Mecánica Vectorial (2022-2)

Actividad 12

Sebastián González Juárez **Grupo 8110: Mirna Villavicencio Torres**

1. Una masa m atada a un resorte de constante de restitución k oscila con un periodo $T=2s$. (a) ¿Cómo cambia el periodo si duplicamos la masa? Explica. (b) ¿Cuál será ahora el periodo si k se cuadruplica? (c) ¿Cuál es el periodo si la amplitud de oscilación se duplica mientras que m y k mantienen en sus valores originales? (No necesitas conocer los valores de m y k. El análisis solo requiere que pienses en las razones).

a)

De las ecuaciones de frecuencia angular tenemos,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Donde T es el periodo, m es a masa, k la constante de restitución. Entonces,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{2\pi}{\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{m}}} = \frac{2\pi\sqrt{m}}{\sqrt{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Llegamos a que el periodo esta dado por la siguiente expresión:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Veamos que sucede si duplicamos la masa.

$$T_a = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}} \Rightarrow T_a = \sqrt{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right) \Rightarrow T_a = \sqrt{2}T$$

Vemos que, al duplicar la masa, aumentamos el periodo, talque el nevo periodo ahora vale $\sqrt{2}T$, además $T_a > T$.

b)

Veamos que sucede si k se cuatriplica,

$$T_b = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}} = \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right) = \frac{1}{2}T$$

Si k se cuatriplica, el periodo se recude a la mitad del original. Además $T_b < T$

c)

No habrá cambio, vemos que, en la ecuación hallada, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

En esta no influye la amplitud de oscilación y mientras que m y k mantengan sus valores, no habrá diferencia. Se mantiene el periodo original.

2. Cuando se cuelga una masa de *4 kg* del techo utilizando un resorte, este último se estira *16 cm* a partir de su longitud original. Se quita esa masa y del mismo resorte se cuelga otra de *0.5 kg*. Si entonces se estira el resorte y después se le suelta, ¿Cuál es su periodo de oscilación?

Partamos de la ley de Hooke, $F = kx$

Donde $F = ma$ y en nuestro caso la acleración es la aceleración gravitatoria g, $mg = kx$

De aquí podemos despejar y hallar la constante elasticidad, $k = \frac{mg}{x}$

Sea $m_1 = 4\ kg$ y $x = 0.16\ m$, entonces la k de resorte del problema está dada por:

$$k = \frac{m_1 g}{x}$$

Sustituyamos en la ecuación del periodo,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{m_1 g}{x}}}$$

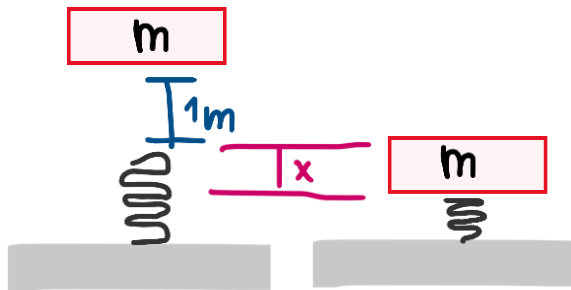
Tomemos $m = m_2 = 0.5\ kg$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{\frac{m_1 g}{x}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2 x}{m_1 g}} = 2\pi\sqrt{\frac{(0.5\ k)(0.16\ m)}{(4\ kg)(9.8\ m/s^2)}} \approx 0.284\ s$$

El periodo de oscilación será de $0.284\ s$.

3. (a) Un resorte con una constante de restitución *k= 1000 N/m* se coloca en posición vertical sobre una mesa. Por otro lado, un bloque de masa *m=1.6 kg* se sostiene a 1 m por encima del extremo superior del resorte. Si ahora, dejamos caer verticalmente el bloque sobre el resorte, ¿qué distancia se comprimirá el resorte?

Dibujemos como se ve el resorte antes y después de ser comprimido.



Resorte sin comprimir. (imagen a)

Resorte siendo comprimido (imagen b)

Usaremos la expresión de energía dada por: $E_T = E_p + E_c$.

