

# METODE PEMULUSAN RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS) & RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

Pertemuan ke-2  
Akbar Rizki, M.Si

# OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan

2. Rataan Bergerak Sederhana

3. Rataan Bergerak Ganda

4. Ilustrasi dengan R

# OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan

2. Rataan Bergerak Sederhana

3. Rataan Bergerak Ganda

4. Ilustrasi dengan R

# 1. SEKILAS TENTANG PEMULUSAN

- Prinsip dasar: pengenalan pola data dengan menghaluskan variasi lokal.
- Prinsip penghalusan umumnya berupa rata-rata.
- Beberapa metode penghalusan hanya cocok untuk pola data tertentu.

## Metode yang akan dibahas:

- Single Moving Average
- Double Moving Average
- Single Exponential Smoothing
- Double Exponential Smoothing
- Metode Winter untuk musiman aditif
- Metode Winter untuk musiman multiplikatif

# 1. SEKILAS TENTANG PEMULUSAN

## PERBEDAAN ANTARA NILAI RAMALAN (FORECAST VALUE) DAN NILAI DUGAAN (FITTED VALUE)

Generally, we will need to distinguish between a **forecast** or **predicted value** of  $y_t$  that was made at some previous time period, say,  $t - \tau$ , and a **fitted value** of  $y_t$  that has resulted from estimating the parameters in a time series model to historical data. Note that  $\tau$  is the forecast lead time. The forecast made at time period  $t - \tau$  is denoted by  $\hat{y}_t(t - \tau)$ . There is a lot of interest in the **lead - 1** forecast, which is the forecast of the observation in period  $t$ ,  $y_t$ , made one period prior,  $\hat{y}_t(t - 1)$ . We will denote the fitted value of  $y_t$  by  $\hat{y}_t$ .



*fitted value*



*forecast value*

# 1. SEKILAS TENTANG PEMULUSAN

## PERBEDAAN ANTARA FORECAST ERROR DAN RESIDUAL

We will also be interested in analyzing **forecast errors**. The forecast error that results from a forecast of  $y_t$  that was made at time period  $t - \tau$  is the **lead  $-\tau$  forecast error**

$$e_t(\tau) = y_t - \hat{y}_t(t - \tau)$$

For example, the lead  $-1$  forecast error is

$$e_t(1) = y_t - \hat{y}_t(t - 1)$$

# OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan

2. Rataan Bergerak Sederhana

3. Rataan Bergerak Ganda

4. Ilustrasi dengan R

## 2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

- Ide: data pada suatu periode dipengaruhi oleh data beberapa periode sebelumnya
- Cocok untuk pola data konstan/stasioner
- Prinsip dasar:
  - Data *smoothing* pada periode ke- $t$  merupakan rata-rata dari  $m$  buah data dari data periode ke- $t$  hingga ke- $(t-m+1)$  ➔ 
$$S_t = \frac{1}{m} \sum_{i=t-m+1}^t X_i$$
  - Data *smoothing* pada periode ke- $t$  berperan sebagai nilai *forecasting* pada periode ke- $t+1$ 
$$F_t = S_{t-1} \text{ dan } F_{n,h} = S_n$$
- $Var(S_t) < Var(X_t)$



## 2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

Bulan ( $t$ )	Data ( $X_t$ )
1	5
2	7
3	6
4	4
5	5
6	6
7	8
8	7
9	8
10	7

### CONTOH:

Berikut data profit bulanan (dalam milyar) suatu perusahaan di bidang ekspor impor selama 10 bulan terakhir.

- Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang  $m=3$ . kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal
- Tentukan ramalan besarnya profit pada setiap satu waktu ke depan. Berapa ramalan profit pada bulan ke-11 dan ke-12

## 2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

- a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang  $m=3$ . kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal.

Bulan ( $t$ )	Data ( $X_t$ )	Smoothing ( $S_t$ )
1	5	-
2	7	-
3	6	6
4	4	5.6
5	5	5
6	6	5
7	8	6.3
8	7	7
9	8	7.6
10	7	7.3

