



Facultad de Ciencias
Universidad Autónoma de México
Física Estadística
Tarea 1- 16
Profesores:
Dr. Ricardo Atahualpa Solórzano
Kraemer
Alumno: Sebastián González Juárez
sebastian_gonzalezj@ciencias.unam.mx



16. Hay n urnas con v bolas verdes y r bolas rojas cada una. Alguien recoge una bola aleatoriamente de la urna 1 y la coloca en la 2. Después toma una aleatoriamente de la 2 y la coloca en la 3 y sigue así hasta llegar a la urna $n - 1$, de donde toma también una bola y la coloca en la urna n para finalmente sacar de ahí una bola aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea roja?

Sol.

Se recoge una bola de la urna 1 y vemos la proba de que sea roja: $P(R_1) = \frac{r}{v+r}$

Esto provoca que en la urna 2 en este caso tenga proba de: $P(R_2|R_1) = \frac{r+1}{v+r+1}$

Se recoge una bola de la urna 1 y vemos la proba que sea verde: $P(V_1) = \frac{v}{v+r}$

Esto provoca que en la urna 2 en este caso tenga proba de: $P(R_2|V_1) = \frac{r}{v+r+1}$

Veamos que para sacar rojo en la urna 2 tenemos:

$$\begin{aligned} P(R_2) &= P(R_1)P(R_2|R_1) + P(V_1)P(R_2|V_1) \\ &= \frac{r}{v+r} \frac{r+1}{v+r+1} + \frac{v}{v+r} \frac{r}{v+r+1} \\ &= \frac{r(r+1)}{(v+r)(v+r+1)} + \frac{vr}{(v+r)(v+r+1)} \\ &= \frac{r(r+1) + vr}{(v+r)(v+r+1)} \\ &= \frac{r(r+1+v)}{(v+r)(v+r+1)} \\ &= \frac{r}{v+r} \end{aligned}$$

Por lo tanto, después de la transferencia, la probabilidad de que una bola extraída de la urna 2 sea roja sigue siendo

$$\frac{r}{v+r}$$

Aplicando el mismo razonamiento, cuando se extrae una bola de la urna 2 y se coloca en la urna 3, la probabilidad de que una bola extraída de la urna 3 sea roja sigue siendo:

$$\frac{r}{(v+r)}$$

Este mismo argumento se aplica en cada paso.

$$\begin{aligned} P(R_n) &= P(R_{n-1})P(R_n|R_{n-1}) + P(V_{n-1})P(R_n|V_{n-1}) \\ &= \frac{r}{v+r} \frac{r+1}{v+r+1} + \frac{v}{v+r} \frac{r}{v+r+1} \\ &= \frac{r}{(v+r)} \end{aligned}$$

Por lo tanto, después de la transferencia, la probabilidad de que una bola extraída de la urna n sea roja sigue siendo

$$\frac{r}{(v+r)}$$