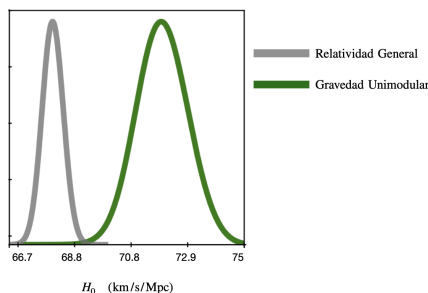


# Cosmología ≠ Inferencia Bayesiana

por FRANCISCO XAVIER LINARES CEDAÑO



## Poniendo a prueba a la Gravedad

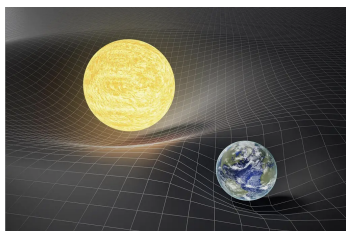
La cosmología moderna utiliza información de varias fuentes astrofísicas y cosmológicas con el objetivo de restringir los parámetros de algún modelo dado, así como también para comparar marcos teóricos a la luz de observaciones actuales del cosmos. La figura de la izquierda muestra la *distribución de probabilidad a posteriori* según dos teorías de gravedad, para el valor del parámetro de Hubble  $H_0$ , el cual mide la tasa de expansión actual del universo (figura adaptada de [1]).

## Gravedad = Geometría

Desde su formulación hace poco más de un siglo, la teoría de la *Relatividad General* de Albert Einstein ha sido el marco teórico en el que se entiende la gravedad a gran escala. Desde órbitas planetarias en presencia de un campo gravitacional fuerte, hasta agujeros negros y la evolución del propio universo, las ecuaciones de campo de Einstein han sido comprobadas experimentalmente en diversos escenarios [2]. La validación, es un requisito crucial que cualquier teoría física que pretenda describir la naturaleza debe cumplir. De manera que, en lo que al estudio del universo se refiere, se debe poder comparar la predicción teórica de algún modelo cosmológico (a través de sus parámetros libres) con la información proporcionada por las observaciones de diversos eventos en el cosmos (a través de los datos y experimentos).

La comprensión moderna de la interacción gravitacional a gran escala de acuerdo a la Relatividad General, se basa en que el espacio y el tiempo conforman una única entidad geométrica, el *espaciotiempo*, y éste se ve curvado ante la presencia de

objetos masivos. De igual forma, la dinámica de los objetos celestes se ve influenciada por la misma curvatura que ellos producen. Figura de <https://scitechdaily.com/>



Así, las estrellas, galaxias, cúmulos de galaxias, y súper cúmulos de galaxias que observamos, tienen un tamaño y una distribución hasta ahora concordante con la descripción ofrecida por la Relatividad General.

No obstante, diversas observaciones parecen indicar que existen componentes de materia y energía en el universo de naturaleza distinta a la que conocemos, como las partículas que conforman nuestros átomos, o como los campos electromagnéticos que rigen mucha de nuestra tecnología. El modelo estándar cosmológico, llamado  $\Lambda$ CDM, se basa en la Relatividad General, pero además se agregan dos ingre-

dientes: una componente de *materia oscura fría* (CDM por sus siglas en inglés) que abarca aproximadamente un 26% del contenido total, y un término denominado como *Constante Cosmológica*  $\Lambda$ , responsable de la actual expansión acelerada del universo, y que compone un 70% del contenido total del universo. ¿Cómo sabemos estos porcentajes? Gracias al desarrollo de instrumentación y a los avances tecnológicos, se ha podido tener acceso a información del cosmos a través de observaciones de grandes telescopios, tanto terrestres como espaciales [3, 4]. El puente que permite conectar la información recopilada en datos observacionales con los modelos teóricos de gravedad, es la *Estadística Bayesiana*. Con ella, podemos inferir el valor de diversos parámetros cosmológicos, con su respectiva incertidumbre.

## Energía oscura y Bayes

La Estadística Bayesiana ofrece un esquema matemático que permite calcular funciones de probabilidad condicional, incorporando información que se pueda tener sobre el sistema de interés.

En física y en cosmología, es de particular interés poder abordar las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los valores más probables de los parámetros de un modelo, para explicar cierto conjunto de observaciones?
- ¿Cómo cuantificar si un modelo es más probable que otro, al momento de describir cierto fenómeno de la naturaleza?