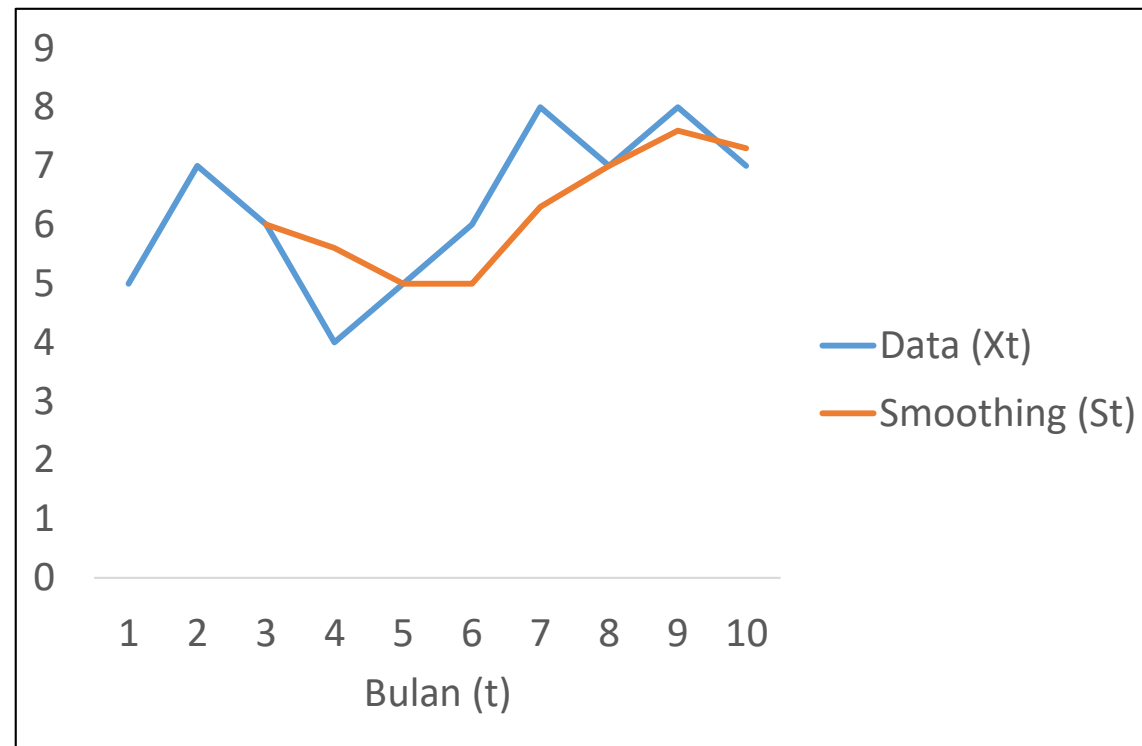
$$S_t = \frac{1}{m} \sum_{i=t-m+1}^t X_i$$

$$S_3 = \frac{1}{3} (X_1 + X_2 + X_3) = \frac{1}{3} (5 + 7 + 6) = 6$$

$$S_4 = \frac{1}{3} (X_2 + X_3 + X_4) = \frac{1}{3} (7 + 6 + 4) = 5.6$$

## 2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

- a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang  $m=3$ . kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal.



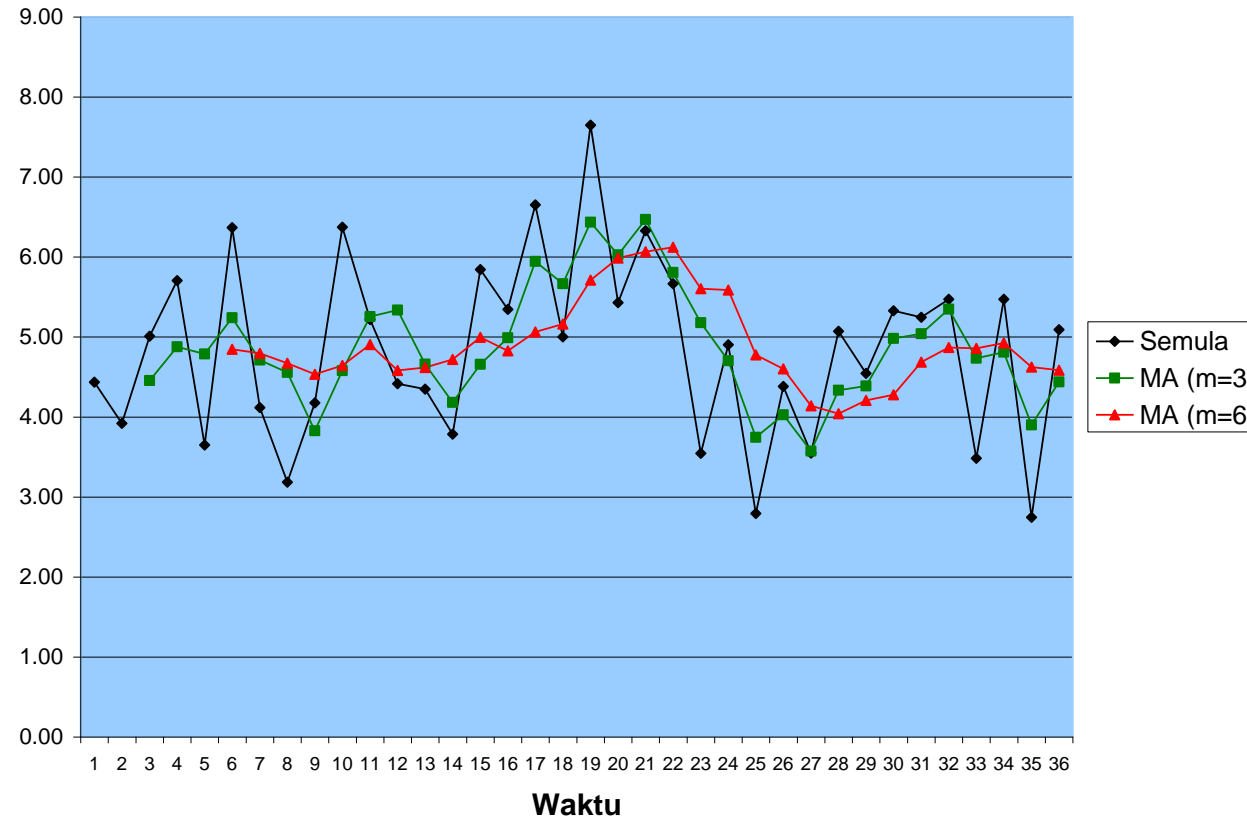
## 2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

