Mecánica Vectorial (2022-2)

Actividad 3

Sebastián González Juárez **Grupo 8110: Mirna Villavicencio Torres**

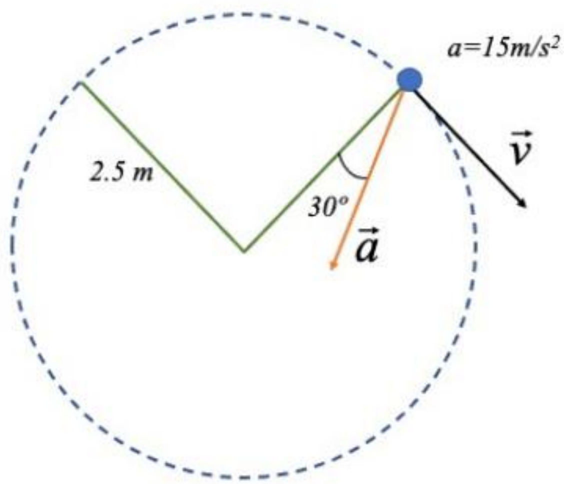
1. En la figura se representa el vector de aceleración que tiene en un instante dado una partícula que se mueve en el sentido de las manecillas del reloj en una circunferencia de radio *2.5 m*. Para ese instante calcula

   (a) La rapidez de la partícula,

   (b) su aceleración centrípeta,

   (c) su aceleración tangencial.

   (d) Qué puedes decir del movimiento simplemente del hecho de que exista una componente paralela y una perpendicular de la aceleración a la velocidad.



a)

La aceleración centrípeta está dada por: $a_c = \frac{v^2}{r}$

Tal que al despejar la velocidad se obtiene que: $v = \sqrt{a_c r}$

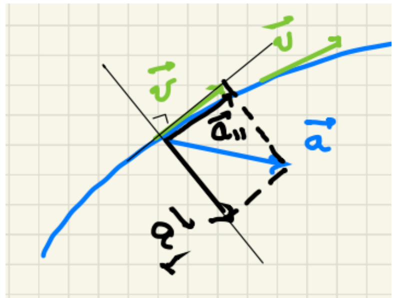
Ahora bien, en el siguiente inciso llegaremos a que $a_c \approx 12.990\ m/s^2$. Sustituyendo los datos:

$$\Rightarrow v \approx \sqrt{12.990(2.5)} \approx 5.698\,684\ m/s$$

Por lo tanto, tenemos que la rapidez de la partícula es aproximadamente de $5.698\,684\ m/s$.

b)

Recordemos que la aceleración en el movimiento circular es descrita por la suma de la aceleración tangencial con la aceleración centrípeta, tal que la aceleración tangencial es tangente a la curva y paralela a la velocidad, y la aceleración centrípeta es perpendicular a la velocidad.



Por lo que vemos que se forma un triángulo rectángulo, tal que se cumple que:

$$\cos\theta = \frac{a_c}{a} \Rightarrow a_c = a\cos\theta \;\; \text{y} \;\; \sin\theta = \frac{a_t}{a} \Rightarrow a_t = a\sin\theta$$

Trabajemos con la aceleración centrípeta, en nuestros datos tenemos que $\theta = 30°$ y $a = 15\ m/s^2$.

$$\Rightarrow a_c = 15\cos 30° = 15\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 12.990\ m/s^2$$

Por lo tanto, tenemos que la aceleración centrípeta es de aproximadamente $12.990\ m/s^2$.

c)

Ahora bien, trabajemos con la aceleración tangencial, en nuestros datos tenemos que $\theta = 30°$ y $a = 15\ m/s^2$.

$$\Rightarrow a_t = 15\sin 30° = 15\left(\frac{1}{2}\right) = 7.5\ m/s^2$$

Por lo tanto, tenemos que la aceleración tangencial es de $7.5\ m/s^2$.

d)

Como se vio en clase, al tener los 2 movimientos no se formará el círculo, abra una deformación y esto provocará que se si se tenga un movimiento curvo, pero no el circulo imaginado.

