

## Day 6 : ハイブリッド並列

### ハイブリッド並列とは

これまで、並列化の手段として MPI を使った「プロセス並列」を行ってきた。最初に述べたように、並列化には他にも「スレッド並列」という手段がある。プロセス並列が分散メモリ型、スレッド並列が共有メモリ型であり、スレッド並列だけではノードをまたぐことができないので、普通「スパコンを使う」というとプロセス並列が必須になる。さて、MPI を使ったプロセス並列「だけ」による並列化を「flat-MPI」と呼ぶ。一方、プロセス並列とスレッド並列を併用する並列化を「ハイブリッド並列」と呼ぶ。当然のことながら、ハイブリッド並列は、プロセス並列単体、スレッド並列単体よりも面倒になるので、できることならやりたくない。しかし、アプリケーションやサイズによっては、ハイブリッド並列を選択せざるを得ない場合もあるだろう。ここでは、スレッド並列を行うときの注意点や、ハイブリッド並列の実例について見てみよう。

### 仮想メモリと TLB

さて、プロセス並列ではあまり気にしなくてよかったが、スレッド並列を行う時には気にしなければいけないものとして「NUMA」というものがある。「NUMA」を気にするためには、仮想メモリについて知らないといけない。というわけで、仮想メモリについて見てみよう。

OS は実に様々なことをやっているが、特に重要な仕事に「メモリ管理」がある。物理的には「メモリ」はマザーボードに刺さった DRAM を指すが、OS の管理下で動くプロセスから見える「メモリ」は、それを仮想化したものである。プロセスにとっては連続に見えるメモリも、実は DRAM 上にバラバラに割り付けられているかもしれない。OS は、「プロセスから見えるアドレス」と「物理的に DRAM に割り当てられたアドレス」をうまく変換して、プロセスが物理メモリを意識しないで済むようにしている。このような仕組みを「仮想メモリ (virtual memory)」と呼ぶ。仮想メモリを扱う利点としては、

- OS がメモリを管理してくれるので複数のプロセスがお互いのメモリを気にしなくて良くなる (セキュリティ上も好ましい)
- 物理的には不連続であっても、プロセスから見ると連続アドレスに見えるようにできる
- メモリが足りない時にハードディスクなどにスワップすることで、物理メモリより大きな論理メモリ空間がとれる

などが挙げられる。なお、Windows では「ハードディスクにスワップする領域の上限」のことを「仮想メモリ」と呼んでいるようなので注意。

実際に、プロセスごとに固有の仮想メモリが与えられているのを見てみよう。こんなコードを書いてみる。

vmem.cpp

```
#include <cstdio>
#include <mpi.h>

int rank;

int main(int argc, char **argv) {
    MPI_Init(&argc, &argv);
    MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
    printf("rank = %d, address = %x\n", rank, &rank);
}
```

```
MPI_Finalize();  
}
```

これは、`int` 型の変数 `rank` の値とアドレスを表示するコードである。関数の中に入れるとスタック内のアドレスになってしまうので (まあそれでもいいんだけど)、グローバル変数として宣言してある。これを **Linux** で実行するとこんな感じになる。

```
$ mpic++ vmem.cpp  
$ mpirun -np 4 ./a.out  
rank = 0, address = 611e64  
rank = 1, address = 611e64  
rank = 3, address = 611e64  
rank = 2, address = 611e64
```

すべて同じアドレスであるにもかかわらず、値が異なるのがわかるだろう。これは、4 プロセス立ち上がったそれぞれから「見える」アドレス空間が、物理的には異なるアドレスに割り当てられているからである。

なお、上記のコードを Mac で実行するとこうなる。

```
$ mpirun -np 4 --oversubscribe ./a.out  
rank = 1, address = cae26d8  
rank = 2, address = fe426d8  
rank = 3, address = ff4c6d8  
rank = 0, address = 40c36d8
```

論理的には同じ場所にあるはずの `rank` が、てんでバラバラのアドレスにあることがわかる。これは、Mac OSX が「アドレス空間ランダム化 (Address Space Layout Randomization, ASLR)」と呼ばれるセキュリティ技術を採用しているからである。ディストリビューションによっては Linux でもこれをやっているかもしれない。まあそれはさておき。

話の本筋からはやや外れるのだが、せっかく仮想メモリの話が出たので、合わせて TLB の話もしておこう。OS は、プロセスから見える「論理アドレス」と、実際に DRAM に割り当てる「物理アドレス」は、「ページ」と呼ばれる単位で管理している。メモリをある程度のまとまりごとにわけ、それを「ページ」と呼ぶ。論理アドレスと物理アドレスの対応は「ページテーブルエントリ (PTE)」と呼ばれ、それをまとめたデータを「ページテーブル」と呼ぶ。プロセスからメモリのアクセス要求があったら、ページテーブルを見てプロセスの論理アドレスから物理アドレスに変換してやる必要がある。ページサイズを調べるには `getconf` を使う。

```
$ getconf PAGESIZE  
4096
```

一般に、ページサイズは 4096 Byte に取ることが多い。すると、1GB のメモリは 26 万 2144 個の PTE で管理されることになる。これだけの数をキャッシュに乗せるのは不可能であるため、基本的にはページテーブルはメモリ上に置かれる。すると、メモリにアクセスする際にキャッシュミスをする、まず論理アドレスを物理アドレスに変換するためにメモリにアクセスし、物理アドレスがわかったらそのアドレスにアクセス、とメモリアクセスが二回発生してしまう。これを防ぐために、一度アクセスした PTE を記憶する、特別なキャッシュが用意されている。これが TLB (Translation Lookaside Buffer) である。これもキャッシュの一種であるため、キャッシュのように L1、L2 のような階層構造を持っている。キャッシュの大きさはバイト数で指定されるが、TLB はエントリ数で指定される。TLB の情報を見るには `x86info` が便利だ。CentOS なら、

```
sudo yum install x86info
```

で入る。他のパッケージにもだいたい入っていると思う。キャッシュの情報を見るには-c を指定する。以下は Intel Xeon Gold 6130 (Skylake) 上で実行した結果である。

```
x86info v1.31pre
```

```
Found 32 identical CPUs
```

```
Extended Family: 0 Extended Model: 5 Family: 6 Model: 85 Stepping: 4
```

```
Type: 0 (Original OEM)
```

```
CPU Model (x86info's best guess): Core i7 (Skylake-X)
```

```
Processor name string (BIOS programmed): Intel(R) Xeon(R) Gold 6130 CPU @ 2.10GHz
```

#### Cache info

```
L1 Data Cache: 32KB, 8-way associative, 64 byte line size
```

```
L1 Instruction Cache: 32KB, 8-way associative, 64 byte line size
```

```
L2 Unified Cache: 1024KB, 16-way associative, 64 byte line size
```

```
L3 Unified Cache: 22528KB, 11-way associative, 64 byte line size
```

#### TLB info

```
Instruction TLB: 2M/4M pages, fully associative, 8 entries
```

```
Instruction TLB: 4K pages, 8-way associative, 128 entries
```

```
Data TLB: 1GB pages, 4-way set associative, 4 entries
```

```
Data TLB: 4KB pages, 4-way associative, 64 entries
```

```
Shared L2 TLB: 4KB/2MB pages, 6-way associative, 1536 entries
```

```
64 byte prefetching.
```

```
Total processor threads: 32
```

```
This system has 2 eight-core processors with hyper-threading (2 threads per core) running at an esti
```

キャッシュの構造について知っている人なら、命令用 TLB とデータ用 TLB が分けられていたり、L1、L2 の区別があり、L2 は命令用とデータ用が共通になっているなど、キャッシュと同じような構造をしていることがわかるだろう。さて、一番大きな TLB でも、エントリ数は 1536 しかない。デフォルトでは 1 ページが 4KB なので、これをフルに活用しても、6MB ちょっとのメモリ空間しか管理できない。したがってそれより大きなデータを扱う場合には TLB ミスが起きることになる。しかし、先程の表示で Shared L2 TLB: 4KB/2MB pages と書いてあったように、この TLB は 2MB のページを管理することもできる。1 ページを 2MB にすれば、1536 エントリで 3GB のメモリ空間をカバーすることができる。このように、通常より大きなサイズのページを使うことをラージページ (Large Page)、もしくは ヒュージページ (Huge Page) と呼ぶ。ラージページのサイズは meminfo で確認できる。

```
$ cat /proc/meminfo |grep Hugenpagesize
```

```
Hugenpagesize:      2048 kB
```

