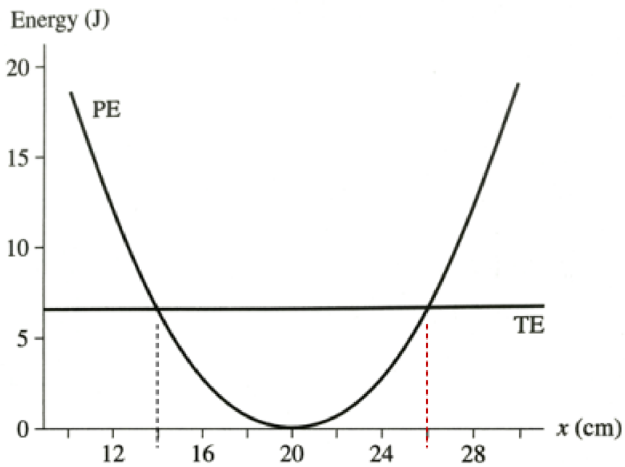
Mecánica Vectorial (2022-2)

Actividad 8

Sebastián González Juárez **Grupo 8110: Mirna Villavicencio Torres**

1. La figura nos muestra un diagrama en el que se grafica la energía potencial (PE) y la energía total (TE) de una partícula que oscila armónicamente, pues está atada a un resorte.



a) ¿Cuál es la longitud de equilibrio del resorte?

Como vimos los puntos de equilibrio se dan cuando la pendiente de la gráfica de la función de energía es igual a 0, i.e. la gráfica de fuerza es igual a 0. Es el punto donde tenemos la mínima energía potencial.

Es en $x = 20$ cm.

b) Donde están los puntos de retorno ¿Explica cómo los identificaste?

En la gráfica encontramos los puntos de no retorno en las intersecciones de TE y de PE.

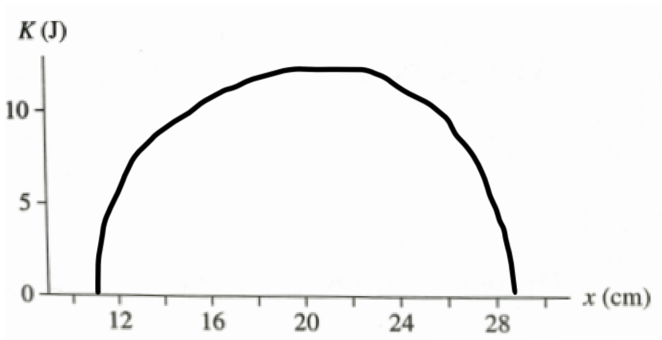
Estas intersecciones se dan **en $x = 14$ y $x = 26$.**

c) ¿Cuánto vale la energía cinética máxima que puede tener la partícula?

7 J, que es cuando la energía potencial vale 0 ya que la energía cinética será igual a la energía total.

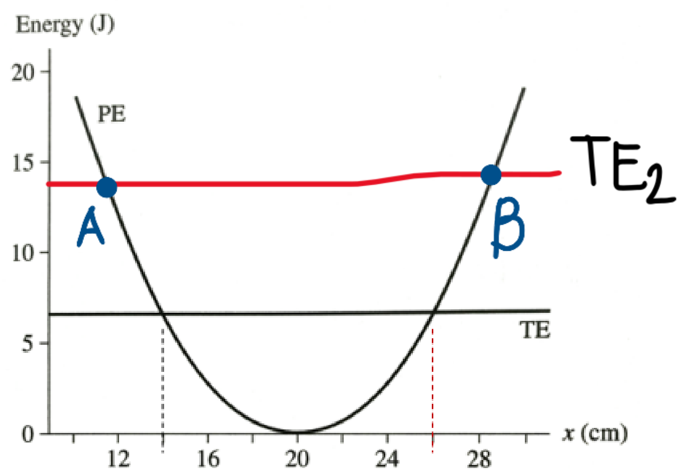
d) Dibuja una gráfica de la energía cinética (K) de la partícula como función de la posición?

La función de la energía cinética debe ir "contraria" a la gráfica de la de energía potencial.



e) Si se duplica la energía total de la partícula ¿cuáles serán ahora los puntos de retorno?

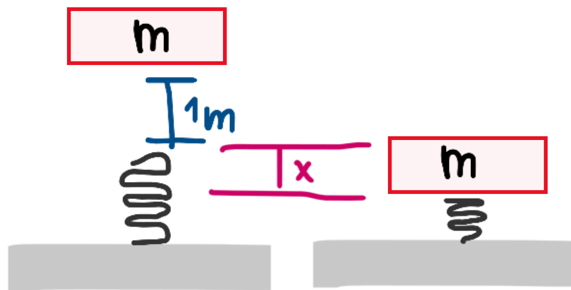
Dibujemos la nueva función constante en $y = 14$, que es aproximadamente donde se ubicaría si se duplica la energía total de la partícula.