2. En las películas de ciencia ficción es común ver estaciones espaciales que tienen forma de un anillo que gira de tal manera que los astronautas experimentan una aceleración que sienten igual a la que se experimenta en la Tierra. Si una de estas estaciones tiene un radio de *200 m* de radio, ¿cuántas revoluciones por minuto se necesitan para proporcionar una aceleración de $9.81\ m/s^2$?

Recordemos que la aceleración centrípeta está dada por la siguiente expresión, para encontrar las revoluciones por minuto debemos despejar w.

$$a_c = rw^2 \Rightarrow w = \sqrt{\frac{a_c}{r}}$$

Sustituimos los valores del problema: $w = \sqrt{\frac{9.81}{200}} \approx 0.221\,472\ rad/s$

Faltaría hacer la conversión a revoluciones por minuto.

$$0.221\,472\ rad/s = \frac{0.221\,472\, rad}{1\ s} \cdot \frac{1\, rev}{2\pi\, rad} \cdot \frac{60\ s}{1\ min} \approx 2.114\,905\ rev/min$$

Para proporcionar una aceleración de $\mathbf{9.81\ m/s^2}$ se necesitan aproximadamente $\mathbf{2.114\,905}$ RPM.

3. En el acelerador Fermilab se obliga a los protones a viajar en un tubo al vacío en una órbita circular de 2.0 *km* de diámetro. Los protones tienen una rapidez casi igual a la de la luz (99.99995% la rapidez de la luz). ¿Cuál es la aceleración centrípeta de estos protones? Expresa tu respuesta en m/s^2 y compárala con el valor de g.

La aceleración centrípeta está dada por:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Consideremos que la velocidad de la luz es de $c = 300\,000\,000\ m/s$. Lo que implica que la velocidad de lo protones, que es 99.99995 % la rapidez de la luz, sea igual a:

$$v = \frac{(99.999\,95)(300\,000\,000)}{100} = 299\,999\,850\ m/s$$

Por otro lado, como el diámetro es de 2 km, implica que el radio sea de 1 $km = 1\,000\ m$.

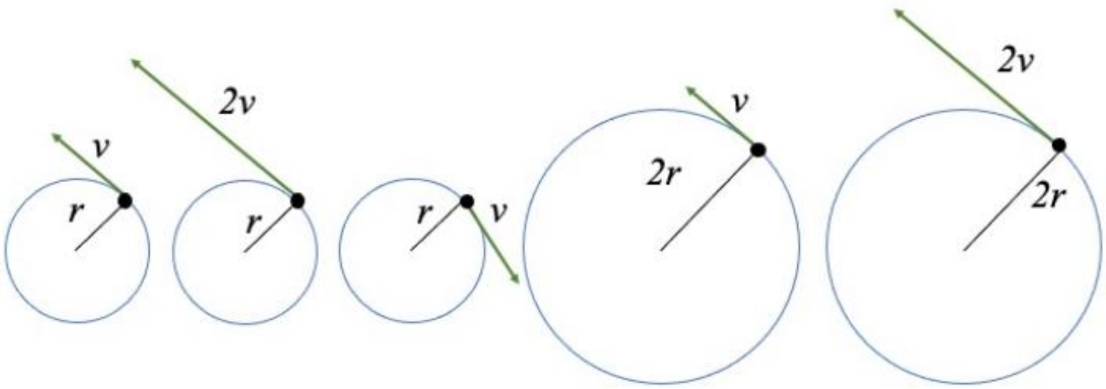
Por lo tanto,

$$a_c = \frac{(299\,999\,850\,)^2}{1\,000} \approx 8.999\,991\ \times\ 10^{13}\ m/s^2$$

La aceleración centrípeta de los protones es de aproximadamente $\mathbf{8.999\,991\ \times\ 10^{13}\ m/s^2}$.

Además, podemos ver que si consideramos que la aclaración gravitatoria es aproximadamente de $\mathbf{g = 9.81\ m/s^2}$, la aceleración que adquieren estos protones es mucho más grande que la aceleración gravitatoria.