確かに 2MB になっていることがわかる。ラージページを使うことで、TLB ミスの低減が期待できるが、メモリの最小管理サイズが大きくなるため、メモリの利用に無駄が多くなり、実質的にメモリ使用量が増える。また、ラージページはスワップアウトされないということも覚えておくとうい。仮想メモリでは、メモリが足りなくなるとページ単位でディスクにメモリを逃がすスワッピングを行うが、ラージページはスワップされない。もしラージページをスワップアウト (ディスクへの書き出し) した場合、あとで必要になってスワップイン (メモリへの読み戻し) する時に、ラージページのサイズだけ連続した物理メモリを用意してやる必要があるが、断片化などによりそれが保証できないためである。

## Small ページのページウォーク

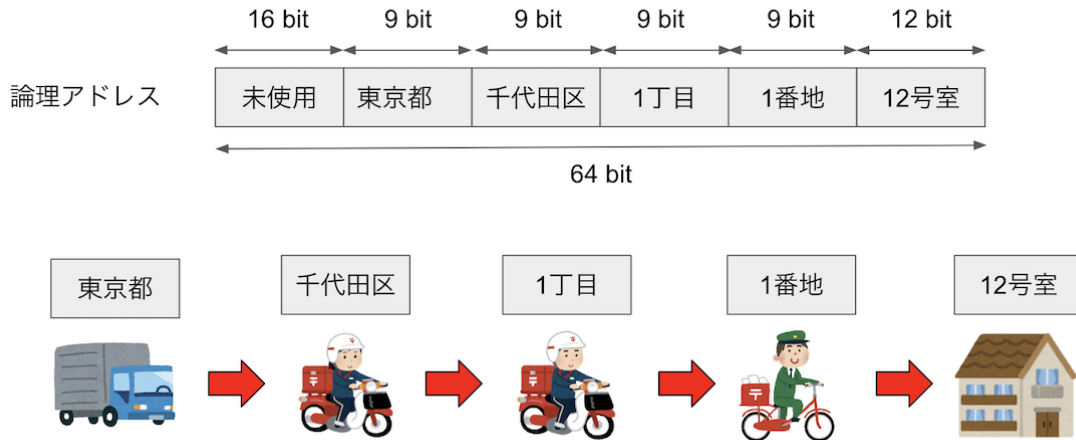


図 1: fig/smallpage.png

### 余談：TLB ミスについて

TLB もキャッシュの一種であるから、通常のキャッシュと同様にキャッシュミスを起こす。最近ではメモリ空間が大きくなったため、ページテーブルは多段階で管理されている。現在の一般的なマシンは 64 bit なので、理論的には 16 エクサバイトのメモリ空間を表現できる（正確には EiB、つまりエクスピバイトだがそれはさておく）。しかし、現実にはそんなに大きなメモリ空間は（まだ）実現できないため、48 bit で 256 テラバイトを表現する。現在の x86 は、この 48 ビットの論理アドレスを 5 つの部分にわけると、最後の 12 ビットが、ページ内のどの場所にあるかを表すオフセットである。12 ビット、すなわち 4096 バイトがページサイズとなる。その上位の 9 ビットを 4 セットが、ページの「住所」を表す。例えばそれぞれ「東京都」「千代田区」「1丁目」「1番地」といった具合である。イメージとしては、最初の 4 つで建物を指定し、最後のオフセットが部屋番号だと思えば良い。いま、「住所（論理アドレス）」が与えられた時、その住所が示す地球上での座標（物理アドレス）を探すことを考える。まず、都道府県の対応表（ページテーブル）を見て「東京」がどこにあるかを調べ、次に都内で「千代田区」がどこにあるかを調べ…と、4 段階の検索を行って、ようやく論理アドレスと物理アドレスが対応付けられる。こうして、ページテーブルをたどって行って物理アドレスを解決することをページウォークと呼ぶ。また、ラージページを扱う場合には、最後の 9 ビットもオフセットとして用いる。するとページサイズを表すビット数が  $12+9=21$  ビットとなり、ページサイズが  $2^{21}=2097152$ 、つまり 2MiB となることがわかる。住所の階層を一段階「粗く」して、その分最後の家を超高層ビルにしたようなイメージである。

いずれにせよ、ページウォークは時間がかかる作業であるため、一度調べたページテーブルエントリをキャッシュしたくなる。これが TLB であった。CPU はキャッシュと同様にハードウェアとして TLB を持っている。一般に TLB ミスはページウォークを伴うためにコストが高い。しかし、TLB ミスが頻繁に起きるということは、TLB エントリ数に比べてずっと多い数のページをプログラムが触っている、ということである。これは使用メモリの局所性が低いことを意味するから、一緒にキャッシュミスも起きている可能性が高い。頻繁にキャッシュミスを起こしていれば性能は全くでないため、通常はそっちの方が問題になることが多く、それを解決すれば TLB ミスも一緒に減ることが多い（気がする）。しかし、現実にはキャッシュはあまり問題を起こしていないのに、TLB ミスが深刻な影響を与えることがたまにある。

かなりアドバンストな話題となるが、キャッシュは、ハッシュのような仕組みでデータを保存している。大雑把に言えば論理アドレスからハッシュ値を作り、そのハッシュ値によってキャッシュのどこにそのメモリ

## Large (Huge) ページのページウォーク

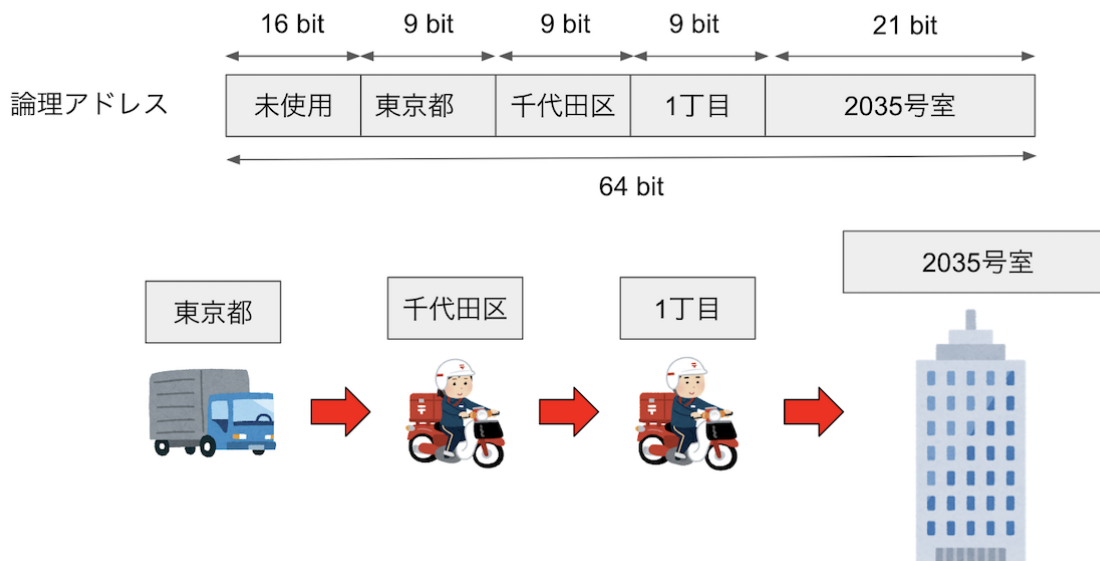


図 2: fig/largepage.png

を置くかを決める。したがって、メモリの別々の場所にあるにもかかわらず、ハッシュ値がぶつかるためにキャッシュ上の場所が同じになってしまうことがある。そして、運悪くそのデータを交互にアクセスするようなプログラムになっていると、キャッシュのサイズには余裕があるにもかかわらず、同じデータをキャッシュインしてはキャッシュアウトすることを繰り返し、性能が極端に劣化してしまう。これをキャッシュスラッシングと呼ぶ。多次元配列なんかを扱っていて、その次元を変えたとき、あるサイズだけ極端に性能が劣化したりした場合は、このキャッシュスラッシングが起きている可能性が高い。