Los puntos A y B, son las intersecciones de PE y TE_2. Los puntos A y B son los nuevos puntos de retorno.

2. Un resorte con una constante de restitución $k = 1000\ N/m$ se coloca en posición vertical sobre una mesa. Por otro lado, un bloque de masa $m = 1.6\ kg$ se sostiene a $1\ m$ por encima del extremo superior del resorte. Si ahora, dejamos caer verticalmente el bloque sobre el resorte, ¿qué distancia se comprimirá el resorte?

Dibujemos como se ve el resorte antes y después de ser comprimido.



Resorte sin comprimir. (imagen a)

Resorte siendo comprimido (imagen b)

Usaremos la expresión de energía dada por: $E_T = E_p + E_c$.

Veamos que, en la imagen a, la energía total de la masa m está dada por la energía potencial gravitacional:

$$\Rightarrow E_T = E_p \Rightarrow E_T = mgh \Rightarrow E_T = (1.6\ kg)(9.8\ m/s^2)h$$

Donde $h = 1\ m + x$, debido que es lo que le falta caer a la masa para estar en reposo.

$$\Rightarrow E_T = (1.6\ kg)(9.8\ m/s^2)(1\ m + x\ )$$

Por otro lado, en la imagen b, la energía total del resorte está dada por la energía potencial elástica:

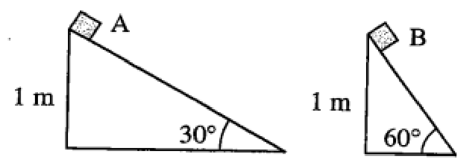
$$\Rightarrow E_T = E_c \Rightarrow E_T = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow E_T = \frac{1}{2}(1000\ \ N/m)x^2$$

Por conservación de energía,

$$mgh = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow (1.6\ kg)(9.8\ m/s^2)(1\ m + x) = \frac{1}{2}(1000\ \ N/m)x^2$$
$$\Rightarrow 2(1.6)(9.8)(1 + x) = (1000)x^2 \Rightarrow (31.36)(1 + x) = 1000x^2$$
$$\Rightarrow 31.36 + 31.36x = 1000x^2 \Rightarrow -1000x^2 + 31.36x + 31.36 = 0 \Rightarrow x$$
$$= \frac{-31.36 \pm \sqrt{31.36^2 - 4(-1000)(31.36)}}{2(-1000)} \Rightarrow x$$
$$= \frac{-31.36 \pm \sqrt{983.4496 + 125440}}{-200} \Rightarrow x = \frac{-31.36 \pm \sqrt{126423.4496}}{-2000} \Rightarrow x$$
$$= \frac{-31.36 \pm 355.5607537}{-2000}$$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} \dfrac{-31.36 + 355.5607537}{-2000} = -0.1621003769 \\ \dfrac{31.36 + 355.5607537}{2000} = 0.1934603769 \end{cases}$$

3. Los bloques A y B, que tienen la misma masa, resbalan sin fricción por dos rampas como se muestra en la figura



Si sus rapideces al llegar al extremo final de la rampa son v_A y v_B, respectivamente, estas son : ¿$v_A > v_B$?, $v_A = v_B$, o ¿$v_A < v_B$? Explica tu elección.

La energía total está dada por, $E_T = E_p + E_c$

Y, antes de ser soltadas, $E_T = E_p + 0 \Rightarrow E_T = E_p$

Por lo tanto, la energía total es la misma en ambos sistemas.

Como sabemos, al llegar al final se tiene que $E_T = 0 + E_c \Rightarrow E_T = E_c$

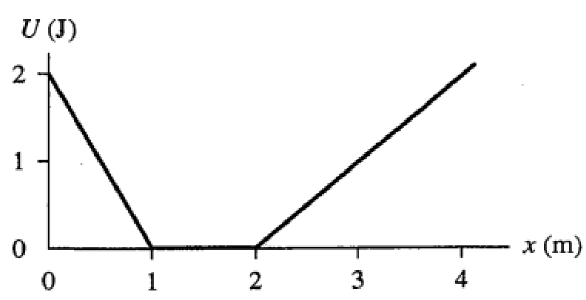
Y como sabemos, $E_c = \frac{mv^2}{2}$

Entonces para v_1 y v_2 por conservación de energía tenemos,

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow mv_1^2 = mv_2^2 \Rightarrow v_1^2 = v_2^2 \Rightarrow v_1 = v_2$$

Por lo tanto, por conservación de energía tenemos que $v_1 = v_2$.

