

4

Quelle est la relation entre la fonction de répartition  $F(x)$  et la densité  $f(x)$  ?

Q

4

Quelles conditions sont nécessaires pour qu'une fonction  $f(x)$  soit une densité ?

Q

4

Comment exprime-t-on  $\mathbb{P}(a \leq x \leq b)$  en fonction de la fonction de répartition  $F(x)$  ?

Q

4

Comment définissez-vous l'espérance d'une variable continue ?

Q

4

Comment définissez-vous la variance d'une variable continue ?

Q

4

Quelle propriété de l'espérance permet de calculer  $\mathbb{E}[aX + b]$  ?

Q

4

Que dit le théorème de transfert dans le cas continu ?

Q

4

Quelle est la variance de  $aX + b$  en fonction de la variance de  $X$  ?

Q

4

Quelle est la définition de la loi uniforme continue ?

Q

La probabilité  $\mathbb{P}(a \leq x \leq b)$  est donnée par la différence entre les valeurs de la fonction de répartition  $F(b)$  et  $F(a)$ :  
 $\mathbb{P}(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a)$

**R**

Une fonction  $f(x)$  doit être positive ( $f(x) \geq 0$ ) pour tout  $x$  et son intégrale sur  $\mathbb{R}$  doit être égale à 1:  
 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Remarque : la deuxième propriété est très utile en exercice !

**R**

La fonction de répartition  $F(x)$  est l'intégrale de la densité  $f(x)$  jusqu'à  $x$ :  
 $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$

**R**

La linéarité de l'espérance permet de calculer  $\mathbb{E}[aX + b]$  en utilisant la formule  $\mathbb{E}[aX + b] = a \cdot \mathbb{E}[X] + b$

**R**

La variance  $\mathbb{V}(X)$  d'une variable continue  $X$  est définie comme l'espérance de la différence entre  $X$  et son espérance  $\mathbb{E}[X]$  au carré:  
 $\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^2]$

**R**

L'espérance  $\mathbb{E}[X]$  d'une variable continue  $X$  est définie comme l'intégrale de  $x$  pondéré par la densité  $f(x)$  sur tout  $\mathbb{R}$ :  
 $\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$

**R**

Une variable aléatoire continue  $X$  suit une loi uniforme sur l'intervalle  $[a, b]$  si sa densité est constante sur cet intervalle:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \text{ pour } a \leq x \leq b$$

$$= 0 \text{ partout ailleurs}$$

**R**

La variance de  $aX + b$  est  $a^2$  fois la variance de  $X$ :  $\mathbb{V}(aX + b) = a^2 \cdot \mathbb{V}(X)$

**R**

Le théorème de transfert permet de calculer l'espérance d'une transformation  $g(X)$  d'une variable aléatoire continue  $X$  en intégrant  $g(x)$  pondéré par la densité  $f(x)$  de  $X$ :  
 $\mathbb{E}[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f(x) dx$

**R**

4

Quelle est l'espérance d'une variable suivant une loi uniforme continue sur  $[a, b]$  ?

Q

4

Quelle est la variance d'une variable suivant une loi uniforme continue sur  $[a, b]$  ?

Q

4

Quelle est la définition de la loi exponentielle de paramètre  $\lambda > 0$  ?

Q

4

Quelle est l'espérance d'une variable suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda > 0$  ?

Q

4

Quelle est la variance d'une variable suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda > 0$  ?

Q

4

Quelle est la définition de la loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  ?

Q

4

Quelle est l'espérance d'une variable suivant une loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  ?

Q

4

Quelle est la variance d'une variable suivant une loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  ?

Q

4

Qu'est-ce que la loi normale centrée réduite ?

Q

Une variable aléatoire continue  $X$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  si sa densité est

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \text{ pour } x \geq 0 \\ = 0 \text{ partout ailleurs}$$

**R**

La variance  $\mathbb{V}(X)$  d'une variable suivant une loi uniforme continue sur  $[a, b]$  est  $\frac{(b-a)^2}{12}$

**R**

L'espérance  $\mathbb{E}[X]$  d'une variable suivant une loi uniforme continue sur  $[a, b]$  est la moyenne des bornes  $a$  et  $b$ :

$$\mathbb{E}[X] = \frac{a+b}{2}$$

**R**

Une variable aléatoire continue  $X$  suit une loi normale de moyenne  $m$  et de variance  $\sigma^2$  si sa densité est donnée pour tout  $x \in \mathbb{R}$  par la formule

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

**R**

La variance  $\mathbb{V}(X)$  d'une variable suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  est  $\frac{1}{\lambda^2}$

**R**

L'espérance  $\mathbb{E}[X]$  d'une variable suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  est  $\frac{1}{\lambda}$

**R**

La loi normale centrée réduite est une loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$  avec une moyenne  $m = 0$  et une variance  $\sigma^2 = 1$

**R**

La variance  $\mathbb{V}(X)$  d'une variable suivant une loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  est  $\sigma^2$

**R**

L'espérance  $\mathbb{E}[X]$  d'une variable suivant une loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  est  $m$

**R**

4

Comment centrez et réduisez-vous une variable aléatoire  $X$  suivant  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  en  $Z$  suivant  $\mathcal{N}(0, 1)$  ?

Q

Pour centrer-réduire  $X$  en  $Z$ , il faut  
calculer  $Z = \frac{X-m}{\sigma}$