Az informatika számítástudományi alapjai

1+Ɛ. Feladatsor

(Az elmaradt előadás miatt tovább gyakoroljuk az eddigieket)

1. Adjunk példát olyan L_1 és L_2 V ábécé feletti nyelvekre, amelyekre $L_1 L_2 = L_2 L_1$. Keressünk nem triviális megoldást is.

   Triviális megoldások:

   - $L_1 = \emptyset$, $L_1 = \{ \lambda \}$ vagy a szimmetria miatt L_2-re teljesül az előző esetek egyike.
   - $L_1 = L_2$.
   - V ábécé egyelemű.
   - Az egyik nyelvben benne szerepel λ, a másik nyelv pedig a V^* (univerzális nyelv).

2. Mivel egyenlő L^2, ha

   $L = \{ a^n b^n | n > 0 \}$?

3. Adjuk meg az alábbi {0, 1} ábécé feletti nyelveket halmazok uniója, konkatenációja és tranzitív lezártja („*”) segítségével

- Azokból a szavakból áll, amelyek tartalmazzák a 010 részszót
- Azon szavakból áll, melyek tartalmazzák részszóként a 000 vagy az 111 szót
- azon 1-esre végződő szavakból áll, amelyek nem tartalmazzák részszóként a 00 szót!
- azon szavakból áll, melynek 3. betűje 0!
- azon szavakból áll, melyek 5-tel osztható 1-est tartalmaznak!

4. Adjuk meg az alábbi {0, 1} ábécé feletti nyelveket halmazok uniója, konkatenációja és tranzitív lezártja („*”) segítségével

a. $\{w \mid w$ begins with a 1 and ends with a 0$\}$

b. $\{w \mid w$ contains at least three 1s$\}$

c. $\{w \mid w$ contains the substring 0101 (i.e., $w = x0101y$ for some x and y)$\}$

d. $\{w \mid w$ has length at least 3 and its third symbol is a 0$\}$

e. $\{w \mid w$ starts with 0 and has odd length, or starts with 1 and has even length$\}$

g. $\{w \mid$ the length of w is at most 5$\}$

i. $\{w \mid$ every odd position of w is a 1$\}$

1.32. For a finite language L, let $|L|$ denote the number of elements of L. For example, $|\{\Lambda, a, ababb\}| = 3$. This notation has nothing to do with the length $|x|$ of a string x. The statement $|L_1L_2| = |L_1||L_2|$ says that the number of strings in the concatenation L_1L_2 is the same as the product of the two numbers $|L_1|$ and $|L_2|$. Is this always true? If so, give reasons, and if not, find two finite languages $L_1, L_2 \subseteq \{a, b\}^*$ such that $|L_1L_2| \neq |L_1||L_2|$.

1.36. a. Consider the language L of all strings of a's and b's that do not end with b and do not contain the substring bb. Find a finite language S such that $L = S^*$.

b. Show that there is no language S such that S^* is the language of all strings of a's and b's that do not contain the substring bb.