さて、TLB もキャッシュであるから、全く同様な原理でスラッシングが起きる。これを TLB スラッシングと呼ぶ。個人的な経験だが、とあるサイトで自分のコードが flat-MPI では全く問題なく高並列で性能がでるのに、ハイブリッドにすると全く等価な計算をしているにもかかわらず高並列実行時に性能ブレが発生し、結果としてかなり性能が劣化してしまう、ということが起きた。その原因究明のために不要なルーチンを削って「犯人探し」をしていると、最終的に全く呼ばれていない関数を含むオブジェクトファイルをリンクすると性能が劣化、リンクしないと劣化しないという状況になった。繰り返すが、「使っていない関数を含むオブジェクトファイルをリンクするかどうか」で、性能が 20% 近くもぶれてしまうのである。flat-MPI の場合にはこれは起きず、ハイブリッド並列の時だけ起きた。結局、これは TLB スラッシングが起きていたためとわかり、ページサイズを変えることで性能劣化が抑えられたのだが、今でも「なぜハイブリッドだと TLB スラッシングが起きたのか」はよくわかってない。あの GotoBLAS で有名な後藤さんも、いくつかの論文で行列積における TLB の影響が大きいことを指摘している。

- On Reducing TLB Misses in Matrix Multiplication (2002) by Kazushige Goto and Robert van de Geijn
- Anatomy of high-performance matrix multiplication

他にもハイブリッド実行時に性能ブレが発生し、結果として並列性能が劣化するのだが、その原因として TLB ミスが疑わしい場合が結構あるらしい。そのあたり、TLB の扱いをハードウェアでどう扱っているか、またマルチスレッドのとき、マルチプロセスのときにどうしてるかなど、実装に強く依存しているっぽいので、「どうなってるかよくわからない」というのが筆者の正直な気持ちである。



なお、余談の余談となるが、論理アドレスは8バイトアラインされているため、アドレスを2進数表記すると下位3ビットは必ず0となる。glibcのmallocは、これを利用してメモリ(チャンク)の状態を記録する。詳細はkosakiさんによるmalloc動画、もしくはmallocの旅(glibc)編を参照してほしい。

## NUMA

さて、計算ノードは「メモリ」と「CPU」でできているのだが、最近はCPUもマルチコアになったり、マルチソケットになったりして、ノード内はかなり複雑になっている。

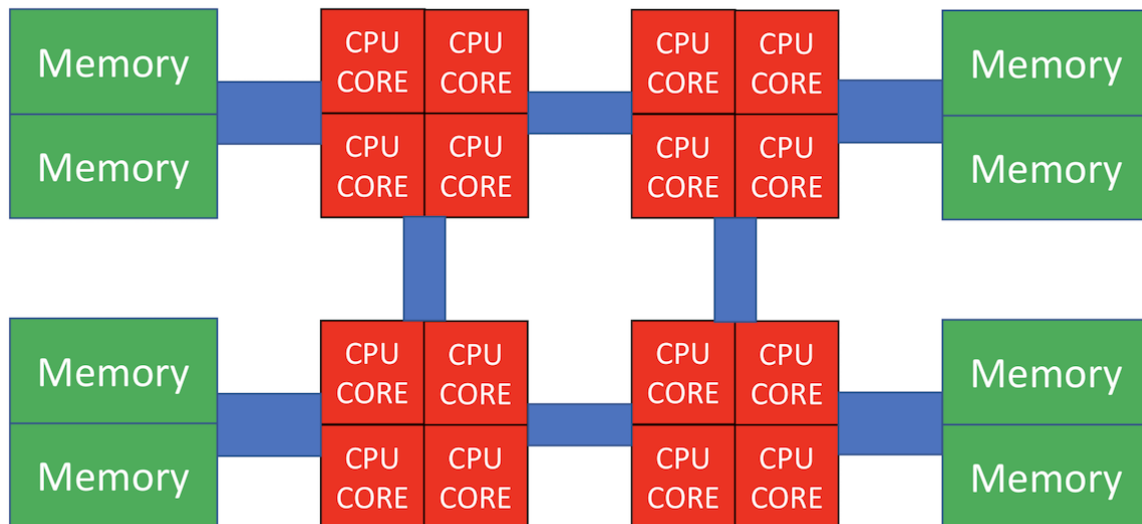


図 3: fig/numa.png

上図では、CPUが4つ搭載されており、それぞれにメモリがつながっている。CPU同士もバスで接続されており、例えば左下のCPUから右上のメモリにアクセスすることも可能であるが、自分の近くに接続されているメモリにアクセスするよりは時間がかかってしまう。このように、CPUから見て「近いメモリ」「遠いメモリ」が存在する構成のことを「非対称メモリアクセス (Non-uniform Memory Access, NUMA)」と呼ぶ。「NUMA」をなんと呼ぶのが一般的なのかよく知らないのだが、筆者は「ぬ〜ま」と呼んでいる。他にも「ぬま」や「にゅーま」と発音している人もいる。なぜNUMAが必要となるかはここでは深入りしないので、気になる人は各自調べて欲しい。

さて、論理メモリは、宣言しただけではまだ物理メモリは割り当てられない。例えば、以下のような配列宣言があったとする。

```
double a[4096];
```

倍精度実数は一つ8バイトであるため、ページサイズが4096バイトならば、この配列全体で8枚のページを割り当てる必要がある。しかし、宣言した瞬間には物理メモリは割り当てられない。物理メモリが割り当てられるのは、この配列に始めてアクセスした時である。はじめて配列に触ったとき、対応するページを物理メモリに割り当てるのだが、その物理メモリは「触ったスレッドが走っていたコアに一番近いメモリ」が選ばれる。これを「ファーストタッチの原則」と呼ぶ。一度物理メモリが割り当てられたら、開放されるまでずっとそのままである。したがって、そこから遠いコアで走るスレッドが触りにいったら時間がかかることになる。

flat-MPIをやっている場合は、各プロセスごとに独立な論理メモリを持っているため、原則として、あるプロセス(のメインスレッド)が触ったページを、他のスレッドが触りにくる可能性はない(ここではプロ

セスマイグレーションなどは考えていない)。しかし、スレッド並列をしている場合には「最初に触ったスレッドと、計算をするスレッドが異なる可能性」がある。

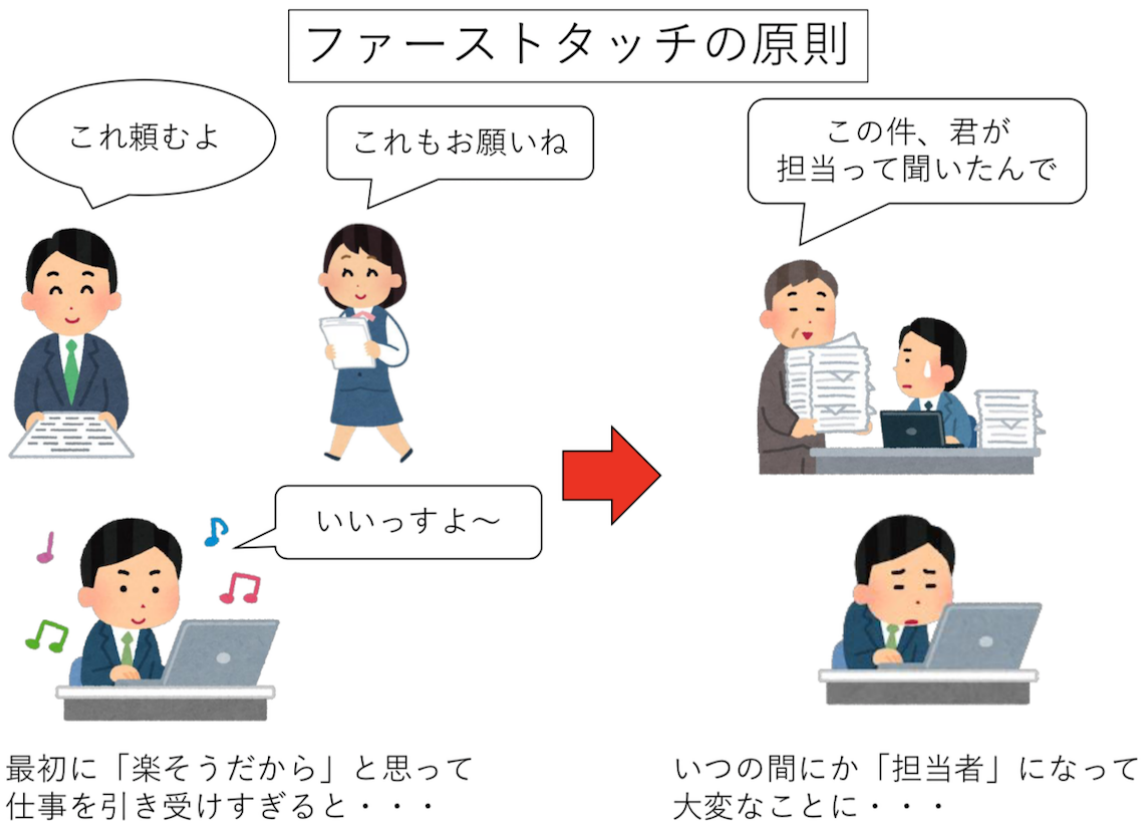


図 4: fig/firsttouch.png

これが問題となるのは「初期化処理は軽いから」と、大きな配列の初期化をメインスレッドでやって、全てのページがメインスレッドの近くに割り当てられてしまい、いざ重い処理をしようとしたらすべてのスレッドから「メインスレッドが走る CPU」にデータの要求が来て遅くなる、というパターンである。これを防ぐには、予め「あとで処理をするスレッド」が「始めてそのページを触るように」してやらないといけない。

