

**Список вопросов к экзамену 25/12/2017 по курсу  
«Оценивание и прогнозирование в частично наблюдаемых стохастических  
моделях».**

**Лектор В. Д. Конаков**

1. Белый шум. Мартингал-разности. Основные ARMA – модели.
2. Операторы лага и полиномы от них. Использование операторов лага в ARMA – моделях. Неоднозначность ARMA – представления временного ряда с заданным совместным распределением.
3. От AR(1) к MA( $\infty$ ) с помощью рекурсии. От AR(1) к MA( $\infty$ ) с помощью операторов лага.
4. Разложение полиномов лага на множители, разложение на простые дроби. Сводка допустимых операций с полиномиальными лагами. Обращение полиномов конечного порядка приравниванием коэффициентов при одинаковых степенях оператора лага.
5. Автоковариации и автокорреляции различных ARMA – процессов. Уравнения Юла-Уолкера. Фундаментальное представление для нормальных ARMA - процессов.
6. Допустимые автокорреляционные функции. Прогнозирование для ARMA – моделей. Понятие о многомерных ARMA - моделях. Вычисление прогнозов с помощью векторного AR(1) – представления.
7. Слабая и сильная стационарность временных рядов, их взаимосвязь. Условия стационарности для моделей ARMA.
8. Частота, период и фаза. Преобразование Фурье, обратное преобразование Фурье. Спектральная функция, спектральная плотность. Неотрицательность спектральной плотности.
9. Спектральная плотность некоторых процессов. Матрица спектральной плотности, кросс - спектральная плотность. Спектральная функция суммы. Фильтрация. Аналогия регрессионной моделью.
10. Регулярные и сингулярные последовательности. Примеры. Теорема о разложении стационарной в широком смысле последовательности (б/д). Обновляющая последовательность. Теорема о необходимых и достаточных условиях регулярности стационарной невырожденной последовательности (б/д). Разложение Вольда.
11. Стохастическое управление с конечным горизонтом. Детерминированные управляемые динамические системы. Динамические системы, подверженные случайным воздействиям.
12. Переходное ядро. Случайная динамическая система как неоднородная цепь Маркова. Случайные динамические системы с управлением. Стратегии. Марковские модели с управлением.
13. Марковские стратегии, стационарные марковские стратегии. Динамическое программирование. Оптимальное управление, алгоритм Беллмана. Оптимальность марковской стратегии управления.
14. Теорема о монотонном классе и ее применение для вычисления

$$E_x^v \left( \Phi(X_1, X_2, \dots, X_n) \right)$$

Случай счетного пространства состояний.

15. Марковские стратегии, стационарные марковские стратегии.
16. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана. Алгоритм обратной рекурсии.
17. Алгоритм Беллмана в детерминированном случае. Примеры применения:

- задача о сокровищах, задача о замене автомобиля, задача управления запасами, задача о кратчайшем пути, задача инвестирования.
18. Задача линейного управления. Линейная модель с квадратичной функцией затрат и гауссовскими шумами (КФЗ и ГШ).
  19. Преобразование Риккати. Динамическое программирование для линейной модели с КФЗ и ГШ. Одномерный случай.
  20. Обобщения. Коэффициенты, зависящие от времени. Корректировка траектории.
  21. Необходимые сведения о гауссовских векторах. Фильтр Калмана – Бьюси. Постановка задачи. Разложение с помощью обновлений. Матрица коэффициентов усиления Калмана и её вычисление. Начало рекурсии. Алгоритм.
  22. Матричное уравнение Риккати. Некоторые необходимые факты из теории матриц.
  23. Задачи, сводящиеся к фильтру Калмана: экономика, состоящая из двух секторов, одномерная модель скользящего среднего  $MA(1)$ , модель  $MA(2)$ , одномерный процесс авторегрессии  $AR(p)$  порядка  $p$ , одномерный процесс авторегрессии-скользящего среднего  $ARMA(p,q)$ . Замечание об обозначениях.
  24. Вычисление прогноза на  $s$  шагов вперёд с помощью фильтра Калмана. Одно важное обобщение фильтра Калмана (модель с экзогенными переменными).
  25. Использование фильтра Калмана для оценки функции правдоподобия. Пример: оценка константы по зашумленным наблюдениям.
  26. Многомерные временные ряды. Свойства ковариационной функции многомерного временного ряда.
  27. Многомерные процессы скользящего среднего и авторегрессии. Статистическое оценивание математического ожидания многомерного временного ряда.