

# Complessità computazionale



## Intermezzo tecnico

Piero A. Bonatti

Università di Napoli Federico II

Laurea Magistrale in Informatica

## Tema della lezione

- Normalizzazioni varie, tecnicamente utili
  - funzioni di complessità standardpermettono di assumere senza perdita di generalità:
  - consumi *esatti* di spazio e tempo
  - terminazione delle macchine a spazio limitato
- Classi basate su *famiglie* di funzioni, e
- Complementi di classi nondeterministiche
  - (solo definizioni per il momento)

# Funzioni di complessità *proprie*

## Motivazioni

- Come devono essere le funzioni  $f(|x|)$  che misurano le risorse consumate?
- Senza restrizioni potrebbero essere cose strane
  - tipo “*se  $n$  è primo allora  $f(n)$  è  $2^n$ , altrimenti è il più piccolo numero tale che...*”
- E potrebbero *succedere* cose strane

### Gap Theorem (7.3)

C'è una funzione ricorsiva  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che  
 $\text{TIME}(f(n)) = \text{TIME}(2^{f(n)})$

Allora è opportuno restringere le  $f$  di nostro interesse

# Funzioni di complessità *proprie*

## Definizione

Una funzione  $f$  sugli interi non negativi è una **funzione di complessità propria** se

- $f$  è non decrescente ( $f(n+1) \geq f(n)$  per ogni  $n$ )
- esiste una MdT a  $k$  nastri con input e output  $M_f$  tale che per ogni  $n$  e ogni input  $x$  lungo  $n$

$$(s, \triangleright, x, \triangleright, \epsilon, \dots, \triangleright, \epsilon) \xrightarrow{M_f^t} (h, \triangleright, x, \triangleright, \sqcup^{j_2}, \dots, \triangleright, \sqcup^{j_{k-1}}, \triangleright, \sqcap^{f(n)})$$

- $t = O(n + f(n))$  e  $j_i = O(f(n))$  ( $i = 2, \dots, k-1$ )

Nota: chiamiamo  $\sqcap$  *quasi-blank*

# Funzioni di complessità *proprie*

## Esempi

- le funzioni costanti  $f(n) = c$
- la funzione identica  $f(n) = n$ 
  - definite voi le  $M_f$  per esercizio
- $f(n) = \lceil \log n \rceil$ 
  - $M_f$  ha 3 nastri
  - scandisce il 1° nastro
  - ad ogni spostamento incrementa un contatore binario sul secondo nastro
  - quando finisce l'input, scandisce il 2° nastro
  - riscrive ogni simbolo con  $\sqcup$  e scrive un  $\sqcap$  sul terzo nastro
- inoltre polinomi, combinazioni di polinomi e logaritmi, esponenziali, radici e fattoriali...
  - praticamente tutto quello che ci serve

# MdT *precise*

- Restringendoci alle funzioni di complessità proprie riusciamo a standardizzare il comportamento delle MdT

## Definizione

Un MdT (di qualunque tipo) è **precisa** sse esistono due funzioni  $f$  e  $g$  tali che, per ogni input  $x$

- ogni computazione di  $M$  termina dopo **esattamente**  $f(|x|)$  passi
- al termine tutti i suoi nastri sono lunghi **esattamente**  $g(|x|)$  (a parte 1° e ultimo, se  $M$  ha input e output)

## MdT *precise*

- Lavorando con funzioni proprie, possiamo sempre assumere che le MdT siano precise

### Teorema (soluzioni *precise*)

Se una MdT (qualsiasi)  $M$  decide  $L$  in tempo (o spazio)  $f(n)$  e  $f$  è *propria*, allora

- esiste una MdT *precisa*  $M'$
- che decide  $L$
- in tempo (o spazio, rispettivamente)  $O(f(n))$

