

Лабораторная работа № 8 по курсу дискретного анализа: жадные алгоритмы

Выполнил студент группы 08-208 МАИ *Сизонов Артём*.

Условие

Кратко описывается задача:

1. Разработать жадный алгоритм решения задачи, определяемой своим вариантом. Доказать его корректность, оценить скорость и объём затрачиваемой оперативной памяти. Реализовать программу на языке C или C++, соответствующую построенному алгоритму.
2. Вариант задания: **1. Размен монет**. На первой строке заданы два числа, N и $p > 1$, определяющие набор монет некоторой страны с номиналами p^0, p^1, \dots, p^{N-1} . Нужно определить наименьшее количество монет, которое можно использовать для того, чтобы разменять заданную на второй строчке сумму денег $M \leq 2^{32} - 1$ и распечатать для каждого i -го номинала на i -ой строчке количество участвующих в размене монет. Кроме того, нужно обосновать почему жадный выбор неприменим в общем случае (когда номиналы могут быть любыми) и предложить алгоритм, работающий при любых входных данных.

Метод решения

Задача решается жадным алгоритмом. Пусть m – число, которое нужно набрать. Тогда, пока m не станет нулем, берём максимально возможное количество монет самый большой по номиналу и допустимой монеты. Но не для всех монетных систем подходит данный алгоритм. Достаточно, чтобы достоинство каждой монеты было больше как минимум в два раза достоинства предыдущей по возрастанию номиналов монеты.

Доказательство. Предположим, что существует размен с наиболее оптимальным количеством монет. Это значит, что хотя бы одну монету из текущего размена придется не брать. Допустим, не выгодно взять хотя бы одну из монет максимального номинала. Тогда количество монет с меньшим номиналом должно быть увеличено. Однако, чтобы набрать ту же сумму, что и макс. номинал, потребуется как минимум две монеты.

Задача о размене для любой системы монет решается методом динамического программирования.

Описание программы

Программа написана одним файлом.

Дневник отладки

Посылка 1: Status: OK.

Тест производительности

```
bsb@dell: ~/Рабочий стол/Информатика/Дискретный анализ/Лабораторные/LabN8 115x21
bsb@dell:~/Рабочий стол/Информатика/Дискретный анализ/Лабораторные/LabN8$ time cat test10000 | ./a.out > ans
real    0m0.006s
user    0m0.000s
sys     0m0.000s
bsb@dell:~/Рабочий стол/Информатика/Дискретный анализ/Лабораторные/LabN8$ time cat test100000 | ./a.out > ans
real    0m0.005s
user    0m0.000s
sys     0m0.000s
bsb@dell:~/Рабочий стол/Информатика/Дискретный анализ/Лабораторные/LabN8$ time cat test1000000 | ./a.out > ans
real    0m0.007s
user    0m0.000s
sys     0m0.004s
bsb@dell:~/Рабочий стол/Информатика/Дискретный анализ/Лабораторные/LabN8$ time cat test100000000 | ./a.out > ans
real    0m0.004s
user    0m0.004s
sys     0m0.000s
bsb@dell:~/Рабочий стол/Информатика/Дискретный анализ/Лабораторные/LabN8$
```

Недочёты

Выявленных недочётов нет.

Выводы

Жадный алгоритм – это алгоритм, заключающийся в выборе оптимальных решений на каждом этапе таким образом, что конечное решение окажется оптимальным. Так же, как и с методом динамического программирования, невозможно определить критерий применимости жадного алгоритма. Но к задачам, решаемым жадным алгоритмом применимы: *принцип жадного выбора* и *свойство оптимальности для подзадач*. Принцип жадного выбора заключается в доказательстве того, что на каждом этапе жадный выбор не закрывает пути к оптимальному решению. Свойство оптимальности для подзадач заключается в том, что оптимальное решение задачи должно содержать в себе оптимальные решения для всех своих подзадач.

Алгоритмическая сложность решения задачи: $O(1)$. Пространственная сложность – $O(n)$.