# Zestaw 5 - Zadanie 7

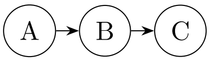
### Metody probabilistyczne w uczeniu maszynowym

Łukasz Trzos

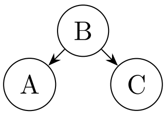
## Treść zadania

Dla poniższych trzech struktur (sieci bayesowskich) sprawdź, czy zachodzi $A \perp C|B$. W każdym przypadku podaj dowód lub wskaż kontrprzykład.

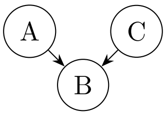
(a)




(b)




(c)



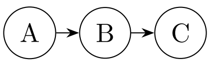

## Rozwiązanie

$A \perp C|B$ oznacza, że $P(A, C|B) = P(A|B)P(C|B)$
W sieci bayesowskiej, łączny rozkład pradpodobieństwa wyraża się w następujący sposób:

$$p(X_1, ..., X_n) = \prod_{j=1}^{n} p(X_j|\mathrm{pa}(X_j))$$

gdzie $\mathrm{pa}(X_j)$ oznacza zbiór rodziców wierzchołka $X_j$.

### Podpunkt A

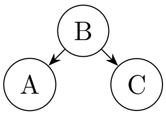



Odpowiedź: **TAK**
Dowód:

$$P(A, C|B) = \frac{P(A, B, C)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B|A)P(C|B)}{P(B)} = \frac{P(A)\frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}P(C|B)}{P(B)} = P(A|B)P(C|B)$$

$\square$

## Podpunkt B

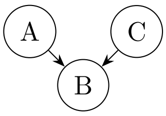



Odpowiedź: **TAK**
Dowód:

$$P(A, C|B) = \frac{P(A, B, C)}{P(B)} = \frac{P(B)P(A|B)P(C|B)}{P(B)} = P(A|B)P(C|B)$$

□

## Podpunkt C




Odpowiedź: **NIE**
Kontrprzykład:

Niech $A \sim \mathrm{Bern}(\frac{1}{2})$, $C \sim \mathrm{Bern}(\frac{1}{2})$, $B = A$ **XOR** $C$

- $P(A = 0 \ \wedge \ C = 0|B = 1) = 0$
- $P(A = 0|B = 1)P(C = 0|B = 1) = \frac{1}{4}$

□