## OpenMP の例

さて、いよいよ OpenMP によるスレッド並列を行うが、その前にシリアルコードのプロファイルを取ろう。プロファイルとは、実行コードの性能分析のことで、最も簡単には関数ごとにどこがどれだけ時間を使っているか調べる。性能分析には `perf` を使うのが良い。残念ながら Mac には `perf` 相当のツールがなく、同様な目的に使われる `gprof` も正常に動作しないため、以下では `perf` が使える Linux を想定する。実行環境は以下の通り。

- Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2680 v3 @ 2.50GHz 12 コア x 2 ソケット

まず、シリアルコードとして Day 4 で使った Gray Scott モデルの計算を使おう。純粋に計算のみをカウントするため、途中のファイル出力を削除し、また実行時間を測定するようにしたのが `gs.cpp` である。ただし、デバッグのために最終結果だけファイルに出力している。コンパイルして `perf` でプロファイルをとってみよう。まず、`perf record` で記録を取る。

```
$ g++ -O3 -mavx2 -std=c++11 -fopenmp gs.cpp -o gs.out
```

```
$ perf record ./gs.out
```

```
2527 [ms]
```

```
conf000.dat
```

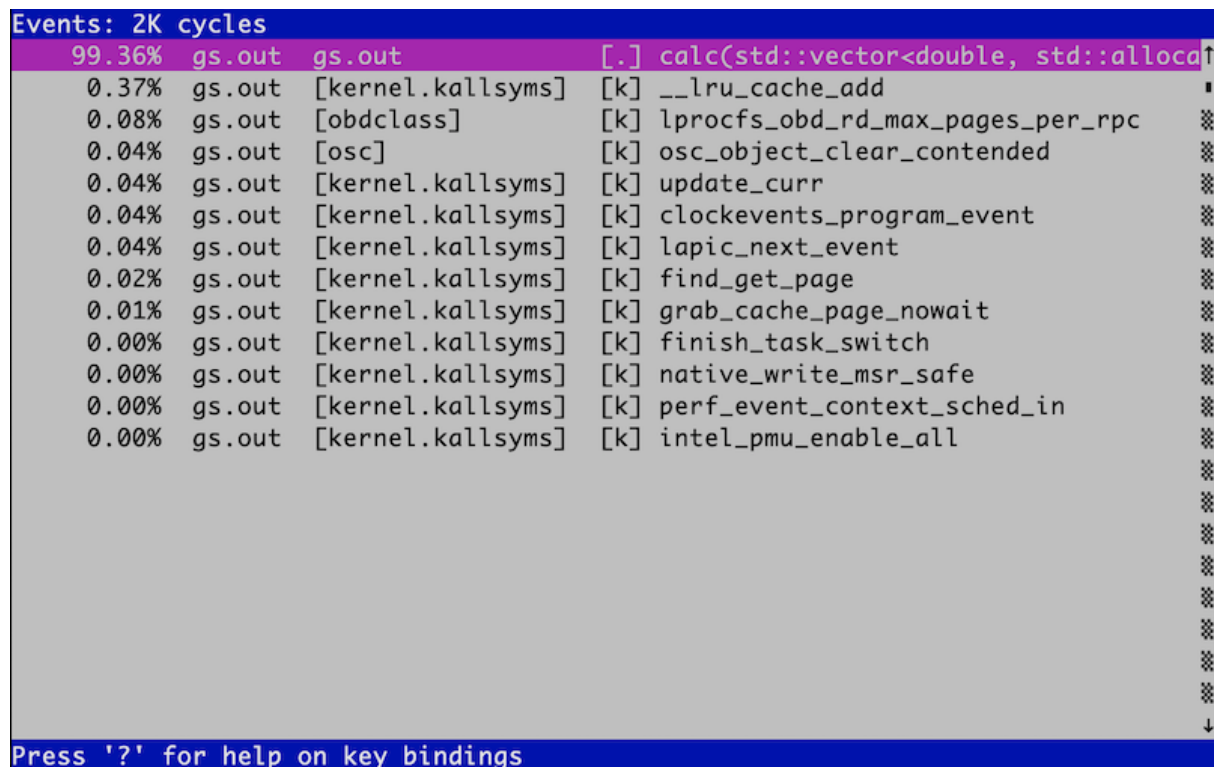
```
[ perf record: Woken up 1 times to write data ]
```

```
[ perf record: Captured and wrote 0.113 MB perf.data (~4953 samples) ]
```

実行時間が 2527 ms で、conf000.dat を出力したことがわかる。後のためにこれを conf000.org か何かにリネームしておこう。perf によって記録されたプロファイルデータは、perf.data として保存されている。これは perf report で中身を見ることができる。

```
perf report
```

環境によるが、こんな画面が出てくる。



Events: 2K cycles			
99.36%	gs.out	gs.out	[.] calc(std::vector<double, std::allocator<double>>)
0.37%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] __lru_cache_add
0.08%	gs.out	[obdclass]	[k] lprocfs_obd_rd_max_pages_per_rpc
0.04%	gs.out	[osc]	[k] osc_object_clear_contended
0.04%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] update_curr
0.04%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] clockevents_program_event
0.04%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] lapic_next_event
0.02%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] find_get_page
0.01%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] grab_cache_page_nowait
0.00%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] finish_task_switch
0.00%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] native_write_msr_safe
0.00%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] perf_event_context_sched_in
0.00%	gs.out	[kernel.kallsyms]	[k] intel_pmu_enable_all

Press '?' for help on key bindings

図 5: perf.png

いろいろ出てきているが、とりあえずメインの計算ルーチン calc が計算時間の 99.36% を占めるのを確認すれば良い。このように一番「重い」関数のことを ホットスポット (hotspot) と呼ぶ。ホットスポットが 90% 以上を占めるような計算コードはチューニングがやりやすい。

さて、一番重い関数はこんな感じになっている。

```
void calc(vd &u, vd &v, vd &u2, vd &v2) {  
    // 外側ループ  
    for (int iy = 1; iy < L - 1; iy++) {  
        // 内側ループ  
        for (int ix = 1; ix < L - 1; ix++) {  
            double du = 0;  
            double dv = 0;  
            const int i = ix + iy * L;
```



```

        du = Du * laplacian(ix, iy, u);
        dv = Dv * laplacian(ix, iy, v);
        du += calcU(u[i], v[i]);
        dv += calcV(u[i], v[i]);
        u2[i] = u[i] + du * dt;
        v2[i] = v[i] + dv * dt;
    }
}
}

```

二重ループになっている。OpenMP は、並列実行したいループの直前にディレクティブを入れて、「このループを並列化してください」と指示することで並列化する。スレッド並列する時には、ループインデックス間に依存性がないか確認しなければならないのだが、今回はたまたまループインデックス間に全く依存関係がないので、好きなように並列化してよい (たまたまというか、そうなるように題材を選んだわけだが)。

まずは内側のループにディレクティブを入れてみよう。`#pragma omp parallel for` というディレクティブを対象ループの直前に入れるだけでよい。

gs\_omp1.cpp

```

void calc(vd &u, vd &v, vd &u2, vd &v2) {
    for (int iy = 1; iy < L - 1; iy++) {
#pragma omp parallel for
        for (int ix = 1; ix < L - 1; ix++) {
            double du = 0;
            double dv = 0;
            const int i = ix + iy * L;
            du = Du * laplacian(ix, iy, u);
            dv = Dv * laplacian(ix, iy, v);
            du += calcU(u[i], v[i]);
            dv += calcV(u[i], v[i]);
            u2[i] = u[i] + du * dt;
            v2[i] = v[i] + dv * dt;
        }
    }
}
}

