加拿大学者 Ramsay [1]在 1982 年明确指出了什么是函数型数据，同时也提出了 精确区分函数型数据和其它类型数据的方法，函数型数据的相关研究由此开始。

Ramsay 指出随着数据收集技术的提高，现代收集系统所收集的数据具有动态性的 特征，这种具有动态性特征的数据与传统的静态数据有很大的区别，如果继续使 用经典的数据分析方法来处理这种数据，将会造成许多严重的问题，如估计出现 较大的偏差，丢失数据所包含的必要信息等。因此，必须对经典的数据分析方法 进行扩展，使它可以处理这种具有动态特征的函数型数据。

此后，Ramsay和Dalzell [2] 于 1991 年给出了函数型数据分析的概念，并提出了函数型数据分析的某些方法， 如主成分分析和回归分析。此外，他把这些方法应用到加拿大温度与降水量关系 的实证研究中，得到了许多有价值的结果，开启了函数型数据分析方法实证应用 的先河。

此后，自从 Ramsay 和 Silverman [3-5], Ferraty 和 Vieu [6]等学者发表了多本相 关著作以来，函数型数据分析方法被应用到越来越多的学科中，受到了许多研究 者的关注。

**具体地，国外对于函数型数据的研究可以概括为以下几个阶段。**

20 世 纪 90 年代以前是第一个阶段，此阶段采用的主要方法是先把函数进行离散化处理， 再对离散的数据进行分析。这种处理方法比较简单易用，但是此方法仍然是基于 离散的数据进行研究，没有体现出函数的特征，文献[7,8]介绍了这种方法的具体应 用。

1990 年到 2000 年是第二个阶段，在这段时间里，有关经典函数型数据分析方 法的研究有了极大的进展，如函数型主成分分析、函数型回归分析等方法的研究 都取得了重要的成果，文献[9]对第二阶段的相关研究进行了综述。

2000 年至 2008 年是第三个阶段，此阶段的研究成果包括两个方面，一方面对于稀疏函数型数据[10] 的研究取得了突破性进展，另一方面关于非参数函数型数据[11]的研究也取得了重 要的理论成果。

第四个阶段是 2008 年以后，此阶段的研究取得的成果较多，函数 型数据分析的范围也逐渐扩大，主要包括三个方面，第一个方面是函数型主成分 及函数型线性模型的最优收敛速度[12,13]、第二个方面是半参数函数型数据[14-16]、第 三个方面是多维函数型数据如二维图像数据[17,18]及二元甚至多元函数型数据[19-24]。

上文为数据科学研究，下文为金融领域应用

在经济学的相关研究中，Ramsay 和 Ramsey [25] 将函数型聚类分析方法应用于非耐用消费品指数的研究中。Wang [26]将函数型主成 分分析方法应用于网上商品拍卖价格的分析中，扩展了函数型数据分析方法的应 用范围。

此外，函数型数据分析方法在金融学的理论研究与应用方面也有一些研 究成果，Anderson 和 Newbold [27]最先把函数型自回归分析方法应用于资产收益建 模的研究中，构建出了比较稳定的数学模型。研究结果显示，与传统的统计方法 相比，函数型数据分析方法更有利于金融数据的分析。

Müller, Stadtmüller 和 Yao [28,29] 首次提出了函数型方差分析过程的概念，并对具体金融数据的方差分析过程进行 了阐述，提出了函数型方差分析的新观点。

Eddie [30]在传统的函数型主成分分析方 法的基础上提出了基于向量自回归 (VAR) 方法的函数型主成分分析，并且采用原 油期货合约的价格进行了实证分析研究，研究结果表明函数型主成分分析方法在 处理高频交易数据时具有明显的优势。

Ingrassia 和 Costanzo [31]将函数型数据分析方 法应用于金融时间序列数据的分析中，以 MBI300 指数为样本进行了验证，实证结 果表明函数型聚类分析方法在处理金融时间序列数据时具有简单、高效的特点。

中国学者对于函数型数据分析方法的研究时间比较短，在理论研究上取得的 成果相对较少，目前的研究主要集中在方法的实证应用方面，对方法的扩展及模 型的改进研究相对较少。

张崇岐等[32]讨论了把离散函数型数据进行平滑的方法， 对比了多种基函数的平滑效果，此外还对平滑过程中需要特别注意的细节进行了 详细的阐述与说明。

严明义[33]最先基于统计学的意义从宏观角度介绍了函数型数 据分析方法的核心思想，他为函数型数据分析方法在我国的引入与发展做出了巨 大的贡献。

**近年来，关于函数型数据在经济和金融领域的应用，国内也有相关的 研究文献。**

在经济学研究方面，靳刘蕊[34]主要利用函数型主成分分析和函数型聚 类分析方法研究了国内的某些经济数据。

剡亮亮[35]从泛函特征的角度介绍了函数 型数据的主微分分析方法，并利用此方法对全国银行间同业拆借利率进行了研究， 这是一种比较新颖的研究方式。关于金融学的研究，也有相关的研究文献，

毛娟[36] 利用函数型数据分析方法研究了美国股票市场 S&P500 指数在 2003 年 9 月 23 日至 2004 年 6 月 2 日期间的指数隐含波动率。

岳敏和朱建平[37]主要研究了影响股票收 益率波动的原因，在研究中主要利用了函数型数据主成分分析方法，结果表明影 响股票收益率波动的主要因素有两个，也即利用主成分分析方法所得到的前两个主成分。

王诚[38]则使用 2013 年 A 股股票为样本数据，进行了同样的研究工作。

郭 均鹏、孙钦堂和李汶华[39]研究了 Shibor 收益率，在研究过程中创新性地提出了区 间主成分分析方法。

胡梦荻[40]、陈丽琼[41]、张蕾蕾[42]利用函数型数据分析方法对 我国的各种金融数据进行了理论和实证研究，包括股票和期权等具体金融数据。

综上所述，目前国内外对于函数型数据分析方法的研究均取得了一定的成果， 但相比国外的相关研究，国内在此方面仍具有较大的发展空间。

从国内外研究现 状来看，下面几点需要更进一步深入思考与探究。

首先，从函数型数据分析方法 引人金融研究的总体框架来看，当前研究多针对金融市场价格变化的某一个方面， 或是针对某一种具体的模型进行研究，而将研究对象和模型紧密结合，进行系统 性研究的文献很少，尤其是进行多种途径综合分析的实证研究不多。

其次，对于 具体的函数型数据分析过程，准确认识函数型数据和一般数据的共性与个性以及 其统计特征，是进行金融市场分析的基础，但当前的研究大多是直接将函数型数 据的一般分析方法套用到所研究的数据上，缺乏对其适用性和实际含义的合理解 释。

最后，无论是在理论方面还是应用方面，国内的研究都存在一定程度的滞后， 有关算法的改进、方法拓展及创新性结论的研究成果较少。