

Schéma pour DNS hypersonique dans FASTS

Mathieu Lugin

February 17, 2022

1 Schéma

Hybride entre le schéma senseur et un schéma de Roe simplifié :

\mathbf{q} le vecteur d'état

\cdot_D et \cdot_G les états droite et gauche

$$F^c = (1 - \Phi)U_{\frac{1}{2}} \frac{\mathbf{q}_G + \mathbf{q}_D}{2} + \Phi \frac{u_G^\perp \mathbf{q}_G + u_D^\perp \mathbf{q}_D}{2} - ((1 - \Phi)U_{dis} + \Phi r_{spec}) \frac{\mathbf{q}_D - \mathbf{q}_G}{2} \quad (1)$$

$$U_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(u_G^\perp + u_D^\perp) - W * c_2(P_D - P_G) \quad (2)$$

Avec $u^\perp = |\vec{u} \cdot \vec{n}|$ la vitesse normale à l'interface, P la pression, W le senseur "wiggles", et $c_2 = \frac{0.04}{u_{ref} \rho_{ref}}$ une constante du schéma.

U_{dis} inchangé par rapport au schéma senseur :

$$U_{dis} = W * \max(|U_{\frac{1}{2}}|, c_1) \quad (3)$$

$c_1 = 0.04u_{ref}$ une autre constante.

r_{spec} le rayon spectral :

$$r_{spec} = |\tilde{\vec{u}} \cdot \vec{n}| + |\vec{n}| \tilde{c} \quad (4)$$

Avec \tilde{x} la moyenne de Roe entre les états gauche et droite : $x_G * r + x_D * (1 - r)$ et $r = \frac{1}{1 + \frac{\rho_G}{\rho_D}}$ et c la vitesse du son $c = \sqrt{\gamma RT}$

Φ le senseur décrit dans la section suivante

Le comportement du schéma est le suivant :

- sans choc ($\Phi = 0$) sans oscillations numériques ($W = 0$) \rightarrow le schéma dégénère vers un schéma purement centré
- sans choc ($\Phi = 0$) avec oscillations numériques ($W = 1$) \rightarrow schéma décentré : AUSM dissipation proportionnelle à la vitesse normale à l'interface
- choc ($\Phi = 1$) \rightarrow schéma décentré : schéma de Roe ou la dissipation est approximée (borne max) par le rayon spectral

2 Senseur

En partant du senseur de Ducros (détecte les chocs dans la turbulence) :

$$\Phi_{ducros} = \frac{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2}{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + (\nabla \times \mathbf{u})^2 + \epsilon} \quad (5)$$

La modification basée sur celle proposée par Candler (protège les zones laminaires et farfield) :

$$\Phi_{candler} = \Phi_{ducros} * \frac{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2}{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + (\text{coeff1} \frac{|\mathbf{u}|}{\Omega^{\frac{1}{3}}})^2 + \epsilon} \quad (6)$$

Avec Ω le volume de la cellule et $\epsilon = 10^{-16}$

Tanh basée sur Garnier 2009 pour avoir une activation plus franche :

$$\Phi_{tanh} = 0.5 + 0.5 * \tanh(40\pi(\Phi_{candler} - \text{coeff2})) \quad (7)$$

Et on protège les zones à bas nombre de Mach:

$$\Phi = \min(M, 1)^4 * \Phi_{tanh} \quad (8)$$

Les deux coeff ont été mis par défaut à : coeff1= 0.009 et coeff2= 0.015, valeurs déterminées pour être robuste sur le cas 2 (voir section 4).

3 Cas 1 : couche limite axi Mach 4

Cas de couche limite transitionnelle Mach 4 avec injection de bruit blanc en entrée de domaine. Le calcul en "schéma senseur" ne passe pas si de la turbulence apparaît dans la CL (à cause des chocs au-dessus de la turbulence ?). Le calcul passe en "ausmpred":

M_∞	4
T_∞	107 K
P_∞	2305 Pa
U_∞	830 m/s
Re_L	2.1×10^6
L	0.25 m
Portion angulaire $\theta_{domaine}$	10 degrees
R	0.0655m
CFL	< 0.5 (rk3-explicit)
n_x	1800
n_r	214
n_θ	200
n_{tot}	77×10^6