Veamos que, en la imagen a, la energía total de la masa m está dada por la energía potencial gravitacional:

$$\Rightarrow E_T = E_p \Rightarrow E_T = mgh \Rightarrow E_T = (1.6\,kg)(9.8\ m/s^2)h$$

Donde $h = 1\,m + x$, debido que es lo que le falta caer a la masa para estar en reposo.

$$\Rightarrow E_T = (1.6\,kg)(9.8\ m/s^2)(1\,m + x\,)$$

Por otro lado, en la imagen b, la energía total del resorte está dada por la energía potencial elástica:

$$\Rightarrow E_T = E_c \Rightarrow E_T = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow E_T = \frac{1}{2}(1000\ \ N/m)x^2$$

Por conservación de energía,

$$mgh = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow (1.6\,kg)(9.8\ m/s^2)(1\,m + x) = \frac{1}{2}(1000\ \ N/m)x^2$$
$$\Rightarrow 2(1.6)(9.8)(1 + x) = (1000)x^2 \Rightarrow (31.36)(1 + x) = 1000x^2$$
$$\Rightarrow 31.36 + 31.36x = 1000x^2 \Rightarrow -1000x^2 + 31.36x + 31.36 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-31.36 \pm \sqrt{31.36^2 - 4(-1000)(31.36)}}{2(-1000)} = \frac{-31.36 \pm \sqrt{983.4496 + 125440}}{-200}$$
$$= \frac{-31.36 \pm \sqrt{126423.4496}}{-2000} = \frac{-31.36 \pm 355.5607537}{-2000}$$

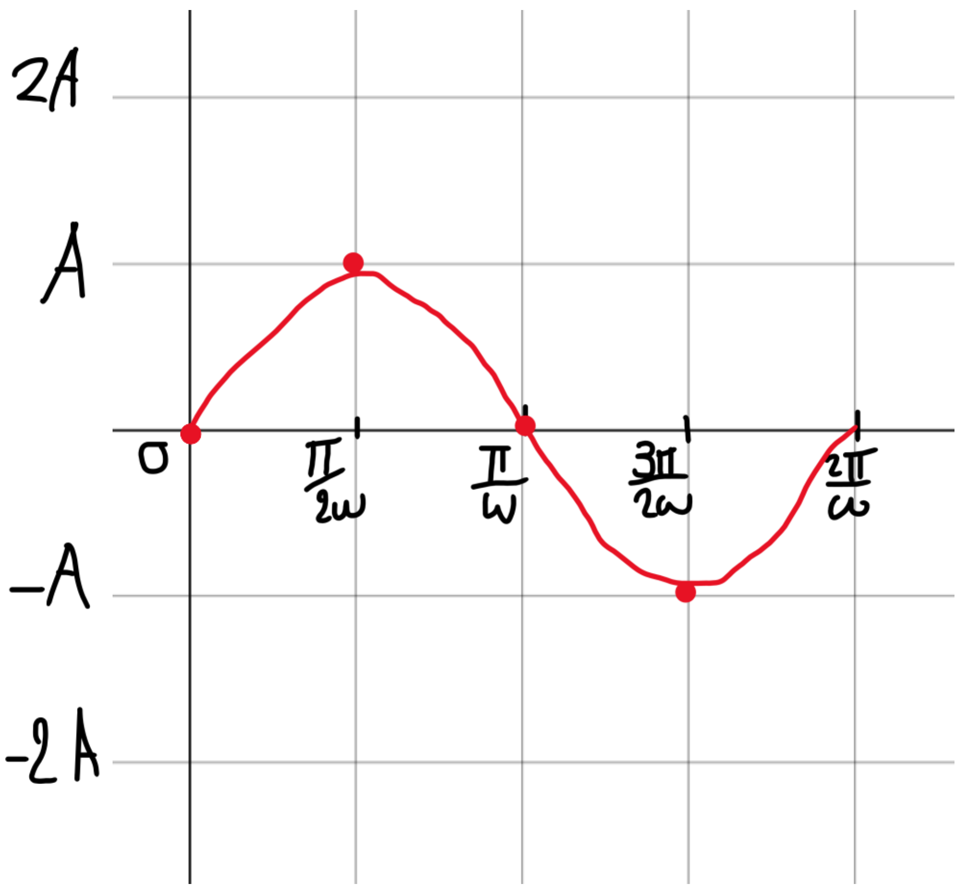
$$\Rightarrow x = \begin{cases} \dfrac{-31.36 + 355.5607537}{-2000} = -0.1621003769 \\ \dfrac{31.36 + 355.5607537}{2000} = 0.1934603769 \end{cases}$$

El resorte se comprimirá aproximadamente 0.193 m.

4. Esboza como sería la trayectoria de una partícula que se mueve en el plano x-y de acuerdo con las ecuaciones $x = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, $y = 2A\cos(\omega t)$, donde x y y está en metros y t en segundos.