```

実行してみよう。スレッド数は環境変数 `OMP_NUM_THREADS` で指定する。12 コア 2 ソケットマシンなので、全体で 24 コアあるから、24 スレッドで走らせてみよう。ついでに `time` コマンドをかまして CPU がどれだけ使われているかも見てみる。

```

$ time OMP_NUM_THREADS=24 ./gs_omp1.out
24 threads 24078 [ms]
conf000.dat

```

```

OMP_NUM_THREADS=24 ./gs_omp1.out 573.12s user 1.72s system 2384% cpu 24.103 total

```

2384%、つまり 24 コア使われているのは間違いなさそうだが、シリアルコードで 2527ms だったのが、24078ms、つまり並列化により 10 倍遅くなったことになる。ついでに結果が正しいことも確認しておこう (基本！)。

```
diff conf000.org conf000.dat
```

問題なさそうですね。

次に、外側を並列化してみよう。

gs\_omp2.cpp

```
void calc(vd &u, vd &v, vd &u2, vd &v2) {
#pragma omp parallel for
    for (int iy = 1; iy < L - 1; iy++) {
        for (int ix = 1; ix < L - 1; ix++) {
            double du = 0;
            double dv = 0;
            const int i = ix + iy * L;
            du = Du * laplacian(ix, iy, u);
            dv = Dv * laplacian(ix, iy, v);
            du += calcU(u[i], v[i]);
            dv += calcV(u[i], v[i]);
            u2[i] = u[i] + du * dt;
            v2[i] = v[i] + dv * dt;
        }
    }
}
```

同じような計算をしてみよう。

```
$ time OMP_NUM_THREADS=24 ./gs_omp2.out
24 threads 411 [ms]
conf000.dat
OMP_NUM_THREADS=24 ./gs_omp2.out  9.16s user 0.02s system 2194% cpu 0.418 total
```

```
$ diff conf000.org conf000.dat
```

今度は早くなった。結果も正しいようだ。しかし、24 コアを使っているのに、実行速度が6.4 倍にしかなくていない。並列化効率にして 27%程度である。ちなみに、12 スレッド実行にしても、実行時間がたいして変わらない。

```
$ time OMP_NUM_THREADS=12 ./gs_omp2.out
12 threads 410 [ms]
conf000.dat
OMP_NUM_THREADS=12 ./gs_omp2.out  4.91s user 0.01s system 1185% cpu 0.415 total
```

並列数が半分になって、実行時間がたいしてかわらないので、並列化効率も 51%にまで改善した。このように、

- 二重ループの内側と外側、どちらを並列化するかで性能が全く変わる。むしろ並列化により遅くなる場合もある。
- スレッドを増やせば増やすほど性能が良くなるわけではない。あるところからスレッドを増やすとむしろ性能が劣化する場合もある。

ということがわかる。

さて、なんで並列化して遅くなったのか見てみよう。まずは内側にディレクティブを入れた場合のコードを、1 スレッド実行した場合のプロファイルである。見やすくするために、`perf report` の結果を `cat` にパイプしよう。`perf report` はデフォルトで結果を TUI インタフェースにより表示する (`--tui`) が、パイプをつないだ場合には標準出力に結果を流す (`--stdio`)。 `--sort` は、ソートするキーを指定する。デフォルトでは関数ごとに表示されるが、`dso` を指定すると、シェアードライブラリごとにまとめてくれる。

```
$ OMP_NUM_THREADS=1 perf record ./gs_omp1.out
1 threads 3690 [ms]
conf000.dat
[ perf record: Woken up 1 times to write data ]
[ perf record: Captured and wrote 0.157 MB perf.data (~6859 samples) ]
```

```
$ perf report --sort dso | cat
(snip)
```

```
# Overhead      Shared Object
# .....
#
68.91%  gs_omp1.out
22.04%  [kernel.kallsyms]
6.51%   libgomp.so.1.0.0
2.52%   libc-2.11.3.so
0.03%   [obdclass]
```

「Overhead」が、全体の時間に占める割合だが、自分のプログラムである `gs_omp1.out` が 68% しか占めていないことがわかる。 `libgomp.so.1.0.0` は OpenMP の実装である。同じことをスレッド並列していないコード `gs.out` でやるとこうなる。

```
$ perf record ./gs.out
2422 [ms]
conf000.dat
[ perf record: Woken up 1 times to write data ]
[ perf record: Captured and wrote 0.109 MB perf.data (~4758 samples) ]
```

```
$ perf report --sort dso | cat
```

```
# Overhead      Shared Object
# .....
#
99.77%  gs.out
0.21%   [kernel.kallsyms]
0.02%   [obdclass]
```

つまり、ここで増えた `kernel.kallsyms` とか `libgomp.so.1.0.0` が、スレッド並列化によるオーバーヘッドであることがわかる。実際、3690 ms の 68.91% は 2542ms であり、シリアルコードの実行時間とほぼ同じであることがわかる。

同様なことを外側にディレクティブを入れた場合でやってみると、変なオーバーヘッドがないことがわかる。

```
$ OMP_NUM_THREADS=1 perf record ./gs_omp2.out
2342 [ms]
conf000.dat
```

```
[ perf record: Woken up 1 times to write data ]
[ perf record: Captured and wrote 0.106 MB perf.data (~4615 samples) ]
```

```
$ perf report --sort dso | cat
```

```
(snip)
```

```
# Overhead      Shared Object
```

```
# .....
```

```
#
```

```
99.21%  gs_omp2.out
0.39%   [kernel.kallsyms]
0.30%   libgomp.so.1.0.0
0.13%   libc-2.11.3.so
```

内側と外側、それぞれにディレクティブを入れた場合について、スレッド数を増やして行った場合、計算にかかったコストと、それ以外のオーバーヘッドをグラフにした。

内側に入れた場合。

## 内側をスレッド並列化

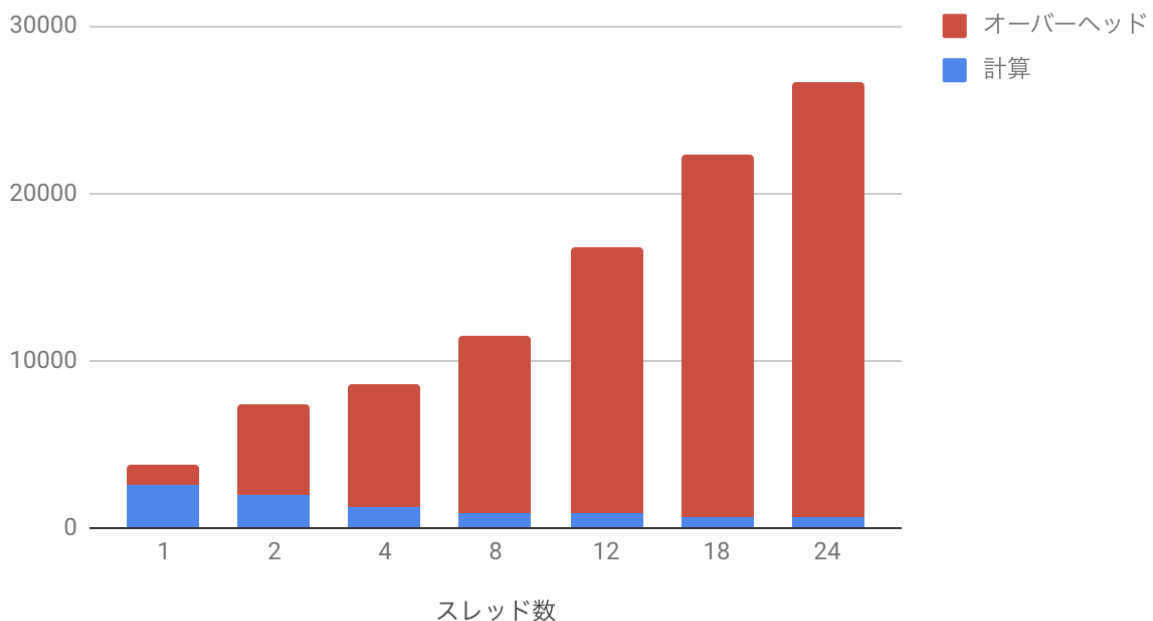


図 6: fig/inner.png

青が実際に計算しているところで、赤がオーバーヘッドである。計算時間は順調に減っているのだが、実行時間のほとんどをオーバーヘッドが占めるという、かなり悲惨なことになっている。

