

$$\Rightarrow P(A\cap B^c) = P(A) - P(A)\big(1 - P(B^c)\big) = P(A) - P(A) + P(A)P(B^c)$$

$$P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c)$$

P. d. A^c y B^c son independientes, i.e. $P(A^c \cap B^c) = P(A^c)P(B^c)$

Como A y B son independientes \Rightarrow A y B^c son independientes,

$$B^c = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B^c)$$

$$\Rightarrow P(B^c) = P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c) = P(A)P(B^c) + (A^c \cap B^c)$$

$$\Rightarrow P(A^c \cap B^c) = P(B^c) - P(B^c)(1 - P(A^c)) = P(B^c) - P(B^c) + P(B^c)P(A^c)$$

$$P(A^c \cap B^c) = P(A^c)P(B^c)$$