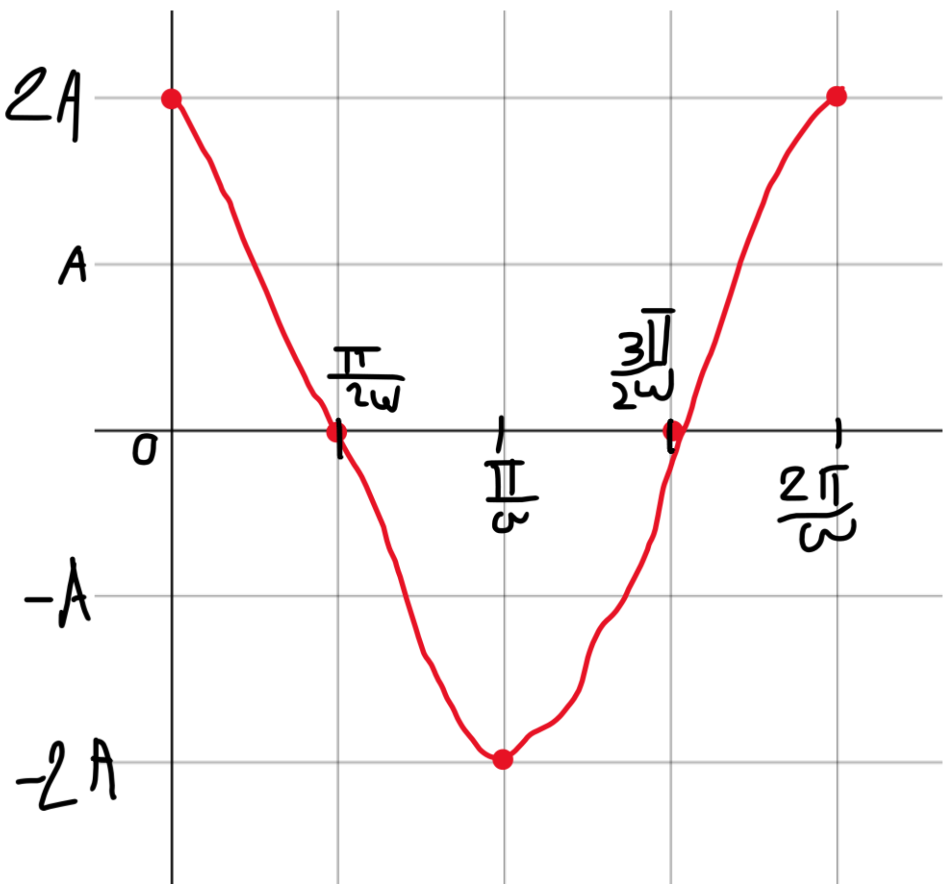
Gráfica de x. $x = A\cos\left(\frac{1}{2}(2\omega t - \pi)\right)$

t	x
0	0
$\frac{\pi}{2\omega}$	A
$\frac{\pi}{\omega}$	0
$\frac{3\pi}{2\omega}$	$-A$
$\frac{2\pi}{\omega}$	0