# MdT *precise*

## Prova del Teorema delle soluzioni precise

- $M'$  concatena  $M_f$  e una macchina che simula  $M$ .  
Consideriamo prima il *tempo*
- $M'$  simula  $M$  su un insieme di nastri separato
- ad ogni passo sposta anche a destra il cursore sull'ultimo nastro di  $M_f$
- se  $M$  termina prima di aver raggiunto la fine del nastro di  $M_f$ ,  $M'$  procede a scanderlo fino alla fine in modo da impiegare esattamente  $f(|x|)$  passi
- la somma dei passi di  $M_f$  e della simulazione di  $M$ 
  - dipende solo dalla lunghezza di  $x \Rightarrow M'$  è precisa
  - impiega  $O(n + 2f(n)) = O(f(n))$  passi



# MdT *precise*

## Prova del Teorema delle soluzioni precise (II)

- Consideriamo ora lo *spazio*.  $M'$  concatena  $M_f$  e una macchina che simula  $M$  sui quasi-blank lasciati da  $M_f$ 
  - se  $M$  ha più nastri, bisogna fare più copie dell'ultimo di  $M_f$
- La simulazione tratta i quasi-blank come dei  $\sqcup$
- Al termine, anche se  $M$  ha usato meno di  $f(|x|)$  celle su qualche nastro, i quasi-blank rimasti portano l'occupazione esattamente a  $f(|x|) \Rightarrow M'$  è *precisa*
- La quantità di spazio consumata da  $M'$  è  $O(f(n))$ 
  - quella di  $M_f$  è  $O(f(n))$  per definizione
  - quella successiva è un multiplo che dipende dal numero di nastri di  $M$

# MdT *precise*

## Prova del Teorema delle soluzioni precise (III)

- Se  $M$  è nondeterministica, anche la sua simulazione in  $M'$  sarà nondeterministica
- Le considerazioni già fatte valgono per tutte le computazioni

QED

# Terminazione delle MdT *space bounded*

Altra standardizzazione permessa dalle funzioni proprie

- Se  $M$  lavora in spazio  $f(n)$  allora l'insieme delle configurazioni diverse attraverso cui può passare è *finito*, limitato superiormente da:

$$c = |K| \cdot |\Sigma|^{f(n)} \cdot f(n)$$

- Se  $M$  compie più di  $c$  passi, deve per forza entrare in una configurazione già visitata
  - $M$  è in ciclo
- Quindi se  $M$  non termina entro  $c$  passi possiamo forzarne la terminazione con un "no"

# Terminazione delle MdT *space bounded*

Altra standardizzazione permessa dalle funzioni proprie

## Teorema (terminazione space-bounded)

Se  $M$  decide  $L$  in spazio  $f(n)$  allora esiste  $M'$  che decide  $L$  in spazio  $O(f(n))$  e tale che tutte le sue computazioni terminano

- Prova per 1 nastro: concatenare  $M_f$  e una simulazione di  $M$
- l'ultimo nastro di  $M_f$  viene usato come un contatore
  - le celle conterranno i simboli di  $\Sigma$
  - rappresenta un intero in base  $|\Sigma|$  (stabilito un ordine su  $\Sigma$ )
- il contatore viene esteso con una cella che conterrà  $|K|$  simboli diversi (per arrivare fino a  $c$ )
- ad ogni transizione di  $M$  si incrementa il contatore
- se entro  $c$  passi non termina, transizione in "no"

QED



## Nuove notazioni per le classi di complessità

## Classi basate su *famiglie* di funzioni proprie

- Le funzioni possono essere parametrizzate con un intero  $k$ , ad esempio

$$\begin{aligned}\text{TIME}(n^k) &= \bigcup_{j>0} \text{TIME}(n^j) &= P \\ \text{NTIME}(n^k) &= \bigcup_{j>0} \text{NTIME}(n^j) &= \text{NP} \\ \text{TIME}(2^{n^k}) &= \bigcup_{j>0} \text{TIME}(2^{n^j}) &= \text{EXP} \\ \text{SPACE}(n^k) &= \bigcup_{j>0} \text{SPACE}(n^j) &= \text{PSPACE} \\ \text{NSPACE}(n^k) &= \bigcup_{j>0} \text{NSPACE}(n^j) &= \text{NPSPACE} \\ \\ \text{SPACE}(\log n) &= L \\ \text{NSPACE}(\log n) &= \text{NL}\end{aligned}$$

# Classi di complessità complementari

## Definizione (complementi di problemi/linguaggi)

Sia  $L \subseteq \Sigma^*$ . Il **complemento di  $L$**  è  $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ .

