

# Curso de aprendizaje automatizado

*PCIC, UNAM*

## Tarea 1: Recordatorio de probabilidad

**Fecha límite:** 20 de febrero.

**Formato:** Solución de ejercicios en papel o archivo electrónico.

**Forma de entrega:** en clase o por correo electrónico a gibranfp@unam.mx, bere.mcic@gmail.com y richardt.pcic@gmail.com.

### Descripción

Resuelva y justifique su respuesta en cada uno de los siguientes ejercicios.

1. Se usa el siguiente proceso aleatorio para meter 2 pelotas en una caja: se tira una moneda y se mete una pelota roja si sale águila o azul si sale sol. Posteriormente de esta caja se sacan repetidamente de forma aleatoria con reemplazo 3 pelotas, las cuales resultan rojas. ¿Cuál es la probabilidad de que las 2 pelotas de la caja sean rojas?
2. En una caja hay 3 playeras rojas y 5 verdes de talla grande, además de 2 playeras rojas y 5 verdes de talla chica. Se saca de forma aleatoria y uniforme una playera de dicha caja y resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de talla grande?
3. En cierta universidad, el 60 % de los alumnos aprueba Matemáticas, el 70 % aprueba Química y solo el 50 % aprueba ambas materias. Se selecciona un alumno al azar.
  - Si aprueba Matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que también apruebe Química?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe Matemáticas o Química?
  - Si  $M$  representa que un alumno haya aprobado Matemáticas y  $Q$  que haya aprobado Química, ¿son  $M$  y  $Q$  independientes?
4. Un aeropuerto cuenta con un sistema que es capaz de identificar correctamente si una persona es terrorista el 95 % de las veces y si una persona no lo es también el 95 % de las veces. Un informante alerta a las autoridades sobre la presencia de exactamente 1 terrorista en un avión con 100 pasajeros, por lo que las autoridades detienen al primer pasajero y el sistema detecta que es terrorista. Considerando que el informante dice la verdad, ¿cuál es la probabilidad de que esta persona realmente sea terrorista?

5. Un paciente obtiene un resultado positivo en una prueba de una enfermedad muy seria. Esta prueba es muy precisa: la probabilidad de que la prueba sea correcta (positivo o negativo) es de 0.99. Sin embargo, la enfermedad es extremadamente rara y sólo afecta a 1 de cada 10000 personas. ¿Cuál es la probabilidad de que el paciente realmente tenga la enfermedad?
6. Cien personas hacen fila para abordar un avión. Cada uno tiene su pase de abordar con un asiento asignado. Sin embargo, la primera persona en abordar ha perdido su pase y toma un asiento al azar. Después de eso, cada persona toma el asiento asignado si está desocupado, y uno de los asientos desocupados al azar de caso contrario. ¿Cuál es la probabilidad de que la última persona en abordar se siente en su asiento asignado?
7. Juan y Pedro tiran una moneda cada uno. Juan apuesta que ambas monedas caerán iguales y Pedro que caerán diferentes. Prueba que incluso si la moneda estuviera cargada, el juego seguiría siendo justo.
8. Voluntarios en un programa de adopción de animales encuestaron a 100 estudiantes sobre su preferencia entre perros y gatos. La siguiente tabla muestra los datos recabados.

Preferencia	Mujer	Hombre
Perros	20	36
Gatos	26	10
Sin preferencia	6	2

- Encuentra la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar prefiera los perros.
  - De acuerdo a los datos obtenidos, ¿los eventos de preferir los perros y ser mujer son mutuamente excluyentes?
9. Un estudiante debe elegir una de las siguientes materias: Matemáticas, Física o Química. ¿Es igualmente probable que elija Matemáticas o Física y doblemente probable que elija Química? Calcula las probabilidades de cada materia.
  10. En un concurso de TV el anfitrión le da a un concursante 3 puertas a elegir. Detrás de 2 de estas puertas hay una cabra y en la restante un auto. El concursante elige la puerta 1 y el anfitrión descubre la puerta 3, en la cual hay una cabra. Después de descubrir la puerta 2 el anfitrión le da la opción al concursante de cambiar la puerta 1 que había elegido originalmente por la puerta 2 aún sin descubrir. ¿Existe alguna diferencia si el concursante cambia de puerta 2? Explica tu respuesta.
  11. Calcula la probabilidad de que en un cuarto de 10 personas, al menos 2 cumplan años el mismo día. Repite el cálculo para 23, 50 y 75 personas y discute los resultados.
  12. Se tiran 2 dados y se registra el número máximo, ¿cuales son las probabilidades de los eventos 1, 2, 3, 4, 5, 6?
  13. Prueba que la covarianza de 2 variables independientes es 0.
  14. Un alumno decide responder de forma aleatoria un examen en el que cada pregunta tiene 5 opciones de las cuales solo 1 es correcta. Suponiendo que la probabilidad de acertar una pregunta es de 0.2 y que cada respuesta es independiente de las demás, calcula lo siguiente:

- La probabilidad de tener 10, 20 y 40 aciertos si el examen consiste de 50 preguntas
  - La probabilidad de tener 10, 20 y 40 aciertos si el examen consiste de 40 preguntas
  - La probabilidad de tener 10, 20 y 40 errores si el examen consiste de 40 preguntas
15. La estatura promedio de los alumnos de una universidad es de 169.83cm, con una desviación estándar de 4.5cm. Suponiendo una distribución normal, calcula la probabilidad de que la estatura de un alumno dado:
- Se encuentre entre 160cm y 180cm
  - Sea de al menos 150cm
  - Sea de máximo 180cm
  - Sea mayor a 160cm
  - Sea menor a 190cm
16. Se tiene la siguiente información acerca del clima. La probabilidad de que llueva el día de hoy es de 0.6, mientras que la probabilidad de que llueva el día de mañana es de 0.5. Además, se sabe que la probabilidad de que ningún día llueva es de 0.3. Considerando dicha información encuentre las siguientes probabilidades:
- Que llueva hoy o mañana.
  - Que llueva hoy y mañana.
  - Que llueva hoy pero no mañana.
  - Que llueva hoy o mañana, pero no ambas.
17. Una empresa de lámparas incandescentes observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de estos fallos es 8, calcule lo siguiente:
- ¿Cuál es la probabilidad de que falle 1 componente en 25 horas?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que fallen no más de 2 componentes en 50 horas?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que fallen por lo menos 10 en 125 horas?
18. El consejo universitario de la Facultad de Ciencias está compuesto por 14 miembros, 5 de los cuales son estudiantes, 5 son maestros y 4 son investigadores. Un periodista planea seleccionar a 2 de los miembros del consejo para realizarles una entrevista. El primer miembro será elegido al azar y el segundo será elegido al azar de los miembros restantes. ¿Cuál es la probabilidad de que se seleccionen 2 maestros?
19. Una baraja ordinaria de 52 cartas se divide aleatoriamente en 4 pilas de 13 cartas cada una. Calcule la probabilidad de que cada pila tenga exactamente 1 As.
20. En una determinada etapa de una investigación criminal el inspector al mando está 60 % convencido de la culpabilidad de un sospechoso. Supongamos, sin embargo, que una nueva pieza de evidencia muestra que el delincuente tiene una cierta característica (como la calvicie o el pelo castaño). Si el 20 por ciento de la población posee esta característica, ¿cuál es la certeza de la culpabilidad del sospechoso que tiene el inspector si resulta que el sospechoso tiene la característica?