Gráfica y. $y = 2A\cos(\omega t)$

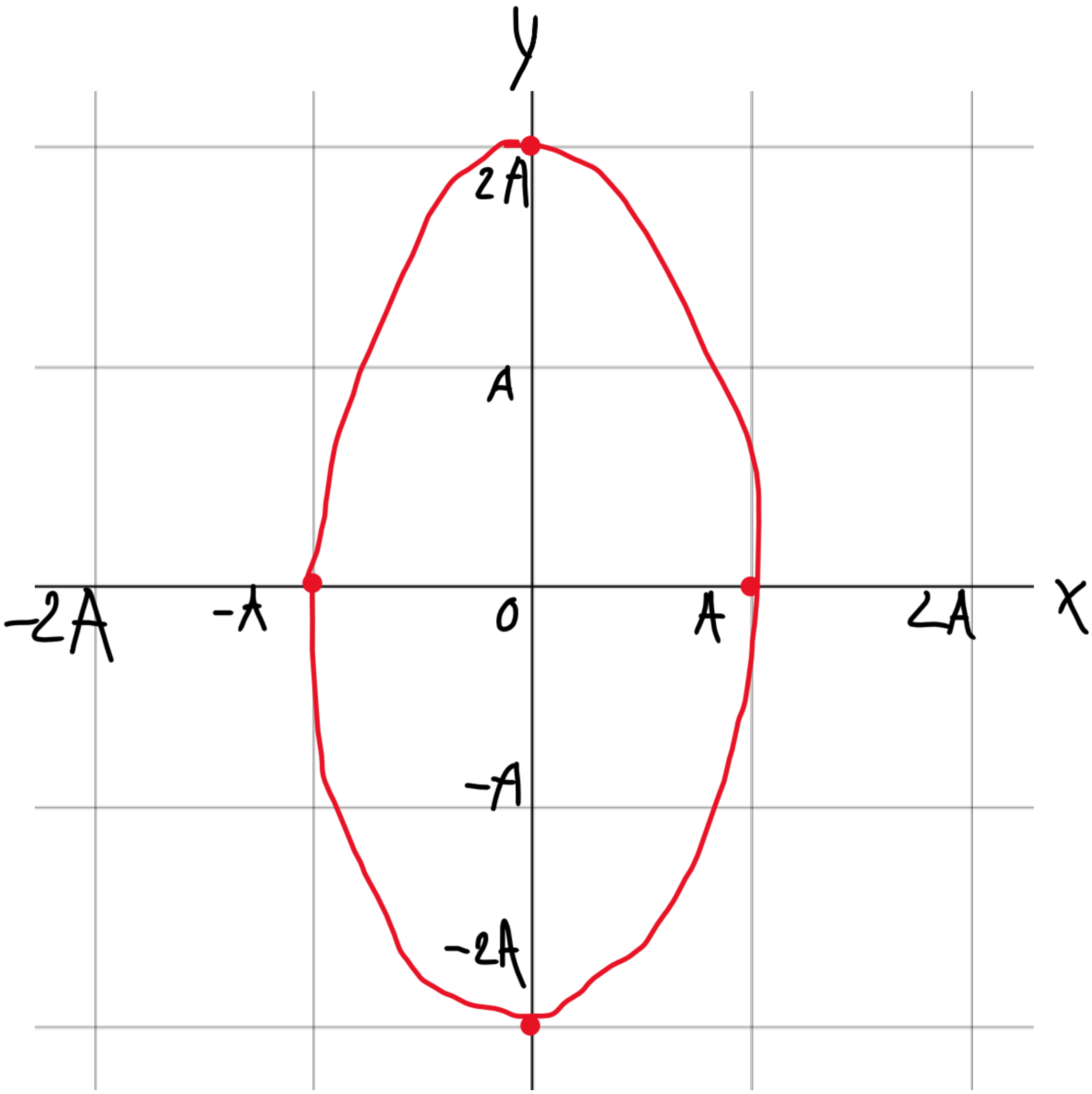
t	y
0	$2A$
$\frac{\pi}{2\omega}$	0
$\frac{\pi}{\omega}$	$-2A$
$\frac{3\pi}{2\omega}$	0
$\frac{2\pi}{\omega}$	$2A$



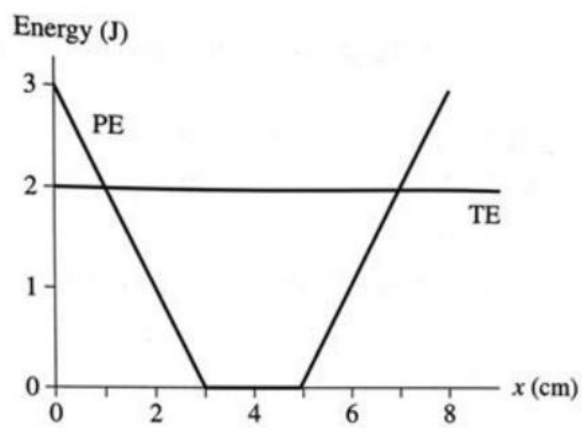
Ahora hagamos la gráfica x-y que es graficar los puntos:

$$\left(A\cos\left(\frac{1}{2}(2\omega t-\pi)\right),2A\cos(\omega t)\right)$$

Solo es usando las gráficas ya creadas.



5. La figura muestra la gráfica que describe el comportamiento de la energía potencial de una partícula (PE) y de su energía total (TE) en función de la posición. (a) ¿El movimiento de la partícula es un movimiento armónico simple? Si es así, ¿por qué? (b) ¿Cuál es la amplitud del movimiento? (c) Dibuja la gráfica de la energía cinética de la partícula como función de la posición.



a) No es un movimiento armónico simple, esto se debe a que en el movimiento armónico simple nos encontramos con un punto de equilibrio en el cual la ondulación va a oscilar periódicamente y en este caso tenemos una sección de la gráfica que se encuentra en equilibrio y no un único punto

b) Obtengamos ΔA, $\Delta A = \frac{7\ cm - 1\ cm}{2} = 3\ cm$. La amplitud del movimiento es de 3 cm.

c) Podemos ver la gráfica de KE como un espejo de la PE, por conservación de energía.