Periode ( $t$ )	Data ( $X_t$ )	Smoothing ( $S_t$ )	Forecasting ( $F_t$ )
1	5	-	-
2	7	-	-
3	6	6	-
4	4	5.6	6
5	5	5	5.6
6	6	5	5
7	8	6.3	5
8	7	7	6.3
9	8	7.6	7
10	7	7.3	7.6
11			7.3
12			7.3

b. Tentukan ramalan besarnya profit pada setiap satu waktu ke depan. Berapa ramalan profit pada bulan ke-11 dan ke-12

## 2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

### PENGARUH PEMILIHAN NILAI $m$



MA dengan  $m$  yang lebih besar menghasilkan pola data yang lebih halus.

# OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan

2. Rataan Bergerak Sederhana

3. Rataan Bergerak Ganda

4. Ilustrasi dengan R

### 3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

- Mirip dengan *single moving average*
- Cocok untuk data yang berpola tren
- Proses penghalusan dengan rata-rata dilakukan dua kali

- Tahap I:

$$S_{1,t} = \frac{1}{m} \sum_{i=t-m+1}^t X_i$$

- Tahap II:

$$S_{2,t} = \frac{1}{m} \sum_{i=t-m+1}^t S_{1,i}$$

### 3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

- Forecasting dilakukan dengan formula

$$F_{2,t,t+h} = A_t + B_t(h)$$

dengan

$$A_t = 2S_{1,t} - S_{2,t}$$

$$B_t = \frac{2}{m-1} (S_{1,t} - S_{2,t})$$



### 3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

#### CONTOH:

Berikut data omset bulanan (dalam milyar) suatu perusahaan selama 9 bulan terakhir.

- Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak berganda dengan rentang  $m=3$ . kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal
- Tentukan ramalan besarnya omset pada setiap satu waktu ke depan. Berapa ramalan omset pada bulan ke-10, ke-11, dan ke-12

$t$	$X_t$
1	12.50
2	11.80
3	12.85
4	13.95
5	13.30
6	13.95
7	15.00
8	16.20
9	16.10

### 3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

- a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak berganda dengan rentang  $m=3$ . kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal

$t$	$X_t$	$S_{1,t}$	$S_{2,t}$
1	12.50		
2	11.80		
3	12.85	12.38	
4	13.95	12.87	
5	13.30	13.37	12.87
6	13.95	13.73	13.32
7	15.00	14.08	13.73
8	16.20	15.05	14.29
9	16.10	15.77	14.97

$$S_{1,t} = \frac{1}{m} \sum_{i=t-m+1}^t X_i$$

$$S_{1,3} = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3) = \frac{1}{3}(12.5 + 11.8 + 12.85) = 12.38$$

$$S_{1,4} = \frac{1}{3}(X_2 + X_3 + X_4) = \frac{1}{3}(11.8 + 12.85 + 13.95) = 12.87$$

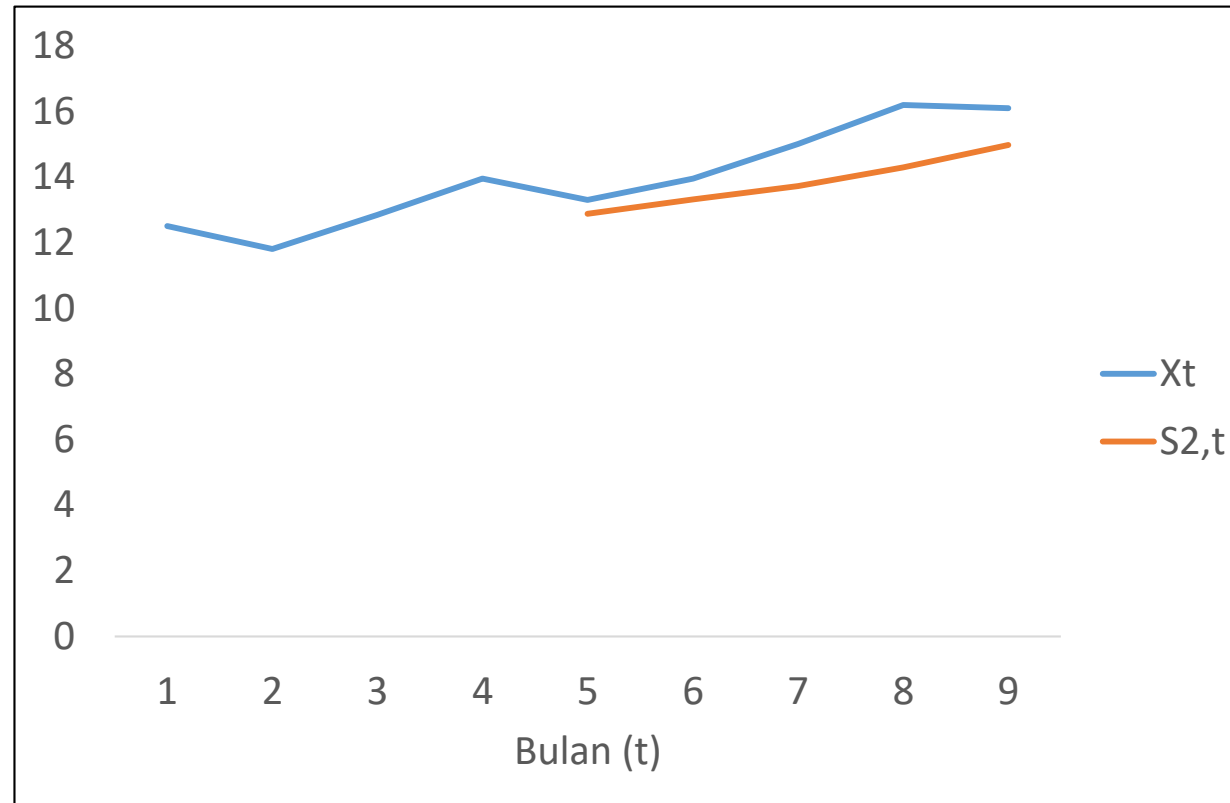
$$S_{2,t} = \frac{1}{m} \sum_{i=t-m+1}^t S_{1,i}$$