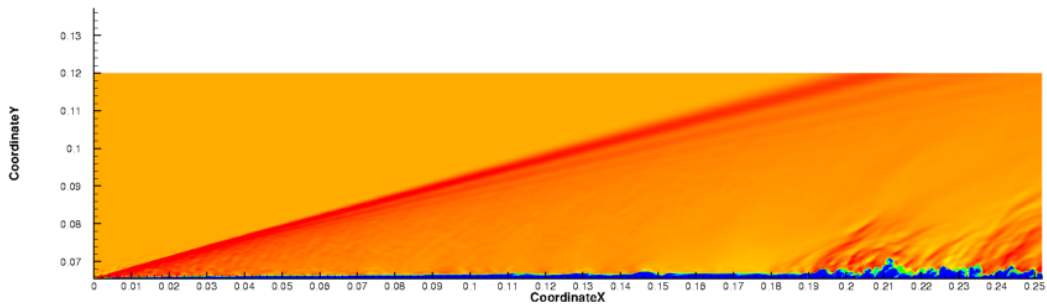


Figure 1: Colormap ρ . Instantané calculé en AUSMPRED.

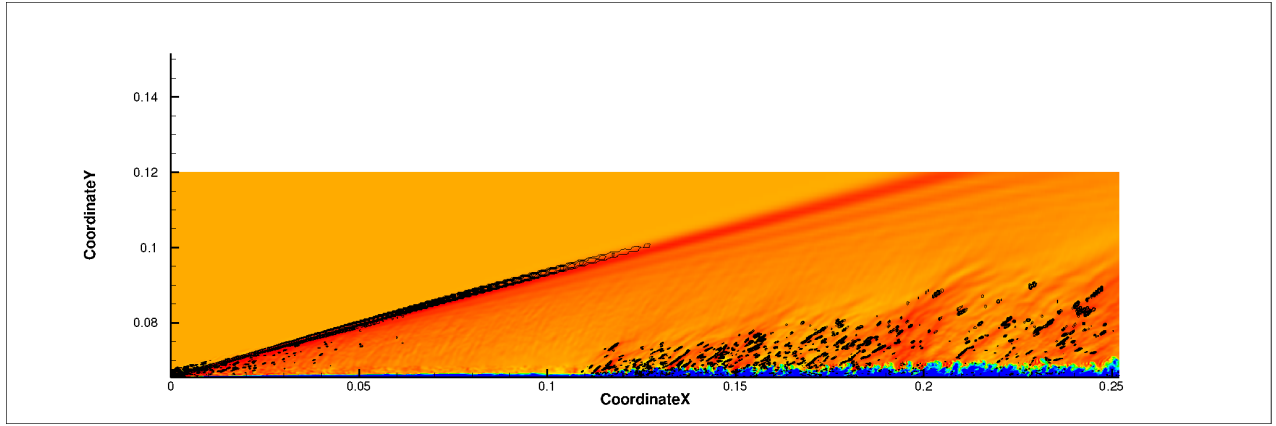


Figure 2: Colormap ρ et ligne Φ . Instantané calculé avec le nouveau schéma (après 3 temps convectifs).

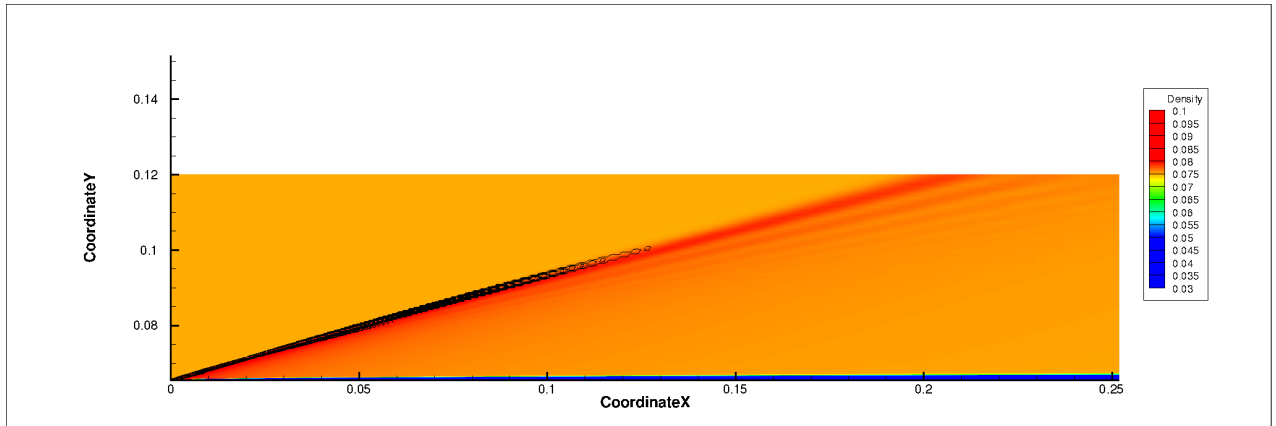


Figure 3: Meme chose, mais sans le bruit en entrée. Colormap ρ et ligne Φ . Instantané calculé avec le nouveau schéma (après 3 temps convectifs).

