

# 1. Проблема



# 2. Содержательная постановка

1) Необходимо рассчитать оптимальный объем производства, при котором достигается максимальная прибыль, с использованием запаса на складе.

2) На основе решения прошлого пункта, выявить в каком случае прибыль максимальна:

- Не покупать дополнительные ресурсы
- Купить две единицы  $i$  ресурса

# 3. Формальная постановка

Пусть

- $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$  - пространство количества продуктов, произведенных по технологии  $i$ .
- $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$  - пространство весов (прибыли) производства по технологии  $i$ .
- $S = \{s_1, s_2, s_3\}$  - пространство запаса ресурсов на складе
- $A = ||a_{ij}||, \quad i \in \{1, 2, 3\}, \quad j \in \{1, 2, 3, 4\}$  - пространство затрат ресурсов на реализацию производства по технологии  $j$
- $CP = \{cp_1, cp_2, cp_3\}$  - пространство себестоимостей ресурсов

Задача:

$$-(C, X) = -\sum_{i=1}^4 c_i x_i = -(c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4) \rightarrow \min$$

Ограничения запаса ресурсов:

$$\left[ \sum_{i=1}^4 x_i \times a_{ij} \right]_j \leq s_j, \quad j \in \{1, 2, 3\}$$

Естественные ограничения:

$$X \geq 0$$

# 4. Алгоритм и ПО

В качестве ПО будем использовать ЯП **Python** с подключенными модулями:

- **numpy** - для работы с линейной алгеброй
- **cvxpy** - для работы с линейным программированием

В качестве среды разработки **Jupyter Lab**,

# 5. Решение задачи

Приведем решение задачи с применением выбранного алгоритма.

Функция для решения задачи оптимизации:

```
In [1]: def optimal_receipt(c,s,a):
'''
    Функция, возвращающая оптимальное
    распределение производства
    по технологиям

    c - список
    прибыли по технологиям

    s - список
    остатка на складе

    a - 2D-список
    ресурсных затрат

'''

import cvxpy
import numpy as np
from warnings import warn

for i in c:
    if i < 0:
        warn('Одно или несколько значений прибыли отрицательное!')
for i in a:
    for j in i:
        if j < 0:
            raise Exception('Затраты по ресурсам не могут быть отрицательными!')
for i in s:
    if i < 0:
        raise Exception('Остаток на складе не может быть отрицательным!')

c = np.array(c)
a = np.array(a)
s = np.array(s)

x = cvxpy.Variable(shape=len(c), integer = True)

constraints = [(x @ a.T <= s),
               (x >= 0)]

total_value = - c @ x
problem = cvxpy.Problem(cvxpy.Minimize(total_value), constraints=constraints)
profit = abs(round(problem.solve()))
remain = s - x.value @ a.T

print('Для достижения максимальной прибыли в {}, необходимо:\n'.format(profit))
for i in range(len(x.value)):
    print('по технологии {} произвести {}\t продуктов'.format(i+1,round(x.value[i])))
print('')
for i in range(len(s)):
    print('Остаток {} ресурса: {}'.format(i+1, round(remain[i])))

return profit
```

Функция для решения задачи о целесообразности покупки какого-либо вида ресурса в количестве  $n$  шт:

```
In [2]: def with_n_additional_resources(c,s,a,cp, n=2):
'''
    Функция, решающая задачу о
    целесообразности покупки
    какого-либо вида ресурса в количестве
    n шт.

    c - список
    прибыли по технологиям

    s - список
    остатка на складе

    a - 2D-список
    ресурсных затрат
    profits = [optimal_receipt(c,s,a)]

    cp - список
    себестоимостей ресурсов

    n - число
    покупаемых ресурсов
'''

print('В случае без покупки ресурсов:\n')
profits = [optimal_receipt(c,s,a)]

for i in range(len(s)):
    print('_____ \n\nВ случае приобретения {} единиц {} ресурса:\n'.format(n, i+1))
    s_new = s
    s_new[i] += n
    profits.append(optimal_receipt(c,s_new,a) - n*cp[i])

max_index = max(enumerate(profits),key=lambda x: x[1])[0]

print('_____ \nитога:')
if max_index == 0:
    print('Смысла в покупке дополнительных ресурсов нет')
else:
    print('Лучше всего купить {} единиц {} ресурса.'.format(n, max_index))
    print('Это даст дополнительную прибыль в виде {}$.'.format(round(profits[max_index]-profits[0],1)))

return(profits)
```