### ■ Esempi:

- $\overline{\text{PALINDROME}}$  = l'insieme delle stringhe non palindrome
- $\overline{\text{REACHABILITY}} = (G, x, y)$  t.c.  $y$  irraggiungibile da  $x$  in  $G$
- $\overline{\text{TSP}_{dec}} = (N, B)$  tali che  $N$  non ha tour di costo  $\leq B$
- $\overline{\text{SAT}}$  = formule proposizionali insoddisfacibili

# Classi di complessità complementari

## Notazione (co)

Per ogni classe di complessità  $\mathcal{C}$ ,  $\text{co}\mathcal{C}$  denota la classe di problemi  $\bar{L}$  tali che  $L \in \mathcal{C}$

- Esempi
  - **coP**, **coNP**, **coNPSPACE** ...
- In realtà **coP**, **coSPACE**, **coEXP** ... non sono interessanti perchè...



# Classi di complessità complementari

## Proposizione (chiusura classi deterministiche risp. a complemento)

Se  $\mathcal{C}$  è una classe di complessità *deterministica*  $\text{TIME}(f(n))$  o  $\text{SPACE}(f(n))$ , allora  $\mathcal{C} = \text{co}\mathcal{C}$

- **Prova:** sia  $M$  una MdT deterministica che decide  $L$  in tempo/spazio  $f(n)$
- La MdT  $M'$  ottenuta scambiando "yes" con "no" in  $\delta$  riconosce  $\bar{L}$  in tempo/spazio  $f(n)$

QED

# Classi di complessità complementari

Perchè con le classi nondeterministiche non funziona

- Se tentassimo la stessa trasformazione con una MdT *nondeterministica* otterremmo una MdT che
  - se  $x \in L$  allora ha almeno un run che rigetta
  - se  $x \in \bar{L}$  allora tutti i run accettano
- per decidere  $\bar{L}$  dovremmo anche cambiare la modalità di accettazione
  - da  $\exists$  *run che accetta* a  $\forall$  *run accetta*
- Per lo spazio nondeterministico, si può dimostrare la chiusura (vedremo + avanti)
- Per il tempo nondeterministico la chiusura è una questione aperta
  - se valesse avrebbe conseguenze macroscopiche

# Capitolo di riferimento

Papadimitriou

- Parte 3, Capitolo 7, paragrafo 1

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

UNINA

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

UNINA

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

QUESTION

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

UNINA

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

QUESTION



# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

complessità

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

Esercitazione

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

Esercitazione

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

QUESTION

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

Esercitazione

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

Esercitazione

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

Esercitazione

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

Esercitazione



# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

definizioni

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

definizioni

# Esercitazione

- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{TIME}(n^3) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{EXP} \subseteq \text{P} ?$
- $\text{P} \subseteq \text{NTIME}(n^k) ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{P} ?$
- $\text{NTIME}(n^k) \subseteq \text{NP} ?$
- $\text{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NTIME}(n^2) \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{SPACE}(n^k) ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{NPSPACE} ?$
- $\text{SPACE}(2^n) \subseteq \text{SPACE}(2^{n^2}) ?$
- $\text{SPACE}(n) \subseteq \text{NSPACE}(n) ?$
- $\text{NPSPACE} \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{TIME}(n^k) \subseteq \text{PSPACE} ?$
- $\text{PSPACE} \subseteq \text{EXP} ?$
- $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE} ?$

definizioni