Los métodos estadísticos son parte fundamental del quehacer científico, y en el caso del estudio del universo, donde no hay cabida a la repetición numerosa de experimentos (por ejemplo, no podemos reiniciar el universo cuantas veces queramos cambiando las condiciones iniciales), sino que estamos anclados a la Tierra limitados a observar la bóveda celeste, la estadística frecuentista pierde su aplicabilidad, y es la estadística Bayesiana la que permite extraer información del universo que observamos, pudiendo entonces abordar de manera apropiada las preguntas antes planteadas.

La comprensión de nuestro universo ha cambiado a medida que las observaciones nos han dado más información. Un descubrimiento importante fue el realizado por el astrónomo Edwin Hubble, quien observando galaxias distantes, en 1929 reporta que éstas se alejaban [5]. Figura de [www.space.com](http://www.space.com)



La idea de un universo estático quedaba entonces descartada, y la dinámica del espaciotiempo desde entonces parece indicar que el universo se encuentra en una fase de expansión acelerada. Esto último le

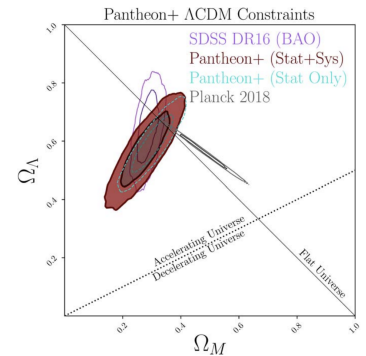
mereció el premio Nobel a Saul Perlmutter, Adam Riess, y Brian Schmidt, quienes descubrieron a través de observaciones de *Supernovas Tipo Ia* (SNIa), que las galaxias distantes se alejan como había indicado Hubble, pero además lo hacen de manera acelerada. Aún en la actualidad se desconoce la fuente que causa dicha expansión, pero se le ha asignado el nombre de *Energía Oscura*. La teoría de la Relatividad General ofrece una respuesta (parcial) a este fenómeno: al introducir el término de constante cosmológica  $\Lambda$  en las ecuaciones de Einstein, este produce una solución en la que el espaciotiempo se expande de forma exponencial. Esto es válido, al considerar que la geometría del universo es tal que la distribución de materia a gran escala es estadísticamente homogénea e isotrópica.

¿Cómo comprobar que el universo se expande aceleradamente debido a la constante cosmológica? O en términos Bayesianos, si llamamos  $\Omega_\Lambda$  al parámetro que cuantifica la cantidad de energía oscura que hay debido a la constante cosmológica, y  $\Theta_{SN}$  al conjunto de datos tomados de explosiones de SNIa, el planteamiento sería: ¿Cuál es el valor más probable de  $\Omega_\Lambda$  dados los datos  $\Theta_{SN}$  obtenidos de observaciones de SNIa? En notación matemática, la pregunta anterior se expresa como  $\mathcal{P}(\Omega_\Lambda | \Theta_{SN})$ . Si no hay energía oscura, y por ende el universo no se está expandiendo, entonces el valor del parámetro de energía oscura  $\Omega_\Lambda$  debería ser estadísticamente consistente con cero.

El procedimiento para calcular el valor más probable de  $\Omega_\Lambda$  consiste en implementar el *Teorema de Bayes*: los tres ingredientes principales para estimar parámetros son la *distribución de probabilidad a posteriori* dada por  $\mathcal{P}(\Omega_\Lambda | \Theta_{SN})$ , siendo este proporcional al producto de la *función de verosimilitud* (o *Likelihood* en inglés)  $\mathcal{L}(\Theta_{SN} | \Omega_\Lambda)$ , por la *distribución de probabilidad a priori*  $\Pi(\Omega_\Lambda)$ . Esta última contendrá la información previa que se pueda tener sobre el parámetro del modelo.