# 6. Анализ

1) Запустим функцию на наших данных:

```
In [3]: s = [300,400,450]
c = [15,20,17,21]
a = [[0,3,9,11],
      [3,5,7,0],
      [4,8,0,13]]

optimal_receipt(c,s,a);
```

Для достижения максимальной прибыли в 1833\$, необходимо:

по технологии 1 произвести 112	продуктов
по технологии 2 произвести 0	продуктов
по технологии 3 произвести 9	продуктов
по технологии 4 произвести 0	продуктов

Остаток 1 ресурса: 219  
Остаток 2 ресурса: 1  
Остаток 3 ресурса: 2

Получаем, что для наших данных, целесообразно использовать только две технологии: **первую** и **третью**.

Видим, что у нас остается много лишних ресурсов 1, а также, что **третья** технология используется очень мало.

Следовательно, следует снизить закуп 1 ресурса, отказаться от **второй** и **четвертой** технологий производства.

2) Проведем анализ целесообразности покупки дополнительных двух единиц какого-либо ресурса.

Запустим программу на наших данных:

```
In [4]: s = [300,400,450]
c = [15,20,17,21]
a = [[0,3,9,11],
      [3,5,7,0],
      [4,8,0,13]]
cp = [0.18,0.22,0.19]
n = 2

with_n_additional_resources(c,s,a,cp, n);
```

В случае без покупки ресурсов:

Для достижения максимальной прибыли в 1833\$, необходимо:

по технологии 1 произвести 112	продуктов
по технологии 2 произвести 0	продуктов
по технологии 3 произвести 9	продуктов
по технологии 4 произвести 0	продуктов

Остаток 1 ресурса: 219  
Остаток 2 ресурса: 1  
Остаток 3 ресурса: 2

В случае приобретения 2 единиц 1 ресурса:

Для достижения максимальной прибыли в 1833\$, необходимо:

по технологии 1 произвести 112	продуктов
по технологии 2 произвести 0	продуктов
по технологии 3 произвести 9	продуктов
по технологии 4 произвести 0	продуктов

Остаток 1 ресурса: 221  
Остаток 2 ресурса: 1  
Остаток 3 ресурса: 2

В случае приобретения 2 единиц 2 ресурса:

Для достижения максимальной прибыли в 1836\$, необходимо:

по технологии 1 произвести 106	продуктов
по технологии 2 произвести 0	продуктов
по технологии 3 произвести 12	продуктов
по технологии 4 произвести 2	продуктов

Остаток 1 ресурса: 172  
Остаток 2 ресурса: 0  
Остаток 3 ресурса: 0

В случае приобретения 2 единиц 3 ресурса:

Для достижения максимальной прибыли в 1848\$, необходимо:

по технологии 1 произвести 113	продуктов
по технологии 2 произвести 0	продуктов
по технологии 3 произвести 9	продуктов
по технологии 4 произвести 0	продуктов

Остаток 1 ресурса: 221  
Остаток 2 ресурса: 0  
Остаток 3 ресурса: 0

Итого:  
Лучше всего купить 2 единиц 3 ресурса.  
Это даст дополнительную прибыль в виде 14.6\$.

Видим, что первого ресурса докупать две единицы смысла нет. Прибыль та же.

Есть смысл купить две единицы третьего ресурса ресурса. Это повысит прибыль на 14.6\$.