4 Cas 2 : Cylindre-jupe

Cas de rampe de compression transitionnelle Mach 5 avec injection de bruit blanc en entrée de domaine. Le calcul en schéma senseur ne passe pas (nan dans le choc de recollement). Les paramètres du senseur ont été déterminés pour être "robuste" sur ce cas. La taille de bulle est très dépendante de la transition, et donc on peut s'attendre à avoir un impact du changement de schéma sur la topologie (moins dissipatif = transition plus rapide = bulle plus petite)

M_∞	5
T_∞	91 K
P_∞	782 Pa
U_∞	956 m/s
Re_L	1.14×10^6
Angle jupe	15 degrés
L (cylindre)	0.252 m
L_{tot} (cylindre)	0.35 m
Portion angulaire $\theta_{domaine}$	15 degrés
$R_{cylindre}$	0.0655m
CFL	< 0.5 (rk3-explicit)
n_x	1600
n_r	220
n_θ	150
n_{tot}	52.8×10^6

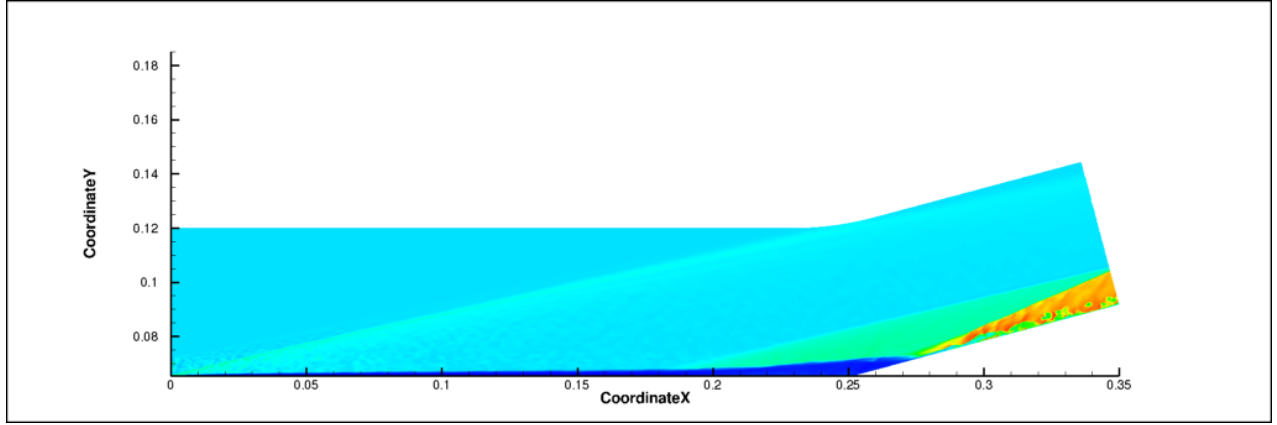


Figure 4: ρ instantané calculé en ausmpred.

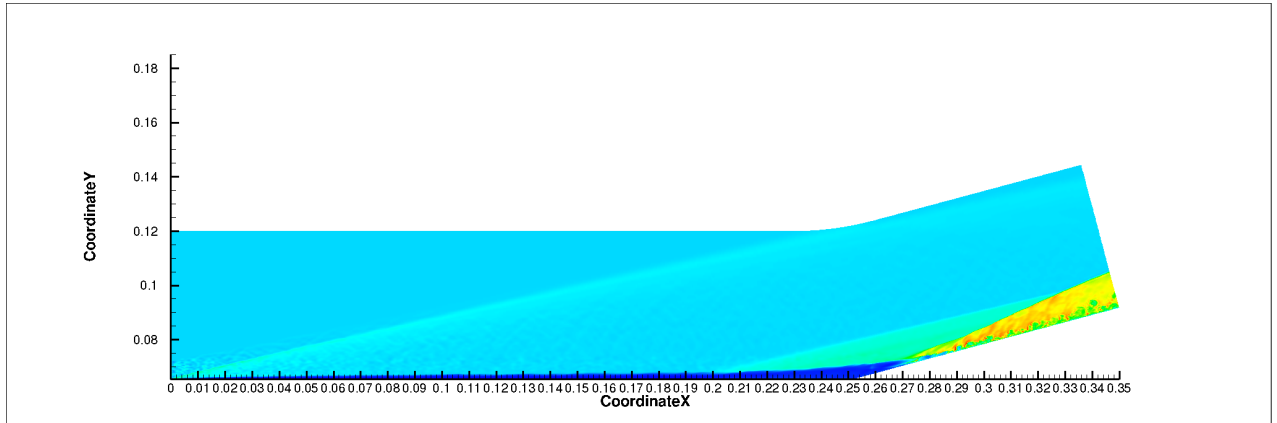


Figure 5: ρ instantané Après 3 temps convectifs avec le nouveau schéma.