次に、外側にディレクティブを入れた場合。

先程と同様に青が実際に計算しているところで、赤がオーバーヘッドである。スレッド数を増やすほど計算時間は減るが、それに伴ってオーバーヘッドが増えてしまい、12 スレッドのところで最も性能が良くなることがわかる。ちなみに先程は 12 スレッドと 24 スレッドはほぼ同じ時間だったが、perf をとった時には 24 スレッドの方が遅くなった。もともとこれだけ計算が軽い場合のスレッド並列は実行時間がかなり揺らぐので、このくらいは誤差の範囲である。

## 外側をスレッド並列化

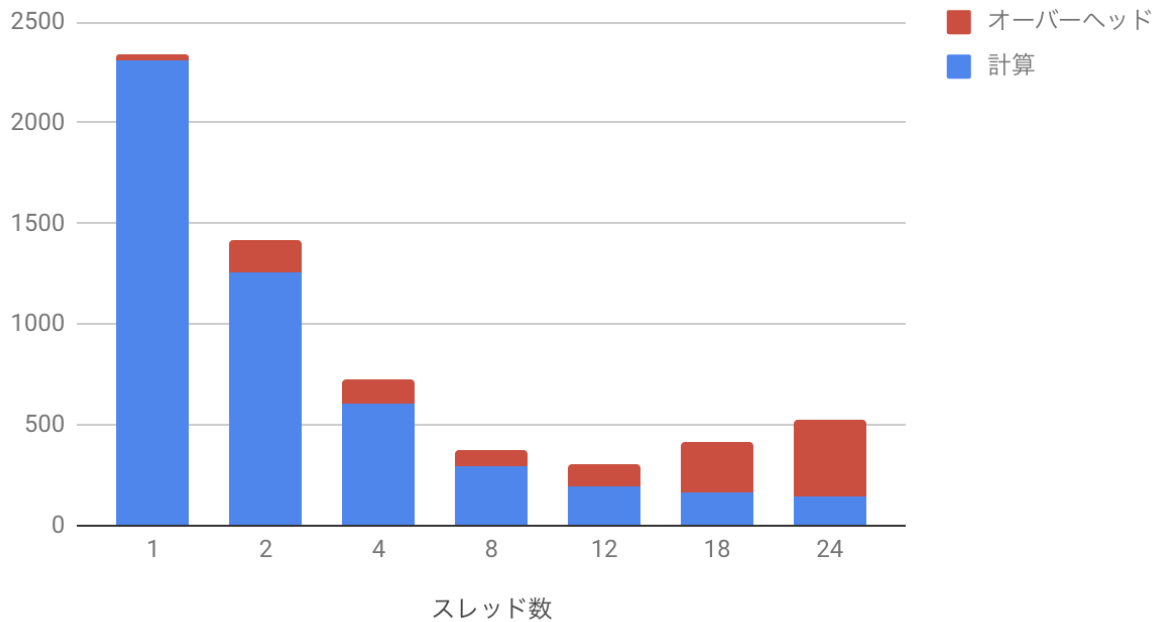


図 7: fig/outer.png

### 性能評価

さて、外側にディレクティブを入れて並列化した場合はそこそこうまくいったが、それでも 24 スレッド実行時の並列化効率は 27% と低い値であった。効率だけ見るとかなり改善の余地がありそうなので、いろいろチューニングをしたくなる。しかし、チューニングを検討する前に、そもそもこの数字が良いのか悪いのか、悪いのなら理想に比べてどれだけ悪いのか考えて見よう。

そもそも、この計算は全部で 20000 ステップの計算をしているのであった。シリアル計算が 2422 ms なので、1 ループあたり 120 ns くらいで回っていることになる。これを 24 スレッドで理想的に並列化したとすると、ループあたり 5 ns しかない。24 スレッドが同期するのに平均 5ns としても並列化効率 50% である。実際には、24 スレッド実行時に計算が平均 7ns、同期コストが 20ns 程度かかっている。12 スレッド実行の時には、9.7 ns、同期コストが 5.7ns である。計算したのは 12 コア 2 ソケットのマシンなので、CPU 内 12 コアの同期に 6ns 弱、2CPU24 コアすべてが同期するのに 20ns というのは、まあ妥当な気がする。ということは、この計算はそもそも同期コストに比べて計算が軽すぎるのが問題なのであって、今後ループ結合やループ分割といった最適化を頑張ったとしても劇的に性能が向上したりする余地はなさそうだな、ということがわかるであろう。

ちなみに、内側を並列化した場合は、さらに外側のループの回転数だけ同期コストが増える。いま  $L=128$  で、ループの回転数が  $L-2$  なので、外側を並列化する場合に比べて同期回数が 126 倍かかる。これはかなりしんどそうだな、ということが想像できる。

ん？並列化効率がものたりない？ だからそういう時はサイズを増やせ！

というわけで、サイズを一辺二倍にしてみよう。

```
$ ./gs.out
10032 [ms]
conf000.dat
```



```
$ OMP_NUM_THREADS=12 ./gs_omp2.out
12 threads 1104 [ms]
conf000.dat
```

```
$ OMP_NUM_THREADS=24 ./gs_omp2.out
24 threads 1023 [ms]
conf000.dat
```

二次元系なので、計算が単純に 4 倍重くなった。同期コストはほぼ変わらないため、相対的に並列化効率 は良くなる。この場合は、12 スレッドで並列化効率 76%、24 スレッドで 41%である。サイズを増やせば 増やすほど効率が高くなることが想像できよう。

一般論として、スレッド並列において同期コストが見えてしまった時、そのコストをなんとかしようと努力するのは、苦勞のわりに実入りが少ない。なので、そういう時には計算するモデルを見直し、同期コストが見えないほど重い計算をすれば良い。繰り返しになるが並列化効率で困ったらウィースケーリングに逃げてサイズで殴れ！。せっかく「並列化」という武器を手に入れたのだから、その武器を手に入れる前の敵とばかり戦うのではなく、その武器が最大限輝く敵を探す方が有益である。

本当は OpenMP についてももう少し真面目に、たとえば NUMA 最適化や Loop Fusion/Fission/Collapse など とも扱おうかと思ったのだが、正直面倒くさくなった。個人的な感想で申し訳ないのだが、ディレクティブベースの最適化はコンパイラが何をやっているかが分かりづらく、隔靴搔痒の感があってどうしても好きになれない。

OpenMP には様々な構文があり、実にいろいろなことができる。OpenMP についてはネットに良い文献が多数落ちているが、例えば Intel による以下の文献がわかりやすかったので参照されたい。

インテルコンパイラー OpenMP 入門

また、名大の片桐先生による講義資料も詳しいので一読されたい。

計算科学技術特論第三回 OpenMP の基礎

## 余談：ロックの話

スレッド数が増えた時に、スレッドの同期コストが問題になると書いた。同期とは「待ち合わせ」のことである。修学旅行などで自由行動があったりするが、次の場所に移動する際には一度集合場所に集まって、全員がそろっているか確認しなければならない。この時、先に集合場所についた人は、後から来る人を待つことになる。この待ち時間が同期コストである。そう思うと、同期待ちの時には CPU は遊んでいそうな気がするが、実際にほとんど同期待ちで CPU が「遊んでいる」はずのコードを time コマンドで実行してみると、

```
$ time OMP_NUM_THREADS=24 ./gs_omp1.out
24 threads 24078 [ms]
conf000.dat
OMP_NUM_THREADS=24 ./gs_omp1.out  573.12s user 1.72s system 2384% cpu 24.103 total
```

と、24 コアの CPU を 2384%使っており、「ほぼ全ての CPU コアが忙しく動いていた」ことがわかる。これが何をやっているのか見てみよう。perf report コマンドは、そのまま実行すると TUI モードになる。「内側」をスレッド並列化し、非常に非効率的になったコードを perf record で記録してみよう。

```
OMP_NUM_THREADS=24 record ./gs_omp1.out
```

