GLOSARIO

A

- **Alfabeto proposicional (AP)**: unión de símbolos proposicionales, conectores lógicos y símbolos auxiliares para representar fórmulas y funciones.
- **Átomo**: fórmula atómica.

B

C

- **Conectores lógicos (CL)**: operadores lógicos utilizados en la lógica de proposiciones (negación lógica, conjunción lógica, etc.).
- **Consecuencia lógica ($\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \models \alpha$,** o también **$\Omega \models \alpha$)**: α es consecuencia lógica del conjunto finito Ω de fórmulas bien definidas $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ si todo modelo de Ω es también modelo de α. En términos humanos, si una interpretación es modelo de Ω, debe serlo también de α, pero si es de α no tiene por qué serlo de Ω (el “implica” de toda la vida).
- **Consistencia**, o fórmula bien formada **consistente**: propiedad que define a toda fórmula bien formada que contenga al menos un modelo. Se dice que un conjunto finito de fórmulas bien formadas es consistente o satisfacible cuando tiene un modelo.

D

- **Decidible**: propiedad de una “lógica” que cumple que el problema de satisfacibilidad es computable en la misma. Esto es, que esta lógica pueda procesar cualquier conjunto finito de fórmulas bien formadas (en un programa, por ejemplo) y dé como resultado si es o no consistente. La lógica proposicional ES decidible, porque la tabla de verdad siempre da la respuesta, sea cual sea su coste en tiempo.

E

- **Evaluación (V)** de una fórmula bien formada: valor resultante de una o una cadena de fórmulas bien formadas. Se definde de la siguiente manera:
  - Si p es un átomo, V(p) = I(p).
  - Si α es una fórmula bien formada, $(V(\neg\alpha) = T)$ si $(V(\alpha) = F)$ y viceversa.
  - Si α y β son fórmulas bien formadas,
    - $V(\alpha \wedge \beta) = T$ si $V(\alpha) = V(\beta) = T$; F en otro caso.
    - $V(\alpha \vee \beta) = F$ si $V(\alpha) = V(\beta) = F$; T en otro caso.
    - $V(\alpha \supset \beta) = F$ si $V(\alpha) = T$ y $V(\beta) = F$; T en otro caso.
    - $V(\alpha \leftrightarrow \beta) = T$ si $V(\alpha) = V(\beta)$; F en otro caso.
  - Además, se dice que α es cierta bajo I o que I satisface α si V(α) = T, donde V se define a partir de I según las definiciones anteriores. En caso contrario, se dice que α es falsa bajo I.
- **Equivalencia (α = β)**: igualdad en todos los valores de verdad de las fórmulas bien formadas α y β bajo cualquier interpretación. Consta de las siguientes leyes, llamadas leyes de equivalencia:
  - Eliminación del bi-condicional:
    - $(\alpha \leftrightarrow \beta) = (\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \alpha)$
  - Eliminación del condicional:
    - $(\alpha \supset \beta) = (\neg\alpha \vee \beta)$
  - Conmutativa:
    - $(\alpha \wedge \beta) = (\beta \wedge \alpha)$
    - $(\alpha \vee \beta) = (\beta \vee \alpha)$
  - Asociativa:
    - $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) = (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$
  - Distributiva ∨ respecto ∧:

(pmd): posiblemente mal definido.

        - (α ∧ (β ∨ γ)) = ((α ∧ γ) ∨ (β ∧ γ))
        - (α ∨ (β ∧ γ)) = ((α ∨ γ) ∧ (β ∨ γ))
    - Absorción:
        - (α ∧ T) = α
        - (α ∨ F) = α
    - Contradicción:
        - (α ∧ ¬α) = F
        - (α ∧ F) = F
    - Exclusión de los medios:
        - (α ∨ ¬α) = T
        - (α ∨ T) = T
    - Idempotencia:
        - (α ∧ α) = α
        - (α ∨ α) = α
    - Doble negación:
        - ¬(¬α) = α
    - De Morgan:
        - ¬(α ∧ β) = ¬α ∨ ¬β
        - ¬(α ∨ β) = ¬α ∧ ¬β