$$S_{2,5} = \frac{1}{3}(S_{1,3} + S_{1,4} + S_{1,5}) = \frac{1}{3}(12.38 + 12.87 + 13.37) = 12.87$$

$$S_{2,6} = \frac{1}{3}(S_{1,4} + S_{1,5} + S_{1,6}) = \frac{1}{3}(12.87 + 13.37 + 13.73) = 13.32$$

### 3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

- a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak berganda dengan rentang  $m=3$ . kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal



# 3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

$t$	$X_t$	$S_{1,t}$	$S_{2,t}$	$A_t$	$B_t$	$F_{2,t}$
1	12.50					
2	11.80					
3	12.85	12.38				
4	13.95	12.87				
5	13.30	13.37	12.87	13.87	0.50	
6	13.95	13.73	13.32	14.14	0.41	14.37
7	15.00	14.08	13.73	14.43	0.35	14.55
8	16.20	15.05	14.29	15.81	0.76	14.78
9	16.10	15.77	14.97	16.57	0.80	16.57
10						17.37
11						18.17
12						18.97

$$A_t = 2S_{1,t} - S_{2,t}$$

$$A_5 = 2S_{1,5} - S_{2,5} = 2(13.37) - 12.87 = 13.87$$

$$B_t = \frac{2}{m-1}(S_{1,t} - S_{2,t})$$

$$B_5 = \frac{2}{3-1}(S_{1,5} - S_{2,5}) = \frac{2}{2}(13.37 - 12.87) = 0.5$$

$$F_{2,t,t+h} = A_t + B_t(h)$$

$$F_{2,9,12} = A_9 + B_9(3) = 16.57 + 0.8(3) = 18.97$$

# OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan

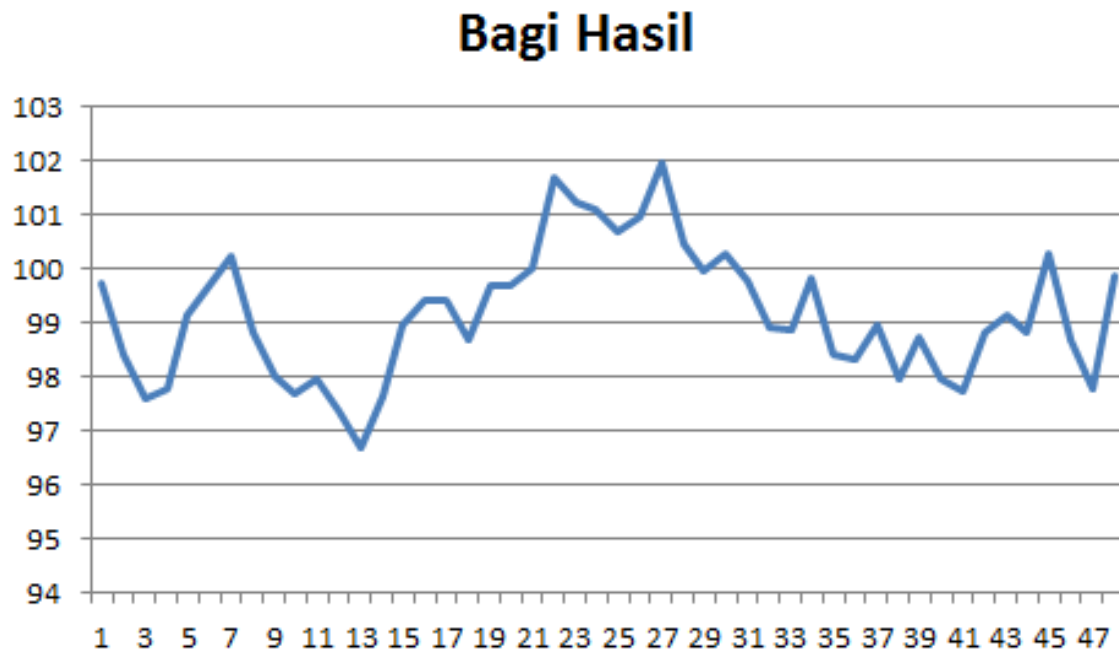
2. Rataan Bergerak Sederhana

3. Rataan Bergerak Ganda

4. Ilustrasi dengan R

# 4. ILUSTRASI DENGAN R

Sebagai ilustrasi, tersedia data bagi hasil suatu bank syariah per bulan (**File excel Moving Average.csv**). Data ini dicatat setiap tanggal 1 di masing-masing bulan. Periodenya dari Januari 1989 hingga Desember 1992, sehingga terdapat 48 pengamatan.