実行が終了したら、perf report してみる。こんな画面になるだろう。

Events: 591K cycles				
31.42%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_barrier_wait_end	↑
24.30%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_team_barrier_wait_end	↑
18.46%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_barrier_wait	⌵
15.91%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_team_barrier_wait	⌵
4.18%	gs_omp1.out	gs_omp1.out	[.] calc(std::vector<double, std::a	⌵
2.94%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_thread_start	⌵
1.48%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_init_task	⌵
0.42%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_ialias_omp_get_num_threads	⌵
0.30%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_team_start	⌵
0.16%	gs_omp1.out	[kernel.kallsyms]	[k] system_call	⌵
0.08%	gs_omp1.out	[kernel.kallsyms]	[k] sysret_check	⌵
0.06%	gs_omp1.out	libc-2.11.3.so	[.] __malloc	⌵
0.05%	gs_omp1.out	libc-2.11.3.so	[.] __free	⌵
0.02%	gs_omp1.out	[kernel.kallsyms]	[k] system_call_after_swapgs	⌵
0.02%	gs_omp1.out	[kernel.kallsyms]	[k] get_futex_key	⌵
0.02%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_fini_work_share	⌵
0.02%	gs_omp1.out	[kernel.kallsyms]	[k] do_futex	⌵
0.01%	gs_omp1.out	[kernel.kallsyms]	[k] sys_futex	⌵
0.01%	gs_omp1.out	[kernel.kallsyms]	[k] apic_timer_interrupt	⌵
0.01%	gs_omp1.out	libgomp.so.1.0.0	[.] gomp_end_task	⌵
0.01%	gs_omp1.out	[kernel.kallsyms]	[k] futex_wake	⌵
0.01%	gs_omp1.out	[kernel.kallsyms]	[k] hash_futex	↓
Press '?' for help on key bindings				

図 8: fig/perf.png

gomp\_barrier\_wait\_end とか gomp\_team\_barrier\_wait\_end みたいな、いかにも同期待ち向けの関数が並んでいることがわかる。perf は、関数の内部を見ることができる。まずは gomp\_barrier\_wait を見てみよう。カーソルキーの上下で目的の関数を選び、エンターを押すと「Annotate gomp\_barrier\_wait」という項目があるので、それを選ぶ。こんな画面になるはずだ。

非常に単純なコードだが、気になる命令がある。lock だ。実は lock は命令ではなく、命令のプリフィックスである。「後続く命令をアトミックにしてください」という修飾語のようなものだ。lock の後には、inc や xchg、そしてここで出てくる 'subl' など、いわゆる「read-modify-write」命令が入る。「read-modify-write」とは、「メモリから何かを読み出し、修正して、書き戻す」という一連の動作である。普通はこの動作はアトミックにならない。アトミックとは「不可分である、分けられない」という意味である。アトミックでない場合、この一連の動作の合間に他のスレッドの動作が割り込んでくる可能性がある。マルチスレッドでこういうことが起きるといろいろ困ることがある。よく言われるのが銀行の ATM の例だ。今、100 万円の貯金がある口座から、2 つの ATM からほぼ同時に 1 万円を引き出すことを考える。ATM がすべき動作は「銀行残高を読み出し (read)、1 万円を引いて (modify)、残額を書き戻す (99 万円)」の三つである。ところが、ATM1 と ATM2 で同時に「銀行残高を読み出し (read)」たとする。ATM1 も ATM2 も残高は 100 万円だと思っている。そしてそれぞれが「1 万円を引いて (modify)、残額を書き戻す (99 万円)」という残りの動作を行うと、合計 2 万円を引き出したにもかかわらず、残高が 99 万円になってしまう。こういったことを防ぐために、マルチスレッドをサポートする CPU は「read-modify-write」の一連の動作をアトミックに行う命令をハードウェアで持っている。この目的でよく使われるのが「compare-and-swap」、いわゆる CAS 命令であるが、ここでは深入りしないことにしよう。ちなみに、例えばピーターソンのアルゴリズムなど、ハードウェアサポートがなくても安全なロックを取る方法も知られているのだが、一般的に遅いので、マルチスレッドの実装にはハードウェアサポートがほぼ必須と思われる。

さて、さっきの gomp\_barrier\_wait のアセンブリを見てみよう。libgomp.so を objdump すれば良い。

```

gomp_barrier_wait
:
:
:
:      セクション .text の逆アセンブル:
:
:      000000000000a430 <gomp_barrier_wait>:
0.02 :      a430:      8b 47 04      mov     0x4(%rdi),%eax
19.16 :      a433:      31 f6      xor     %esi,%esi
0.00 :      a435:      83 e0 fc      and     $0xfffffffffc,%eax
0.02 :      a438:      f0 83 6f 40 01  lock subl $0x1,0x40(%rdi)
80.80 :      a43d:      40 0f 94 c6      sete    %sil
0.00 :      a441:      01 c6      add     %eax,%esi
0.00 :      a443:      e9 08 ff ff ff  jmpq    a350 <gomp_barrier_wait_end>
<-, -> or ESC: exit, TAB/shift+TAB: cycle hottest lines, H: Hottest

```

図 9: fig/perf2.png

シェアードライブラリの場所は LD\_LIBRARY\_PATH にあるだろうから探してみよう。

```

000000000000a430 <gomp_barrier_wait>:
a430:      8b 47 04      mov     0x4(%rdi),%eax
a433:      31 f6      xor     %esi,%esi
a435:      83 e0 fc      and     $0xfffffffffc,%eax
a438:      f0 83 6f 40 01  lock subl $0x1,0x40(%rdi)
a43d:      40 0f 94 c6      sete    %sil
a441:      01 c6      add     %eax,%esi
a443:      e9 08 ff ff ff  jmpq    a350 <gomp_barrier_wait_end>
a448:      0f 1f 84 00 00 00 00  nopl    0x0(%rax,%rax,1)
a44f:      00

```

ロックを取って、あるメモリの指す値を 1 減らしたら、gomp\_barrier\_wait\_end に飛んでいることがわかる。そこも見てみよう。perf で調べると、「重かった」のはこのループのようだ。

```

a390:      44 8b 07      mov     (%rdi),%r8d
a393:      41 39 d0      cmp     %edx,%r8d
a396:      75 20      jne     a3b8 <gomp_barrier_wait_end+0x68>
a398:      48 83 c1 01      add     $0x1,%rcx
a39c:      48 39 f1      cmp     %rsi,%rcx
a39f:      f3 90      pause
a3a1:      75 ed      jne     a390 <gomp_barrier_wait_end+0x40>

```

見るとわかると思うが、あるメモリの指す場所を監視して、条件を満たしたらアドレス a3b8 に飛び、そうでなければアドレス a390(抜き出した場所の先頭)に戻れ、というループである。つまり、スレッドは同期

待ちの間遊んでいるのではなく、条件が満たされるまでひたすらこのこのループを繰り返しているのである。例えるなら、赤信号で待っているあいだもずっとエンジンをふかしている状態である。これが「同期待ちで暇そうなのに、なぜか CPU コアが忙しかった理由」である。ここでは「待ち合わせ」でぐるぐる回っていたが、ロックを獲得するのにぐるぐるループでまわる方式をスピンロックと言う。アトミックな「read-modify-write」命令があればスピンロックの実装は簡単である。詳細は先の Wikipedia の記事を参照されたい。ちなみに、京コンピュータで採用されている CPU は SPARC VIIIfx だが、この CPU にはハードウェアバリアが実装されている。どんな実装になっているか詳しくは知らないのだが、スピンロックなどのソフトウェア実装に比べて 10 倍以上高速とのことである。先程見たように、「計算が軽い」ループでは、同期コストが見えてきてしまう。ハードウェアバリアにより同期コストが減ると、その分だけ計算が軽くてもスケールしやすくなるため、プログラマとしてはありがたい。

## ハイブリッド並列の実例

というわけで、ハイブリッド並列コードを作ってみよう。といっても、既に Day 5 で MPI 並列版を作っているのので、その計算ルーチンに `#pragma omp parallel for` を一行入れるだけである。先程の知見から、二重ループの外側にディレクティブを入れよう。手元にある環境が、1 ノードに 2 ソケット、1 ソケットが 12 コアの環境で、18 ノードまでの計算がすぐに走るものだったので、系のサイズをそれに合わせて 324 くらいにしておく。

```
const int L = 9 * 36;
```

こうすると、12 や 18 の素因数である 2 や 3 をたくさん含んでいるので都合がよろしい。ついでに、時間を計測して、プロセス数、スレッド数、計算にかかった時間を表示するようにしておこう。実行スレッド数は `omp_get_max_threads` で取れる。

```
int num_threads = omp_get_max_threads();
```

時間計測はなんでも良いが、ここでは `std::chrono::system_clock::now` で計測しよう。

```
const auto s = std::chrono::system_clock::now();  
// なにか時間を計測したい処理  
const auto e = std::chrono::system_clock::now();  
const auto elapsed = std::chrono::duration_cast<std::chrono::milliseconds>(e - s).count();
```

