IO 15/16 → Época Normal

1) • **Variáveis de Decisão**

x_1 → nº de minutos de atuação do mágico

x_2 → nº de minutos de atuação do grupo de dança

x_3 → nº de minutos de publicidade

• **Função objetivo**

Maximizar o nº de telespectadores,

$$\text{Max } Z = 2000x_1 + 1000x_2 - 1000x_3$$

• **Restrições**

$x_1 + x_2 + x_3 = 30$ (tempo de programa)

$2000x_1 + 1000x_2 + 1000x_3 \leq 40000$ (orçamento)

$x_3 \geq 4$ (empresa deseja 4 min. destinados aos anúncios)

$x_1 \leq 15$ (atuação do mágico)

$x_3 \leq 0.25(x_1 + x_2)$ (Canal TV exige tempo de anúncios)

$x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0, \; x_3 \geq 0$

---

2) $\text{Max } Z = -9x_1 + 3x_2$

s.a

$-2x_1 + x_2 \leq 4$

$3x_1 + 4x_2 \geq 12$

$x_1 + x_2 \leq 10$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

surplus, slack

$-2x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$3x_1 + 4x_2 - x_4 + x_5 = 12$ artificial

$x_1 + x_2 + x_6 = 10$ slack

Restrição

≤ → + slack

≥ → − surplus + artificial

= → + artificial

1ª Fase

A função objetivo nesta fase é sempre a maximizar e multiplicamos as artificiais por −1

$$\text{Max } Z = -x_5$$

		0	0	0	0	−1	0		
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	
x_3	0	−2	1	1	0	0	0	4	4/1 = 4 (1)
← x_5	−1	3	4	0	−1	1	0	12	12/4 = 3 (2)
x_6	0	1	1	0	0	1	1	10	10/1 = 10 (3)
$z_j - c_j$		−3	−4 ↑	0	1	0	0	−12	

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
		0	0	0	0	−1	0	
x_3	0	−11/4	0	1	1/4	−1/4	0	1
x_2	0	3/4	1	0	−1/4	1/4	0	3
x_6	0	1/4	0	0	1/4	−1/4	1	7
$z_j - c_j$		0	0	0	0	1	0	0

$(1)' = (1) - \underline{(2)'}$

$\underline{(2)'} = 1/4\,(2)$

$(3)' = (3) - \underline{(2)'}$

Fim do quadro porque $z_j - c_j \geq 0$.

SBA: $x(0,3,1,0,0,7)$ $\quad Z_{1^a\ Fase} = 0$

2ª Fase

Nesta fase retira-se coluna o quadro anterior, retirando a coluna da artificial e retomamos a função objetivo original

$\max Z = -9x_1 + 3x_2$

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_6	b		
		−9	3	0	0	0			
x_3	0	−11/4	0	1	1/4	0	1	1/1/4 = 4	(1)
x_2	3	3/4	1	0	−1/4	0	3	×	(2)
x_6	0	1/4	0	0	1/4	1	7	7/1/4 = 28	(3)
$z_j - c_j$		45/4	0	0	−3/4	0	9		

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_6	b
		−9	3	0	0	0	
x_4	0	−11	0	4	1	0	4
x_2	3	−2	1	−1	0	0	4
x_6	0	3	0	−1	0	1	6
$z_j - c_j$		3	0	3	0	0	12

$\underline{(1)'} = 4(1)$

$(2)' = (2) + 1/4\,\underline{(1)'}$

$(3)' = (3) - 1/4\,\underline{(1)'}$

Quadro ótimo porque $z_j - c_j \geq 0$

SBA $x^* = (0,4,0,4,0,6)$ $\quad Z^* = 12$

b) Teria concluído que pelo menos uma variável artificial permanecia na base do quadro ótimo da 1ª Fase e que, portanto, o problema era Impossível, não tinha solução

Pela Técnica do "Grande M" aconteceria algo semelhante. Ou seja, chegaríamos ao quadro ótimo com pelo menos uma variável artificial na base e o problema seria Impossível

3)