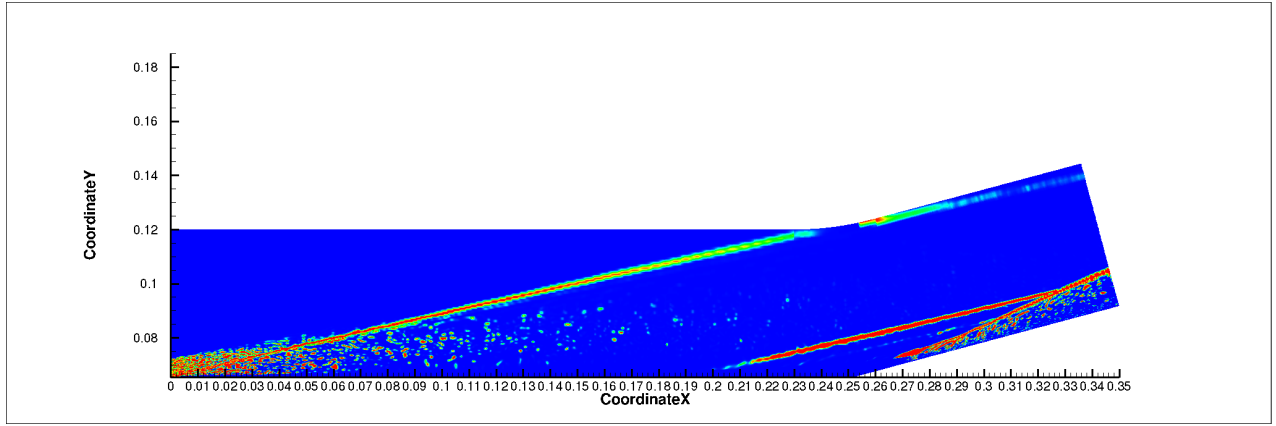


Figure 6: Φ sur le champ instantané calculé avec le nouveau schéma

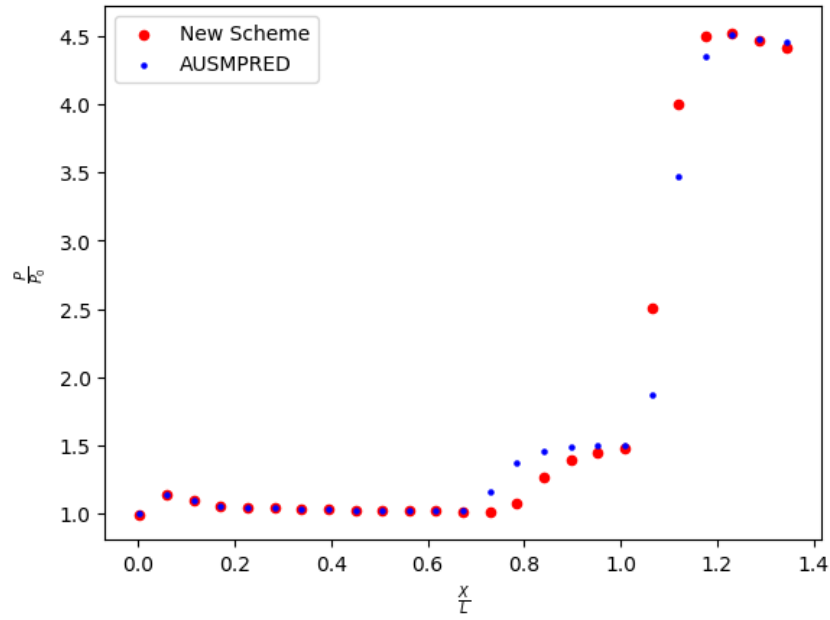


Figure 7: Répartition moyenne de pression à la paroi pour les calculs réalisés avec l'aumspred et le nouveau schéma montrant l'impact sur la topologie de l'écoulement : taille de bulle réduite.

On a bien un schéma moins dissipatif que l'aumspred, la transition arrive plus tôt, et donc la bulle de recirculation est plus petite.

5 Implémentation FastS

Testé seulement en 3d-full pour le moment (mais codé pour tous les cas). Pas codé pour l'ALE.

Clé nouveau schéma : `senseur_hyper`