F

- **(FBF)**: Fórmula bien formada.
- **Fórmula atómica**: cualquier símbolo proposicional.
- **Fórmula bien formada (FBF)**: conjunto de operaciones lógicas definido por las siguientes reglas:
    - Una fórmula atómica es una FBF.
    - Si α es una FBF, ¬α también.
    - Si α y β son FBFs, entonces (α ∧ β), (α ∨ β), (α ɔ β) y (α ↔ β) también.
    - El conjunto de FBFs es el cierre transitivo de fórmulas atómicas con las tres anteriores reglas.

G

H

I

- **(I)**: interpretación.
- **Inconsistencia**: propiedad que define a toda fórmula bien formada que no tenga un modelo o, dicho de otro modo, que no sea consistente. Además, un conjunto finito de fórmulas bien formadas en inconsistente si, evidentemente, no es consistente.
- **Interpretación (I)** sobre símbolos proposicionales: asignación de valores de verdad para cada variable proposicional (fórmula atómica). Formalmente, *I: SP → {T, F}*.

J

K

L

- **Lenguaje proposicional (L_{AP}, L si el alfabeto proposicional es fijo)**: conjunto de fórmulas bien formadas para definir el alfabeto proposicional *(pmd)*.

M

- **Método semántico**: prueba sobre un conjunto finito de fórmulas bien formadas que, en lógica proposicional, demuestran la consistencia o inconsistencia del mismo. Las dos importantes son:
    - **Obtención de la interpretación** para demostrar la consistencia.

(pmd): posiblemente mal definido.

    - **Refutación y/o obtención de tablas de verdad** para demostrar su validez o su inconsistencia.
- **Modelo** de una fórmula bien formada: interpretación que cumple que la evaluación de dicha fórmula bien formada es cierta. Si el modelo es de un conjunto finito de fórmulas bien formadas $\Omega = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n\}$, entonces se cumplirá que es modelo de todo α_i contenido en Ω.

N

O

P

- **Problema de satisfacibilidad**: búsqueda de la demostración de la consistencia de un conjunto finito de fórmulas bien formadas mediante métodos semánticos.

Q

R

- **Refutación**: método semántico por el cuál se interpreta que un conjunto finito de fórmulas bien formadas es cierta para demostrar su inconsistencia. Por ejemplo, podemos suponer que el conjunto $(p \supset q) \wedge (p \wedge \neg q)$ es cierta, de manera que forzamos que tanto $(p \supset q)$ como $(p \wedge \neg q)$ deban ser ciertas, quedando el conjunto como $V(p \supset q) = V(p \wedge \neg q) = T$. como se ve, el modelo de $V(p \wedge \neg q)$ es distinto que el modelo de $V(p \supset q)$. Por tanto, al no tener un modelo común, el conjunto es inconsistente.

S

- **Satisfacibilidad**: consistencia de un conjunto finito de fórmulas bien formadas.
- **Símbolos auxiliares (SA)**: símbolos especiales de ayuda en la lectura de una operación lógica (los paréntesis, vaya).
- **Símbolos proposicionales (SP)**: nombres o letras utilizados para nombrar una variable proposicional.

T

- **Tablas de verdad**: método semántico por el que se prueban todas las combinaciones (interpretaciones) de valores que puede adoptar cada símbolo proposicional en una fórmula bien formada, buscando obtener el resultado final del mismo para cada una de esas combinaciones.
- **Teorema de refutación**: sean $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ fórmulas bien formadas, y teniendo $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \alpha$ (consecuencia lógica), podemos determinar que:
    - $((\alpha 1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n) \supset \alpha)$ es una tautología (siempre será T)
    - $(\alpha 1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n \wedge \neg\alpha)$ es inconsistente

U

V

- **(V)**: Evaluación.
- **Validez**: propiedad de toda fórmula bien formada que cumple que es cierta bajo todas las interpretaciones de símbolos proposicionales.

W

X

Y

Z

(pmd): posiblemente mal definido.