a) $\max Z = 4x_1 + 3x_2 = 12$ $(3,0)\ (0,4)$

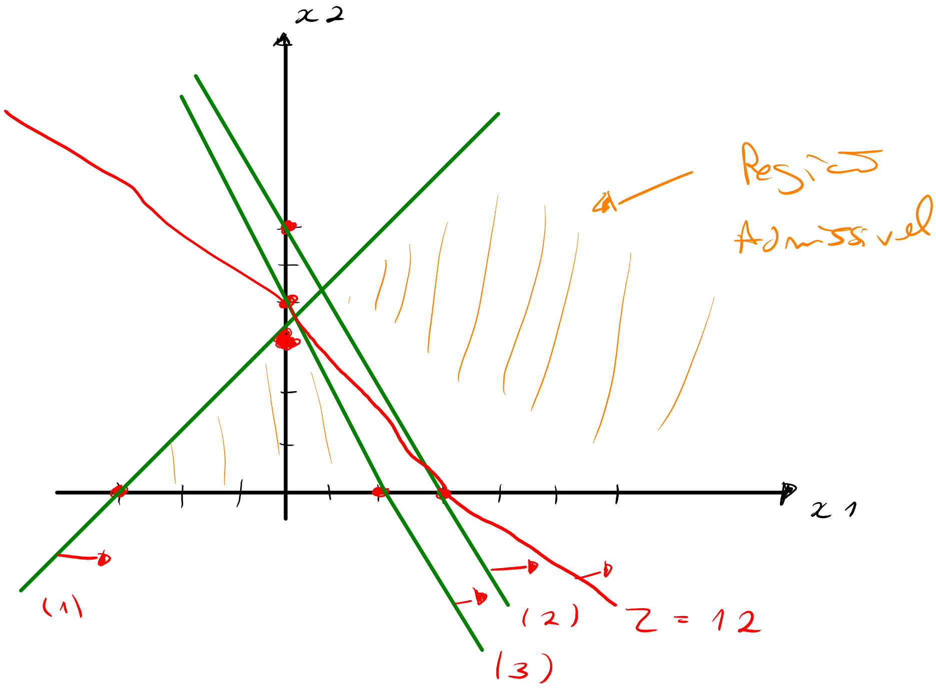
s.a

$-x_1 + x_2 \leq 3$ $(-3,0)\ (0,3)$ (1)

$2x_1 + x_2 \geq 6$ $(3,0)\ (0,6)$ (2)

$2x_1 + 2x_2 \geq 4$ $(2,0)\ (0,2)$ (3)

$x_1 \geq 0$, x_2 livre



Conclusão

Problema impossível porque tem solução ótima no infinito

b)

||Primal||

$\max Z = 4x_1 + 3x_2$

s.a

$-x_1 + x_2 \leq 3 \leftarrow u_1$

$2x_1 + x_2 \geq 6 \leftarrow u_2$

$2x_1 + 2x_2 \geq 4 \leftarrow u_3$

$x_1 \geq 0$, x_2 livre

||Dual||

$\min Z_d = 3u_1 + 6u_2 + 4u_3$

s.a

$-u_1 + 2u_2 + 2u_3 \geq 4$

$u_1 + u_2 + 2u_3 = 3$

$u_1 \geq 0$, $u_2 \leq 0$, $u_3 \leq 0$

c) Sim, podia concluir que o problema dual é impossível segundo uma das propriedades fundamentais da dualidade, se um dos problemas tiver solução ilimitada, o outro não possui soluções admissíveis, é impossível

4) Oferta = 5 + 5 + 6 = 16

Procura = 4 + 4 + 6 + 2 = 16

OFERTA = PROCURA

a)

	C1	C2	C3	C4	
F1	× 4	4 1	1 4	× 9	~~5~~ ~~1~~ 0
F2	× 2	× 6	3 6	2 0	~~5~~ ~~3~~ 0
F3	4 1	× 9	2 2	× 10	~~6~~ ~~2~~ 0
	~~4~~ 0	~~4~~ 0	~~6~~ ~~4~~ 3	~~2~~ 0	

Custo da solução

$Z = 4\times1 + 4\times1 + 4\times1 + 3\times6 + 2\times2 + 2\times0 = 34$ euros

b)

	$v_1 = 3$	$v_2 = 1$	$v_3 = 4$	$v_4 = -2$	
$u_1 = 0$	4	4 1	1 4	9	5
$u_2 = 2$	2	6	3 6	2 0	5
$u_3 = -2$	4 1	9	2 2	10	6
	4	4	6	2	

Células Desocupadas

(1,1) : 0 + 3 ≤ 4 ✓

(1,4) = 0 - 2 ≤ 9 ✓

(2,1) = 2 + 3 ≤ 2 F

(2,2) = 2 + 1 ≤ 6 ✓

(3,2) = -2 + 1 ≤ 9 ✓

(3,4) = -2 - 2 ≤ 10 ✓

$\text{Min} = \{3, 4\} = 3$

	$v_1 = 3$	$v_2 = 1$	$v_3 = 4$	$v_4 = 1$	
$u_1 = 0$	4	4 1	1 4	9	5
$u_2 = -1$	3 2	6	6	2 0	5
$u_3 = -2$	1 1	9	5 2	10	6
	4	4	6	2	

Células Desocupadas

(1,1) : 0 + 3 ≤ 4 ✓

(1,4) = 0 + 1 ≤ 9 ✓

(2,2) = -1 + 1 ≤ 6 ✓

(2,3) = -1 + 4 ≤ 6 ✓

(3,2) = -2 + 1 ≤ 9 ✓

(3,4) = -2 + 1 ≤ 10 ✓

Quadro ótimo porque é tudo verdadeiro

$x_{12}^* = 4$; $x_{13}^* = 1$; $x_{21}^* = 3$; $x_{24}^* = 2$;

$x_{31}^* = 1$; $x_{33}^* = 5$ e restantes $x_{ij}^* = 0$

Custo Min de transporte

$Z^* = 3\times2 + 1\times1 + 4\times1 + 1\times4 + 5\times2 + 2\times0 = 25$ euros

c) Sendo a OFERTA = PROCURA as restrições do problema Primal quer de oferta, quer de procura, são do tipo "=".

Assim, as variáveis do problema Dual correspondentes às restrições de oferta (u_i) e às restrições de procura (v_j) são livres, ou seja, não têm qualquer restrições de valor e, por isso, podem assumir valores negativos