Facultad de Ciencias

Universidad Autónoma de México
Física Estadística
Tarea 1- 25

Profesores:
Dr. Ricardo Atahualpa Solórzano Kraemer
Alumno: Sebastián González Juárez
sebastian_gonzalezj@ciencias.unam.mx

25. * Utiliza la definición de valor esperado de una función, para hacer un algoritmo probabilístico que calcule:

$$\int_{a}^{b} f(x)\,dx$$

Sol. (método de Monte Carlo)

Partamos de usar la def. de valor esperado de una función. Sea X una variable aleatoria con densidad de proba $P_X(x)$ entonces:

$$E[f(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)P_X(x)dx$$

Si X esta dsitribuida uniformemnte en $[a,b]$, su densidad será:

$$P_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \\ 0, & e.o.c \end{cases}$$

Sustituyendo:

$$E[f(X)] = \int_{a}^{b} f(x)\frac{1}{b-a}dx = \frac{1}{b-a}\int_{a}^{b} f(x)dx \Rightarrow \int_{a}^{b} f(x)dx = E[f(X)](b-a)$$

Ahora faltaría calcular $E[f(X)]$ y para eso podemos muestrear X de manera unfirme en el intervalo $[a,b]$. Debemos generar N valores que sean ind. t. q. $X_1, X_2, \dots, X_N$, así habría un estimador de $E[f(X)]$ siendo la media muestral:

$$E[f(X)] \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(X_i)$$

Con lo que ya puedo calcular una estimación a la integral

$$\int_{a}^{b} f(x)dx \approx (b-a)\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(X_i)$$