これで `elapsed` にミリ秒単位の値が入る。このようにして作ったハイブリッド版の反応拡散方程式ソルバが `gs_hybrid.cpp` である。筆者の環境では MPI にパスが通じてあるので、以下のようなオプションでコンパイルできる。

```
g++ -fopenmp -O3 -mavx2 gs_hybrid.cpp -lmpi -lmpi_cxx
```

手元の Mac で 2 プロセス x 2 スレッドで実行すると以下のような結果を吐く。

```
$ OMP_NUM_THREADS=2 mpiexec -np 2 ./a.out  
# Sytem Size = 324  
# 2 Process x 2 Threads  
# Domain = 2 x 1  
2 2 4635 [ms]
```

これを、手元のスパコンでベンチマークを取ってみよう。石は Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2680 v3 @ 2.50GHz、12 コアが 2 ソケットで 1 ノードである。まずは 1 ノードで、1 プロセス 1 スレッドの計算から、スレッド数だけ 2,3,4,6... と増やした場合と、プロセス数だけ 2,3,4,6... と増やした場合の結果である。



## シングルノード(12コア x 2ソケット)でのスケーリング

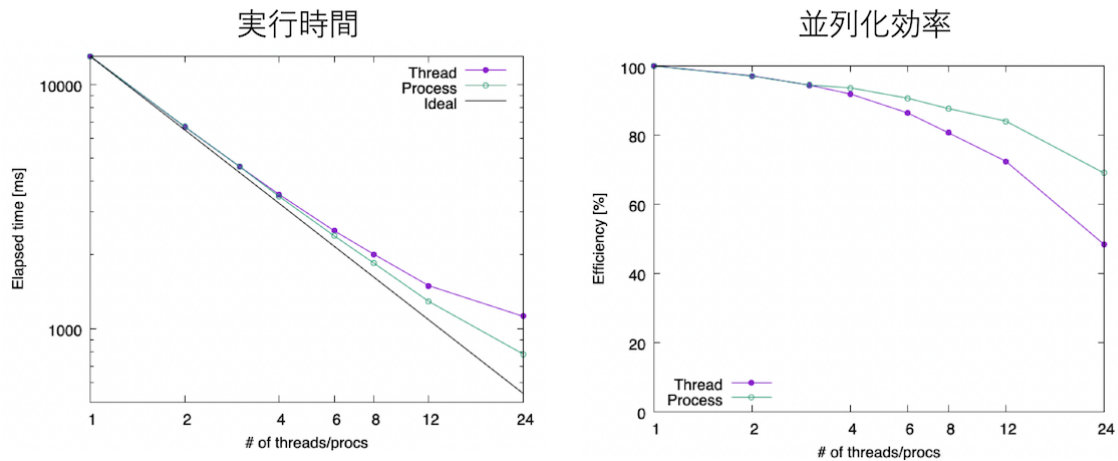


図 10: single\_scaling.png

左が実行時間で両対数、右が並列化効率で片対数グラフになっている。プロセス数を増やした場合、つまり flat-MPI の方が実行効率が良いことがわかる。24 プロセス計算で、シリアル計算に比べて 16.6 倍、つまり並列化効率にして 70%程度出ている。一方、全てスレッド並列で実行した場合も、さほど悪くはないが、24 スレッド計算で、シリアル計算に比べて 11.6 倍、並列化効率にして 48%と、50%を切ってしまう。MPI はバッファを作ったりコピーしたりという手間が発生する分、マルチスレッドより遅くなりそうだが、今回のケースでは flat-MPI の方が早かった。

今度はノードをまたいでみよう。18 ノードで計算してみる。各ノードには 2 ソケット x12 コア、合計 24 コアあるから、全体で  $18 \times 24 = 432$  個の CPU コアがある。これを、プログラム全体を 432 スレッドのまま、プロセス数を変えてみよう。例えば、flat-MPI なら 1 プロセスに 1 スレッドなので、432 プロセスが最大プロセス数、1 ノードにフルにスレッドを立てると 24 スレッドなので、18 プロセス 24 スレッドの計算が最小プロセス数である。横軸にプロセス数、縦軸に実行時間をとった結果が以下の通り。

横軸は対数スケールになっている。全て 432 スレッドの計算で、違いは「1 プロセスが何スレッドを束ねているか」だけなのだが、ここでは 432 プロセス計算、すなわち 1 プロセスが 1 スレッドだけを持っている flat-MPI 計算が最も早かった。

一般論として、プロセスとスレッドには最適な割合が存在し、どれが一番早いかはやってみないとわからない。しかし、筆者の経験としては、非常に単純な計算で、かつそこそこ計算量がある場合は flat-MPI が一番早いことが多い。ただし、筆者はスレッド並列化にあまり慣れていないため、上記のコードも OpenMP に慣れた人がチューニングしたら、もっとハイブリッド版が早くなるのかもしれない。そのあたりはいろいろ試して見てほしい。「こうすればもっと早くなった」「ここが問題だった」といったプルリクを歓迎する。



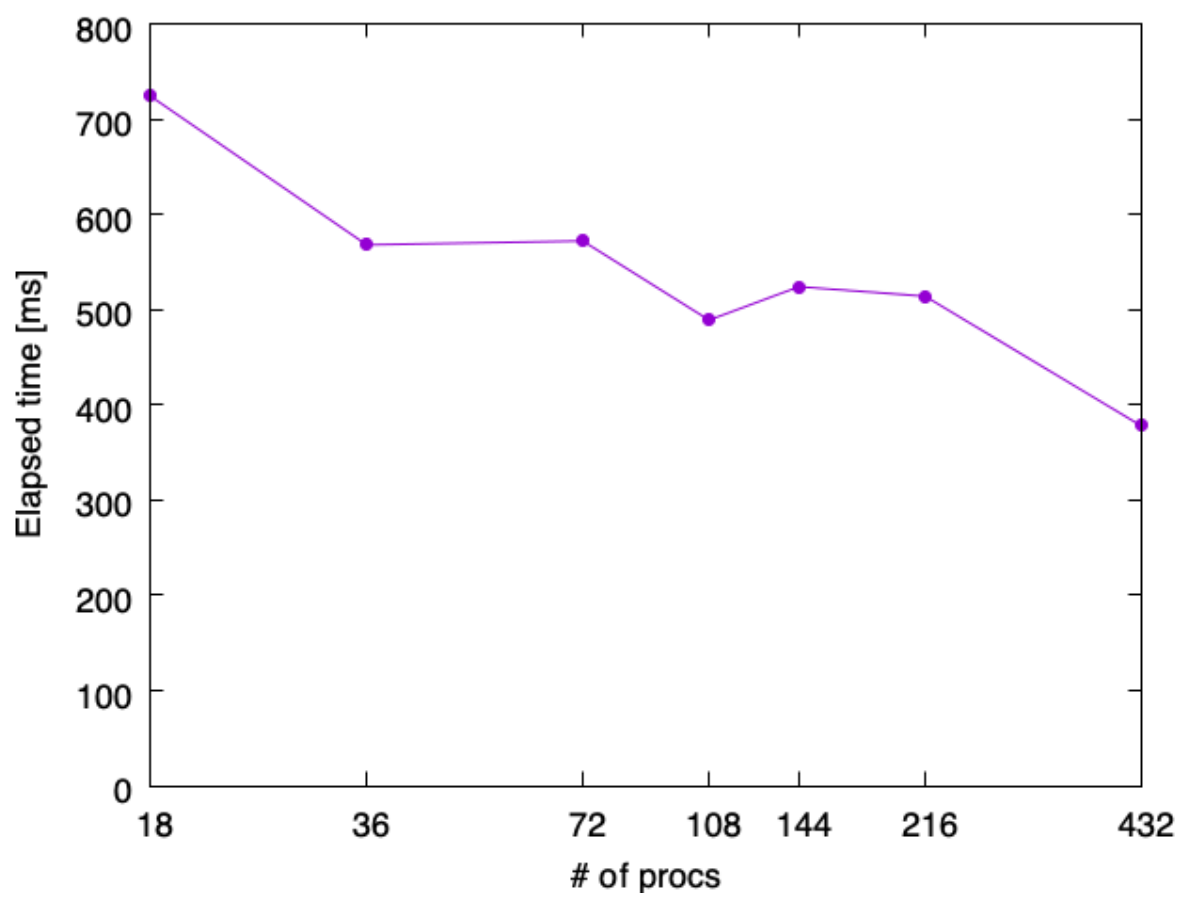


图 11: multi.png