

# Az informatika számítástudományi alapjai

## **7. feladatsor**

5. Each of the following grammars, though not regular, generates a regular language. In each case, find a regular grammar generating the language.

a.  $S \rightarrow SSS \mid a \mid ab$

b.  $S \rightarrow AabB \quad A \rightarrow aA \mid bA \mid \Lambda \quad B \rightarrow Bab \mid Bb \mid ab \mid b$

c.  $S \rightarrow AAS \mid ab \mid aab \quad A \rightarrow ab \mid ba \mid \Lambda$

6. In each case below, show that the grammar is ambiguous, and find an equivalent unambiguous grammar.

a.  $S \rightarrow SS \mid a \mid b$

b.  $S \rightarrow ABA \quad A \rightarrow aA \mid \Lambda \quad B \rightarrow bB \mid \Lambda$

c.  $S \rightarrow aSb \mid aaSb \mid \Lambda$

d.  $S \rightarrow aSb \mid abS \mid \Lambda$

- Törlő szabályok és láncszabályok kiküszöbölése, Chomsky normálformára alakítás
- Benne van-e adott szó a generált nyelvben?  
Cocke-Younger-Kasami algoritmus

# Grammatik „egyszerűsítő“ normálforrás

- Törle" nélkül:  $A \rightarrow \lambda$

• Minden  $G$  kénygetjű getten grammatika  
konstrukció  $G_1$  úgy, hogy  $L(G) = L(G_1) - \{\lambda\}$   
és  $G_1$  nem tartalmaz törle" nélküli getet.

• Alapötlet:

$A \rightarrow BCD$   
 $B \rightarrow \lambda$   
 $C \rightarrow \lambda$

$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow BCD \\ A \rightarrow CD \\ A \rightarrow BD \\ A \rightarrow D \end{array} \right.$

## Például

$G = (\{S, T, U, V, W\}, \{a, b, c\}, S, P)$

P szabályai:

$$S \rightarrow TU \mid V$$

$$T \rightarrow aTb \mid \Lambda$$

$$U \rightarrow cU \mid \Lambda$$

$$V \rightarrow aVc \mid W$$

$$W \rightarrow bW \mid \Lambda$$

1. Gyűjtjük össze a "lehető" nem terminálizálókat
2. A fenti szabályok segítségével megvizsgáljuk, hogy a "lehető" nem terminálizáló "minden lehetséges" elhagyás után a jelek katalógusát





# A simple grammar

$$S \rightarrow TU \mid T \mid U \mid V \quad T \rightarrow aTb \mid ab \quad U \rightarrow cU \mid c$$

$$V \rightarrow aVc \mid ac \mid W \quad W \rightarrow bW \mid b$$

- Prüft die Sprache an jeder nichtterminier-  
lichen Stelle, bis mal ein Symbol abgelesen  
werden kann
- Hat  $X$  die Wahlmöglichkeit, abgelesen zu werden,  
oder nicht  $X \rightarrow \alpha$  (um lauter zu sein)  
sollen wir es ablesen:  
 $X \rightarrow \alpha$

A példára folytatás:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TU \mid T \mid U \mid V & T &\rightarrow aTb \mid ab & U &\rightarrow cU \mid c \\ V &\rightarrow aVc \mid ac \mid W & W &\rightarrow bW \mid b \end{aligned}$$

Az új szabályok:

$$S \rightarrow aTb \mid ab \mid cU \mid c \mid aVc \mid ac \mid bW \mid b \qquad V \rightarrow bW \mid b$$

Azaz:

$$S \rightarrow TU \mid aTb \mid ab \mid cU \mid c \mid aVc \mid ac \mid bW \mid b$$

$$T \rightarrow aTb \mid ab$$

$$U \rightarrow cU \mid c$$

$$V \rightarrow aVc \mid ac \mid bW \mid b$$

$$W \rightarrow bW \mid b$$



1. Küszöböljük ki az alábbi szabályhalmazokból a
- i. törlő szabályokat és a
  - ii. láncszabályokat.

a.  $S \rightarrow ABA \quad A \rightarrow aA \mid \Lambda \quad B \rightarrow bB \mid \Lambda$

b.  $S \rightarrow A \mid B \mid C \quad A \rightarrow aAa \mid B \quad B \rightarrow bB \mid bb$   
 $C \rightarrow aCaa \mid D \quad D \rightarrow baD \mid abD \mid aa$

c.  $S \rightarrow AaA \mid CA \mid BaB \quad A \rightarrow aaBa \mid CDA \mid aa \mid DC$   
 $B \rightarrow bB \mid bAB \mid bb \mid aS \quad C \rightarrow Ca \mid bC \mid D \quad D \rightarrow bD \mid \Lambda$

(Szokás szerint a nagybetűk nemterminálisok, a kisbetűk terminálisok.)

## Chomsky's normal form

- Every grammar can be converted to Chomsky normal form -  
which means that ~~every~~ each

$$A \rightarrow BC \text{ or } A \rightarrow a$$

$$a \in \Sigma \\ A, B, C \in N$$

and is called normal form.