4. Ordena, de mayor a menor, la aceleración centrípeta de las partículas que siguen las siguientes trayectorias.



(a) (b) (c) (d) (e)

La aceleración centrípeta está dada por:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Busquemos la aceleración centrípeta de cada caso:

a) $a_c = \frac{v^2}{r} = a$: a es la aceleración centrípeta de la partícula a.

b) $a_c = \frac{(2v)^2}{r} = \frac{4v^2}{r} = 4\frac{v^2}{r} = 4a$: a es la aceleración centrípeta de la partícula a.

c) $a_c = \frac{v^2}{r} = a$: a es la aceleración centrípeta de la partícula a.

d) $a_c = \frac{v^2}{2r} = \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{r}\right) = \frac{1}{2}a$: a es la aceleración centrípeta de la partícula a.

e) $a_c = \frac{(2v)^2}{2r} = \frac{4v^2}{2r} = 2\frac{v^2}{r} = 2a$: a es la aceleración centrípeta de la partícula a.

Usando de referencia la aceleración de la partícula a, podemos ordenar de mayor a menor como lo solicitado en el problema.

Nótese que:

$$\frac{1}{2} < 1 < 2 < 4$$

Ahora bien, por otro lado, a toma un valor positivo o igual a 0, esto debido a que la velocidad esta al cuadrado y eso implica que no importa si sea negativa o positiva, al final siempre será positiva o igual a 0, y además las distancias deben ser positivas lo que indica que el radio es positivo:

$$\Rightarrow a \geq 0 \therefore \frac{1}{2}a < 1a < 2a < 4a$$

i.e. $\therefore (\boldsymbol{d}) < (\boldsymbol{a}) = (\boldsymbol{c}) < (\boldsymbol{e}) < (\boldsymbol{b})$

5. Una partícula rota en un círculo con aceleración centrípeta igual a *8 m/s²*. ¿Cómo cambia esta aceleración si:

(a) se duplica el radio de la órbita sin cambiar la velocidad angular?

(b) se duplica el radio sin cambiar la rapidez de la partícula?

(c) se duplica la velocidad angular sin cambiar el radio de la órbita?

La aceleración centrípeta está dada por: $a_c = \frac{v^2}{r} = rw^2$

a)

Veamos que sucede al duplicar al radio, sin cambiar la velocidad angular, en la expresión:

$$a_c = 2rw^2$$

Obs. Veamos que, si el radio se duplica sin cambiar la velocidad angular, implica que la aceleración centrípeta se duplique a comparación de cuando no se había duplicado el radio.

Ahora con nuestros datos, tenemos que $a_c = rw^2 = 8$

$$a_c = 2rw^2 = 2(8) = 16$$

Nótese que la aceleración centrípeta se duplico, paso de valer 8 $\boldsymbol{m/s^2}$ a 16 $\boldsymbol{m/s^2}$.

b)

Veamos que sucede al duplicar al radio, sin cambiar la velocidad angular, en la expresión:

$$a_c = \frac{v^2}{2r} \Rightarrow a_c = \left(\frac{1}{2}\right)\frac{v^2}{r}$$

Obs. Veamos que, si el radio se duplica sin cambiar la velocidad, implica que la aceleración centrípeta valga la mitad a comparación de cuando no se había duplicado el radio.

Ahora con nuestros datos, tenemos que $a_c = \frac{v^2}{r} = 8$

$$a_c = \frac{v^2}{2r} = \left(\frac{1}{2}\right)8 = 4$$

Nótese que la aceleración centrípeta a disminuyo la mitad, paso de valer 8 $\boldsymbol{m/s^2}$ a 4 $\boldsymbol{m/s^2}$.

c)

Veamos que sucede al duplicar la velocidad angular, sin cambiar el radio, en la expresión:

$$a_c = r(2w)^2 = 4rw^2$$

Obs. Veamos que, si la velocidad angular se duplica sin cambiar el radio, implica que la aceleración centrípeta se cuatriplique a comparación de cuando no se había duplicado la velocidad angular.

Ahora con nuestros datos, tenemos que $a_c = rw^2 = 8$

$$a_c = r(2w)^2 = 4rw^2 = (4)8 = 32$$

Nótese que la aceleración centrípeta se cuatriplico, paso de valer $\mathbf{8}\ \boldsymbol{m/s^2}$ a $\mathbf{32}\ \boldsymbol{m/s^2}$.