Data Contoh:  
SMA

# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## SMA dengan R

### Sintaks R

```
library("forecast")
library("TTR")
library("graphics")
Data1<-read.csv("D:/campus/work/Bahan
Mandiri/Moving Average.csv", header=TRUE)
#membentuk objek time series
Data1.ts<-ts(Data1)
#melakukan Single Moving Average dengan n=3
Data1.sma<-SMA(Data1.ts, n=3)
ramal.sma<-c(NA,Data1.sma)
Data<-cbind (bagihasil_aktual=c
(Data1.ts,NA),pemulusan=c
(Data1.sma,NA),ramal.sma)
```

### Output R

	bagihasil_aktual	pemulusan	ramal.sma
[1,]	99.72244	NA	NA
[2,]	98.38826	NA	NA
[3,]	97.57348	98.56139	NA
[4,]	97.75673	97.90616	98.56139
[5,]	99.12783	98.15268	97.90616
[6,]	99.65564	98.84673	98.15268
[7,]	100.21011	99.66453	98.84673
[8,]	98.79006	99.55194	99.66453
[9,]	97.99188	98.99735	99.55194
[10,]	97.68087	98.15427	98.99735
[11,]	97.93829	97.87034	98.15427
[12,]	97.37835	97.66583	97.87034
[13,]	96.68437	97.33367	97.66583
[14,]	97.62021	97.22764	97.33367
[15,]	98.92994	97.74484	97.22764
.			
.			
[44,]	98.81002	98.91963	98.56444
[45,]	100.26684	99.40174	98.91963
[46,]	98.68675	99.25453	99.40174
[47,]	97.75455	98.90271	99.25453
[48,]	99.84867	98.76332	98.90271
[49,]	NA	NA	98.76332

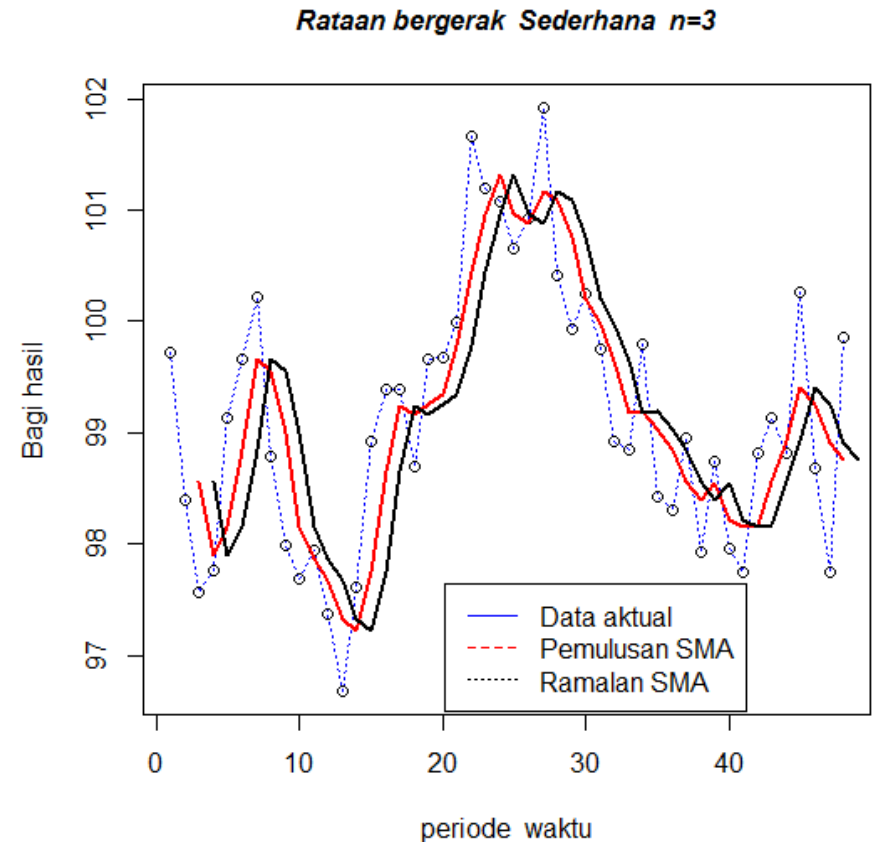
# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## SMA dengan R