La función de verosimilitud  $\mathcal{L}$  encierrará la comparación entre la

predicción teórica y la observación. Para ello, una cantidad medible debe ser considerada: en el caso de las SNIa se considera un observable llamado *módulo de distancia*  $\mu$ . Así, por un lado tenemos la predicción teórica  $\mu_{teo}(\Omega_\Lambda)$ , y por el otro el valor observado  $\mu_{obs}$ . La exploración de los valores que puede tomar  $\Omega_\Lambda$  de tal forma que  $\mu_{teo}$  sea cercano al valor de  $\mu_{obs}$  se hace de manera aleatoria, y se aplica un algoritmo de búsqueda con el objetivo de que la distribución de probabilidad a posteriori  $\mathcal{P}(\Omega_\Lambda | \Theta_{SN})$  se maximice. La exploración finaliza una vez que el valor de  $\Omega_\Lambda$  se estabiliza alrededor de un valor medio con su correspondiente incertidumbre. De acuerdo a los datos más actuales de observaciones de SNIa [6], se obtiene que  $\Omega_\Lambda = 0.625 \pm 0.084$ , y por lo tanto, un universo estático y sin energía oscura queda descartado. La figura tomada de [6] muestra la distribución de probabilidad bidimensional a posteriori de  $\Omega_\Lambda$  y de la cantidad de materia total,  $\Omega_M$ .



Este análisis se puede aplicar a otros modelos de energía oscura [7, 8], así como a otros aspectos de la evolución del universo: campos de materia oscura para la formación de estructura [9, 10], modelos de inflación cósmica [11], teorías alternativas de gravedad [12, 1], entre otros.

Así, el Teorema de Bayes nos permite conocer las propiedades de nuestro universo, poniendo a prueba teorías de gravedad de la mano de experimentos, guiándonos a posibles respuestas de misterios aún por resolver. Más información sobre métodos Bayesianos en cosmología se puede encontrar en [13, 14, 15].

## Referencias

- [1] Francisco X. Linares Cedeño, Ulises Nucamendi. Revisiting cosmological diffusion models in Unimodular Gravity and the  $H_0$  tension. *Phys. Dark Univ.*, 32:100807, 2021.
- [2] Clifford M. Will. Putting General Relativity to the Test: Twentieth-Century Highlights and Twenty-First-Century Prospects. *Einstein Stud.*, 14:81–96, 2018.
- [3] N. Aghanim, i in. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 641:A6, 2020. [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)].
- [4] Andrés Almeida, i in. The Eighteenth Data Release of the Sloan Digital Sky Surveys: Targeting and First Spectra from SDSS-V. 1 2023.
- [5] Edwin Hubble. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 15:168–173, 1929.
- [6] Dillon Brout, i in. The Pantheon+ Analysis: Cosmological Constraints. *Astrophys. J.*, 938(2):110, 2022.
- [7] Francisco X. Linares Cedeño, Ariadna Montiel, Juan Carlos Hidalgo, Gabriel Germán. Bayesian evidence for  $\alpha$ -attractor dark energy models. *JCAP*, 08:002, 2019.
- [8] Francisco X. Linares Cedeño, Nandan Roy, L. Arturo Ureña López. Tracker phantom field and a cosmological constant: Dynamics of a composite dark energy model. *Phys. Rev. D*, 104(12):123502, 2021.
- [9] Francisco X. Linares Cedeño, Alma X. González-Morales, L. Arturo Ureña López. Ultralight DM bosons with an axion-like potential: scale-dependent constraints revisited. *JCAP*, 01:051, 2021.
- [10] Francisco X. Linares Cedeño, Luis Arturo Ureña lópez. One-parametric description for scalar field dark matter potentials. *Astron. Nachr.*, 342(1-2):404–410, 2021.
- [11] Francisco X. Linares Cedeño, Gabriel German, Juan Carlos Hidalgo, Ariadna Montiel. Bayesian analysis for a class of  $\alpha$ -attractor inflationary models. *JCAP*, 03:038, 2023.
- [12] Francisco X. Linares Cedeño, Ernesto Contreras. Gravitational decoupling in cosmology. *Phys. Dark Univ.*, 28:100543, 2020.
- [13] Andrew R. Liddle. Statistical methods for cosmological parameter selection and estimation. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 59:95–114, 2009.
- [14] Michael P Hobson, Andrew H Jaffe, Andrew R Liddle, Pia Mukherjee, David Parkinson. *Bayesian methods in cosmology*. Cambridge University Press, 2010.
- [15] Roberto Trotta. *Bayesian Methods in Cosmology*. 1 2017.