- Given a grammar  $G$  we can obtain  $G_1$  Chomsky normal form, such that  $L(G_1) = L(G) - \{\lambda\}$ .
- Algorithm:  
$$A \rightarrow BCDE \} \iff \begin{cases} A \rightarrow BX \\ X \rightarrow CY \\ Y \rightarrow DE \end{cases}$$

A pilda fastaisa

$$S \rightarrow TU \mid aTb \mid ab \mid cU \mid c \mid aVc \mid ac \mid bW \mid b$$

$$T \rightarrow aTb \mid ab$$

$$U \rightarrow cU \mid c$$

$$V \rightarrow aVc \mid ac \mid bW \mid b$$

$$W \rightarrow bW \mid b$$

Azaz:

$$S \rightarrow TU \mid X_aTX_b \mid X_aX_b \mid X_cU \mid c \mid X_aVX_c \mid X_aX_c \mid X_bW \mid b$$

$$T \rightarrow X_aTX_b \mid X_aX_b$$

$$U \rightarrow X_cU \mid c$$

$$V \rightarrow X_aVX_c \mid X_aX_c \mid X_bW \mid b$$

$$W \rightarrow X_bW \mid b$$

Illetve  $X_a \rightarrow a$ ,  $X_b \rightarrow b$ ,  $X_c \rightarrow c$

$$S \rightarrow TU \mid X_a T X_b \mid X_a X_b \mid X_c U \mid c \mid X_a V X_c \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$T \rightarrow X_a T X_b \mid X_a X_b$$

$$U \rightarrow X_c U \mid c$$

$$V \rightarrow X_a V X_c \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$W \rightarrow X_b W \mid b$$

Az eredmény:

$$S \rightarrow TU \mid X_a Y_1 \mid X_a X_b \mid X_c U \mid c \mid X_a Y_2 \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$Y_1 \rightarrow T X_b$$

$$Y_2 \rightarrow V X_c$$

$$T \rightarrow X_a Y_3 \mid X_a X_b$$

$$Y_3 \rightarrow T X_b$$

$$U \rightarrow X_c U \mid c$$

$$V \rightarrow X_a Y_4 \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$Y_4 \rightarrow V X_c$$

$$W \rightarrow X_b W \mid b$$

illetve  $X_a \rightarrow a, X_b \rightarrow b, X_c \rightarrow c$

2. Alakítsuk Chomsky normálformára az alábbi (csupán szabályaival adott) grammatikát.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AaA \mid CA \mid BaB & A &\rightarrow aaBa \mid CDA \mid aa \mid DC \\ B &\rightarrow bB \mid bAB \mid bb \mid aS & C &\rightarrow Ca \mid bC \mid D & D &\rightarrow bD \mid \Lambda \end{aligned}$$

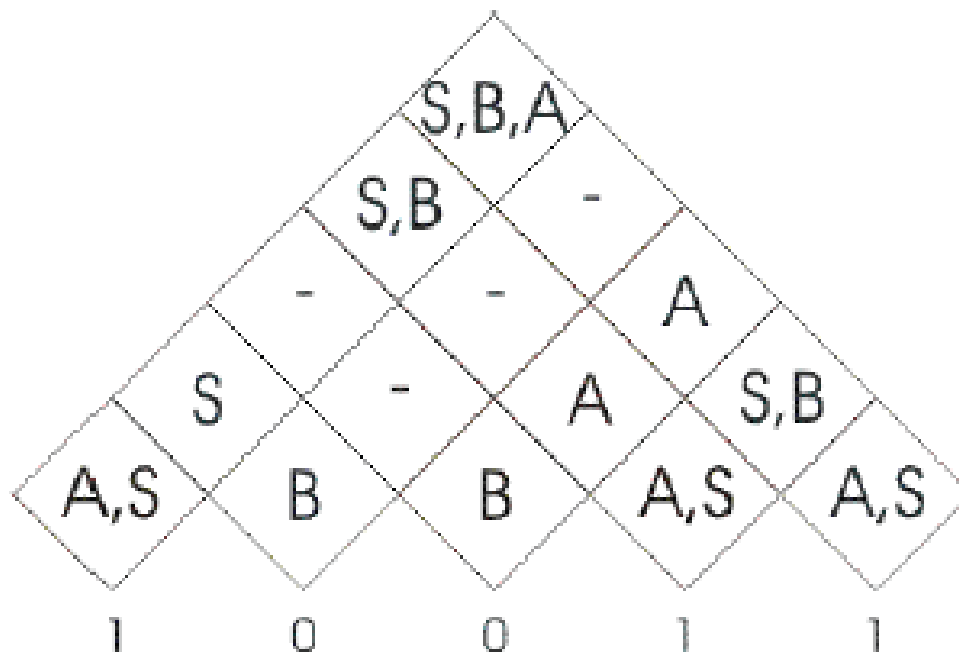
# Mire jó a Chomsky normálforma: Cocke-Younger-Kasami algoritmus

Tekintsük a következő grammatikát!

$G = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, S, H)$ , ahol  $H$  szabályai:

$\{S \rightarrow SA, S \rightarrow AB, A \rightarrow BS, B \rightarrow SA, A \rightarrow 1, S \rightarrow 1, B \rightarrow 0\}$

Bizonyítsuk be, hogy az 10011 szó benne van a grammatika által generált nyelvben,



(magyarázat a táblán)



3. Tekintsük a  $G=(\{S,A,B,X,Y,Z\},\{a,b\},S,H)$  grammatikát, ahol  $H$  szabályai:  
 $\{S \rightarrow AY, Y \rightarrow XB, X \rightarrow BA, X \rightarrow ZA, Z \rightarrow BX,$   
 $A \rightarrow a, B \rightarrow b\}!$   
Benne van-e a  $G$  nyelvtan által generált nyelvben az *abbaab* szó?

Használjuk a Cocke-Younger-Kasami algoritmust.