### Sintaks R

```
#membuat plot
ts.plot (Data1.ts,xlab="periode waktu",ylab="Bagi
hasil", col="blue",lty=3)
points(Data1.ts)
lines (Data1.sma,col="red",lwd=2)
lines (ramal.sma,col="black",lwd= 2)
title("Rataan bergerak Sederhana
n=3",cex.main=1,font.main=4 ,col.main="black")
legend(locator(1),legend=c ("Data
aktual","Pemulusan SMA","Ramalan
SMA"),lty=1:3,col=c ("blue","red","black"))
```

### Output R





# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## Mencari nilai keakuratan

**Mean Absolute Percentage Error (MAPE):**

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \right| \times 100\%$$

**Sintaks R**

```
#menghitung nilai keakuratan  
error<-Data1.ts-ramal.sma[1:length(Data1.ts)]  
MAPE<-  
mean(abs((error[4:length(Data1.ts)]/ramal.sma[4:length(Data1.ts)])*100))
```

**Output R**

```
> MAPE  
[1] 0.82229
```

# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## DMA dengan R

### Sintaks R

```
bagihasil.dma<-SMA(Data1.sma,n=3)
At<-2*Data1.sma-bagihasil.dma
Bt<-Data1.sma-bagihasil.dma
pemulusan.dma<-At+Bt
ramal.dma<-c(NA,pemulusan.dma)
Data.dma<-
cbind(bagihasil_aktual=c(Data1.ts,NA),pemulusan
.dma=c(pemulusan.dma,NA),ramal.dma)
```

### Output R

	bagihasil_aktual	pemulusan.dma	ramal.dma
[1,]	99.72244	NA	NA
[2,]	98.38826	NA	NA
[3,]	97.57348	NA	NA
[4,]	97.75673	NA	NA
[5,]	99.12783	98.04455	NA
[6,]	99.65564	99.93649	98.04455
[7,]	100.21011	101.21762	99.93649
[8,]	98.79006	99.94702	101.21762
[9,]	97.99188	98.18284	99.94702
⋮			
⋮			
⋮			
[47,]	97.75455	98.33548	99.37967
[48,]	99.84867	98.34292	98.33548
[49,]	NA	NA	98.34292

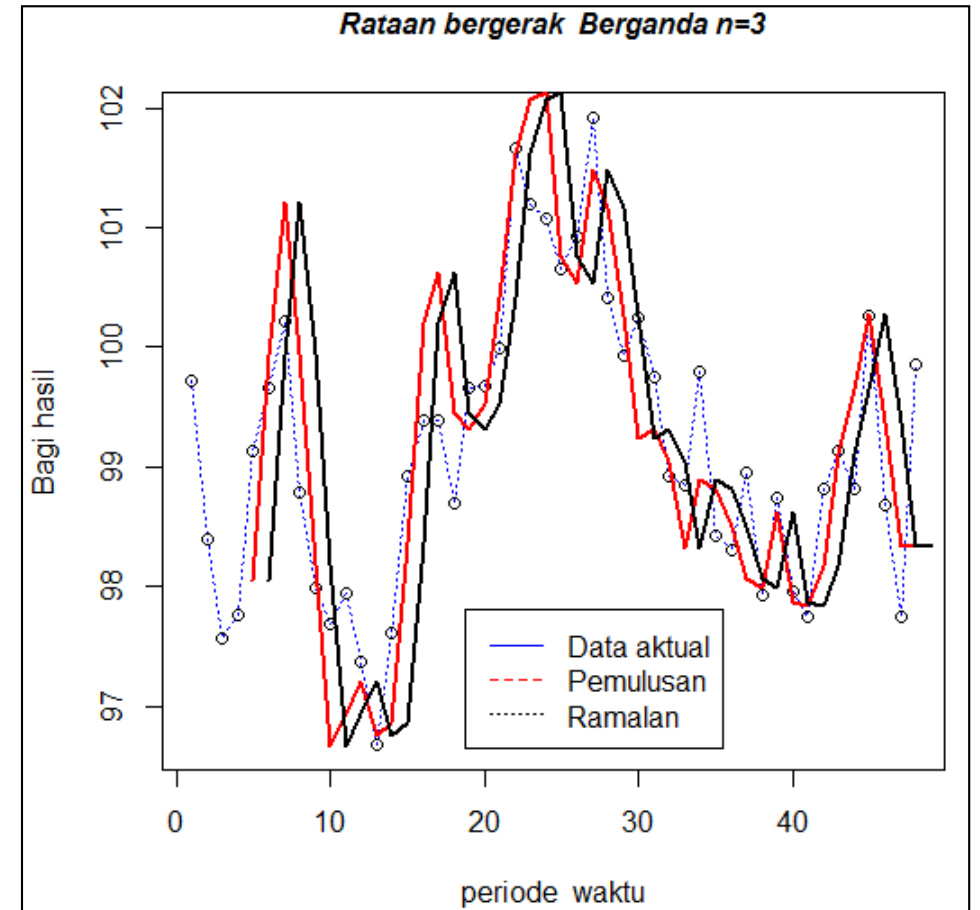
# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## DMA dengan R