4. Un objeto con masa de *1kg* tiene una energía potencial dada por la siguiente gráfica



(a) Si el objeto parte desde el reposo en $x=0$. ¿Cuál es su velocidad en $x=3m$?

Primero busquemos la energía total del objeto, la cual viene dada por:

$$E_T = E_p + E_c = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

En el enunciado se comenta que en $x = 0$ tenemos que la velocidad es 0, ya que el

$$\Rightarrow E_T = mgh + \frac{1}{2}m0^2 = mgh = E_p$$

Por lo tanto, en $x = 0$ tenemos que la energía total es la energía potencial y como vemos en la gráfica esta equivale a $2J$. Sabiendo esto, podemos calcular la energía cinética en $x = 3$, ya que la gráfica nos dice que en $x = 3$, la energía potencial vale $1J$.

$$E_T = E_p + E_c \Rightarrow 2J = 1J + E_c \Rightarrow E_c = 1J$$

Como $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, entonces para $x = 3$ tenemos

$$1 = \frac{1}{2}mv^2$$

La masa es de 1 kg,

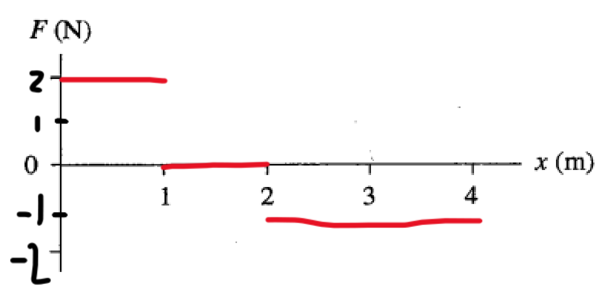
$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{2}(1)v^2 \Rightarrow 2 = v^2 \therefore v = \sqrt{2}$$

Por lo tanto, la velocidad en $x = 3\ m$ es de $\sqrt{2}\ m/s$.

(b) Dibuja la fuerza como función de la posición.

Recordemos que $F(x) = -\frac{du}{dx}$

Gráficamente vemos que en el intervalo $[0,1]$ la pendiente de la función es $m = -2$, entonces en ese mismo intervalo en la gráfica de fuerza debemos tener el valor constante de 2. Luego en el intervalo $[1,2]$ la pendiente es $m = 0$ y será el valor que tome la imagen de la función de fuerza. Finalmente, para el intervalo $[2,4]$ la pendiente es de $m = 1$, por lo tanto, en la gráfica de fuerza la función deberá valer -1.



(c) Utiliza el teorema trabajo-energía cinética para encontrar la velocidad del objeto en *x=3m* si partió del reposo en x=0

EL inciso es el mismo que el inciso a) y el procedimiento es el mismo, **la velocidad en $x = 3\ m$ es de $\sqrt{2}\ m/s$.**

5. El récord para la lluvia más intensa lo conserva Unionville, Maryland, donde 3.12 cm de lluvia cayeron en un intervalo de 1minuto. Si se supone que la velocidad de impacto de las gotas de lluvia sobre el suelo era de 10m/s, ¿cuál fue la fuerza de impacto promedio sobre cada metro cuadrado de suelo durante esta lluvia?

La fuerza está la siguiente expresión: $\vec{F} = \frac{\Delta\rho}{\Delta t}$

Donde ρ es el momento lineal, b$\rho = mv$

Como $m = du$, tal que, d es la densidad y u el volumen. La densidad del agua es

$$d = 997 \ kg/m^3$$

y el volumen es de

$$u = (3.12 \ cm)(1 \ cm)(1 \ cm) = 3.12 \ cm^3 = 3.12 \times 10^{-6} \ m^3$$

Entonces, $m = (997 \ kg/m^3)(3.12 \times 10^{-6} \ m^3) = 3.11064 \times 10^{-3} \ kg$

Regresamos al momento lineal y sustituyendo,

$$\rho = (3.11064 \times 10^{-3} \ kg)(10 \ m/s) = 3.11064 \times 10^{-2} \ kgm/s$$

Por lo tanto,

$$\vec{F} = \frac{\Delta\rho}{\Delta t} = \frac{3.11064 \times 10^{-2} \ kgm/s}{60 \ s} = 5.1844 \times 10^{-4} \ N$$

La fuerza promedio de impacto es de $\mathbf{5.1844 \times 10^{-4}} \ \boldsymbol{N}$ sobre cada negro de suelo durante la lluvia.