Institut für Informationsverarbeitung
Leibniz Universität Hannover
http://www.tnt.uni-hannover.de

Leibniz
Universität
Hannover

Scientific Computing I - Übung 1

Aufbau

Jedes Übungsblatt wird aus zwei Teilen bestehen: Ein Theorieteil am Anfang, welcher Fragen und Rechenaufgaben enthält, die man auf Papier lösen sollte, und einen praktischen Teil, für den man Programmcode in MATLAB schreiben soll.

1 Theorie

1) Was bedeutet es, dass ein Problem korrekt gestellt ist? Nennen Sie ein Beispiel.
2) Welche Approximationsfehlerquellen treten bei der rechnergestützten Lösung eines Problems auf?
3) Wie ist die sogenannte Konditionszahl definiert? Was sagt diese aus bzw. was misst diese?
4) Was versteht man unter einem *stabilen* Algorithmus?
5) Unter welcher Bedingung gilt $(1+\epsilon)-(1-\epsilon) = 0$ in Gleitkomma-Arithmetik?

2 Fibonacci

Die Fibonacci-Folge $f_1, f_2, \ldots$ ergibt sich durch das Bildungsgesetz

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2},\ n > 2 \tag{1}$$

und $f_1 = f_2 = 1$.
Sie beschreibt z.B. das Wachstumsverhalten spezieller Kaninchenpopulationen. Die ersten 8 Folgeglieder der Fibonaccifolge lauten 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21.

1) Erstellen Sie die Funktion `myfibo`, welche für eine beliebige natürliche Zahl das entsprechende Folgeglied der Fibonacci-Folge ausgibt. Bei Eingabe einer negativen oder nicht ganzen Zahl soll eine Fehlermeldung ausgegeben werden.
   Hinweis: Die MATLAB-Funktion *floor* rundet eine Fließkommazahl x auf die nächst kleinere ganze Zahl ab.

2) Wie lautet die 10., 50. und 100. Fibonacci-Zahl? Wie lautet die 10000.?

3 Plottwist

Der sogenannte goldene Schnitt bzw. das goldene Verhältnis ist ein Teilungsverhältnis von Strecken oder anderen Größen, denen eine spezielle Ästhetik und andere Eigenschaften unterstellt wird. Dieses Teilungsverhältnis entspricht $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$. Interessanterweise konvergiert der Quotient aufeinanderfolgender Fibonacci-Zahlen gegen den goldenen Schnitt.

1) Erstellen Sie zur Verifikation dieser Tatsache ein Skript, welches die ersten zehn Quotienten $\frac{f_{n+1}}{f_n}$ der Fibonacci-Folge graphisch darstellt. Zeichnen Sie als Referenz die Horzontale mit der Gleichung $y = 1.618$ ein. Die Fibonacci-Zahlen sollen mittels gestrichelter Linie und Kreismarkierungen gezeichnet werden. Nutzen Sie dafür die *plot* und *line* Funktion von MATLAB.

Hinweis: Mittels des MATLAB-Befehls *hold on* werden alle *plot*-Befehle in die selbe Figure („Zeichenfenster“) gezeichnet. Neue Fenster können mittels des *figure* Befehls erstellt werden. (Ist hier nicht nötig)

4 Hat jemand Wurzel gesagt?

Taschenrechner und andere Rechengeräte berechnen die Wurzeln von Zahlen iterativ. Eine Möglichkeit ist die Wurzel $\sqrt{x}$ einer Zahl x gemäß

$$x_{n+1} = 0.5 \cdot \left(x_n + \frac{x}{x_n}\right) \tag{2}$$

iterativ zu approximieren. (Warum das funktioniert wird im Verlaufe des Vorlesung klar)

1) Schreiben Sie eine Funktion `mysqrt(x, eps)`, welche für ein vorgegebenes `x` und eine Fehlertoleranz `eps` gemäß obiger Iterationsformel die Wurzel von `x` approximiert. Es soll solange iteriert werden, wie der Fehler zwischen Quadrat der Wurzelapproximation und der Ausgangszahl größer als die vorgegebene Fehlertoleranz ist.

2) Anschließend sollen Iterationswerte x_0 bis x_n graphisch dargestellt werden. Ergänzen Sie y- und x-Achse sowie den Titel des Plots um passende Bezeichnungen.

   Hinweis: Die Funktionen `xlabel`, `ylabel` sowie `title` könnten sich als nützlich erweisen!

3) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion für verschiedene Werte von `x` unterschiedlicher Größenordnungen (z.B. 7, 121, 736781.327, -42). Wie ändert sich die Zahl der Iterationsschritte insbesondere bei Änderung der Fehlertoleranz `eps`? Was passiert für sehr kleine Fehlertoleranzen z.B: $eps = 10^{-20}$? Wie könnten Sie ihre Funktion abändern, um dieses Verhalten abzufangen?

   Hinweis: Mit der Tastenkombination STRG+C kann man laufende Berechnungen in MATLAB abrechnen. Das ist nützlich, wenn ein Programm doch mal viel zu lange rechnet oder man gar versehentlich eine Endlosschleife, die nie abbricht, programmiert hat.