### Sintaks R

```
#membuat plot
ts.plot (Data1.ts,xlab="periode waktu",ylab="Bagi
hasil", col="blue",lty=3)
points(Data1.ts)
lines (pemulusan.dma,col="red",lwd=2)
lines (ramal.dma,col="black",lwd= 2)
title("Rataan bergerak Berganda
n=3",cex.main=1,font.main=4 ,col.main="black")
legend(locator(1),legend=c ("Data
aktual","Pemulusan","Ramalan"),lty=1:3,col=c
("blue","red","black"))
```

### Output R



# 4. ILUSTRASI DENGAN R

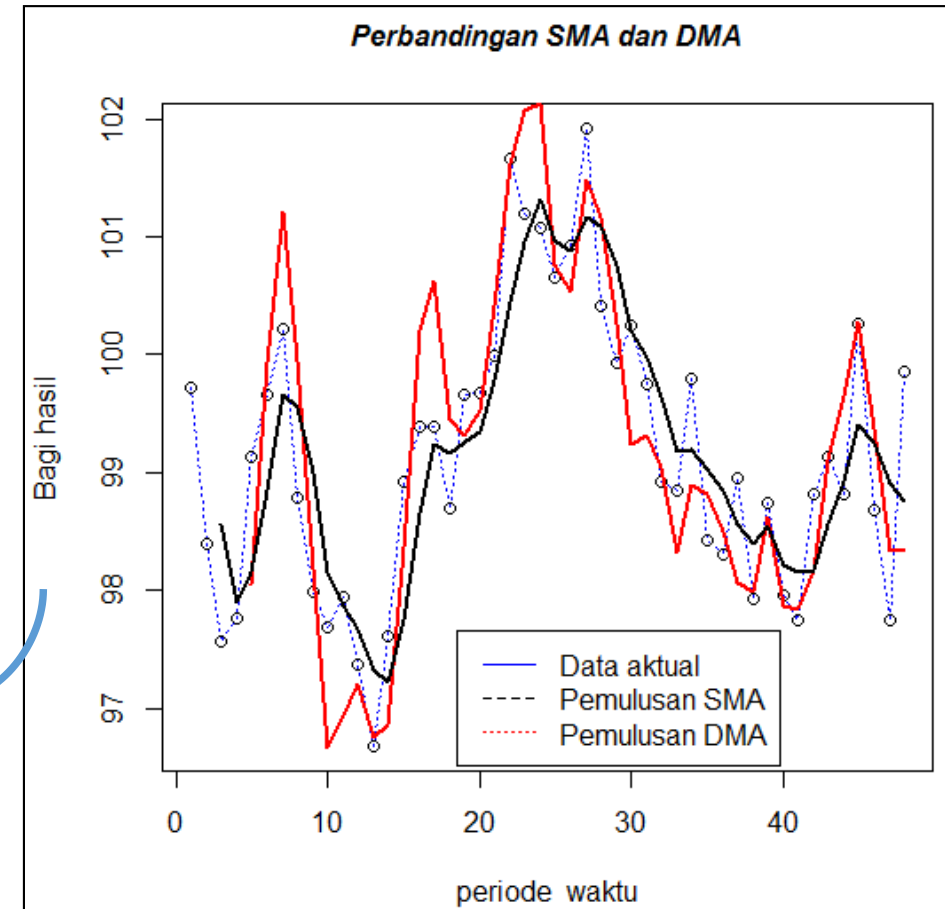
## Perbandingan SMA dan DMA

### Sintaks R

```
#perbandingan SMA dan DMA
ts.plot (Data1.ts,xlab="periode waktu",ylab="Bagi hasil", col="blue",lty=3)
points(Data1.ts)
lines (pemulusan.dma,col="red",lwd=2)
lines (Data1.sma,col="black",lwd= 2)
title("Perbandingan SMA dan
DMA",cex.main=1,font.main=4 ,col.main="black")
legend(locator(1),legend=c ("Data
aktual","Pemulusan SMA","Pemulusan
DMA"),lty=1:3,col=c ("blue","black","red"))
```

MAPE :  
0.82229  
**0.8887221**

### Output R



# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## TUGAS PRAKTIKUM 1

Gunakan data (the sales of mature pharmaceutical product) di dalam buku Montgomery (Appendix B, Table B.2, halaman 587)

- Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang  $m=4$ . hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
- Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang  $m=6$ . hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
- Buat time series plotnya masing-masing dengan data asal.
- Tentukan nilai SSE, MSE, dan MAPE masing-masing untuk (a) dan (b). Apa kesimpulan Anda.

**Catatan:** Kerjakan terlebih dahulu poin (a) s.d (d) di atas menggunakan Excel. Kemudian bandingkan hasilnya dengan keluaran dari program R.

# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## TUGAS PRAKTIKUM 2

Gunakan data (the sales of mature pharmaceutical product) di dalam buku Montgomery (Appendix B, Table B.2, halaman 587)

- a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak berganda dengan rentang  $m=4$ . hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
- b. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan berganda sederhana dengan rentang  $m=6$ . hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
- c. Buat time series plotnya masing-masing dengan data asal.
- d. Tentukan nilai SSE, MSE, dan MAPE masing-masing untuk (a) dan (b) serta bandingkan pula dengan hasil pada tugas praktikum 1. Apa kesimpulan Anda.

**Catatan:** Kerjakan terlebih dahulu poin (a) s.d (d) di atas menggunakan Excel. Kemudian bandingkan hasilnya dengan keluaran dari program R.

# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## TUGAS PRAKTIKUM

**TABLE B.2 Pharmaceutical Product Sales**

Week	Sales (In Thousands)	Week	Sales (In Thousands)	Week	Sales (In Thousands)	Week	Sales (In Thousands)
1	10618.1	31	10334.5	61	10538.2	91	10375.4
2	10537.9	32	10480.1	62	10286.2	92	10123.4
3	10209.3	33	10387.6	63	10171.3	93	10462.7
4	10553.0	34	10202.6	64	10393.1	94	10205.5
5	9934.9	35	10219.3	65	10162.3	95	10522.7
6	10534.5	36	10382.7	66	10164.5	96	10253.2
7	10196.5	37	10820.5	67	10327.0	97	10428.7
8	10511.8	38	10358.7	68	10365.1	98	10615.8
9	10089.6	39	10494.6	69	10755.9	99	10417.3
10	10371.2	40	10497.6	70	10463.6	100	10445.4
11	10239.4	41	10431.5	71	10080.5	101	10690.6
12	10472.4	42	10447.8	72	10479.6	102	10271.8
13	10827.2	43	10684.4	73	9980.9	103	10524.8
14	10640.8	44	10176.5	74	10039.2	104	9815.0
15	10517.8	45	10616.0	75	10246.1	105	10398.5
16	10154.2	46	10627.7	76	10368.0	106	10553.1
17	9969.2	47	10684.0	77	10446.3	107	10655.8
18	10260.4	48	10246.7	78	10535.3	108	10199.1
19	10737.0	49	10265.0	79	10786.9	109	10416.6
20	10430.0	50	10090.4	80	9975.8	110	10391.3
21	10689.0	51	9881.1	81	10160.9	111	10210.1
22	10430.4	52	10449.7	82	10422.1	112	10352.5
23	10002.4	53	10276.3	83	10757.2	113	10423.8
24	10135.7	54	10175.2	84	10463.8	114	10519.3
25	10096.2	55	10212.5	85	10307.0	115	10596.7
26	10288.7	56	10395.5	86	10134.7	116	10650.0
27	10289.1	57	10545.9	87	10207.7	117	10741.6
28	10589.9	58	10635.7	88	10488.0	118	10246.0
29	10551.9	59	10265.2	89	10262.3	119	10354.4
30	10208.3	60	10551.6	90	10785.9	120	10155.4

# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## TUGAS PRAKTIKUM 3

Gunakan data profit sebuah perusahaan berikut ini:

- Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang  $m=4$ . hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
- Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang  $m=6$ . hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
- Buat time series plotnya masing-masing dengan data asal.
- Tentukan nilai SSE, MSE, dan MAPE masing-masing untuk (a) dan (b). Apa kesimpulan Anda.

**Catatan:** Kerjakan terlebih dahulu poin (a) s.d (d) di atas menggunakan Excel. Kemudian bandingkan hasilnya dengan keluaran dari program R.

periode	profit	periode	profit	periode	profit
1	140385.5	11	151378	21	205837.7
2	134759.9	12	135571	22	215129.8
3	129560.6	13	141933.1	23	219035.5
4	133791.5	14	135256.7	24	227126.9
5	144560.6	15	168587.7	25	228542.1
6	147848.8	16	165804.5	26	229196.3
7	150515.9	17	173212.5	27	238975.8
8	142275.6	18	193385.4	28	243293
9	150644.6	19	196898.5	29	239453.6
10	148968.9	20	199971.6	30	238108.9



# 4. ILUSTRASI DENGAN R

## TUGAS PRAKTIKUM 4

Gunakan data profit sebuah perusahaan berikut ini:

- Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak ganda dengan rentang  $m=4$ . hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
- Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak ganda dengan rentang  $m=6$ . hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
- Buat time series plotnya masing-masing dengan data asal.
- Tentukan nilai SSE, MSE, dan MAPE masing-masing untuk (a) dan (b) serta bandingkan pula dengan hasil pada tugas praktikum 3. Apa kesimpulan Anda.

**Catatan:** Kerjakan terlebih dahulu poin (a) s.d (d) di atas menggunakan Excel. Kemudian bandingkan hasilnya dengan keluaran dari program R.

periode	profit	periode	profit	periode	profit
1	140385.5	11	151378	21	205837.7
2	134759.9	12	135571	22	215129.8
3	129560.6	13	141933.1	23	219035.5
4	133791.5	14	135256.7	24	227126.9
5	144560.6	15	168587.7	25	228542.1
6	147848.8	16	165804.5	26	229196.3
7	150515.9	17	173212.5	27	238975.8
8	142275.6	18	193385.4	28	243293
9	150644.6	19	196898.5	29	239453.6
10	148968.9	20	199971.6	30	238108.9

# TERIMA KASIH

