Exame Época Normal 17/18

1) • **Variáveis de Decisão**

$x_1 \rightarrow$ nº de espinafres por refeição

$x_2 \rightarrow$ " " cenouras " "

$x_3 \rightarrow$ " " ovos " "

• **Função objetivo**

$$\text{Min } Z = 0.53x_1 + 0.35x_2 + 0.72x_3$$

• **Restrições**

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 1.5$ kg (quantidade máxima diária)

$3x_1 + x_2 + 0.9x_3 \geq 8$ (necessidades diárias de ferro)

$7400x_1 + 14500x_2 + 3215x_3 \geq 4500$ (necessidades diárias de vitamina A)

$0.1x_2 + x_3 \geq 2$ (necessidades diárias de vitamina B12)

$0.4x_1 + 0.005x_2 + 0.05x_3 \geq 0.4$ (necessidades diárias de Ácido Fólico)

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0$

2) a) $\text{Min } Z = -x_1 + 2x_2$ $\rightarrow$ $\text{Max } Z' = x_1 - 2x_2 - Mx_4$

s.a

$x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1 - x_2 \leq 1$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

s.a

$x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1 - x_2 \leq 1$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

$\rightarrow$

$x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 6$ (x_3 surplus, x_4 artificial)

$x_1 - x_2 + x_5 = 1$ (x_5 slack)

		1	-2	0	-M	0		
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	
x_4	-M	1	3	-1	1	0	6	(1)
x_5	0	1	-1	0	0	1	1	(2)
$z_j - c_j$		-M -1	-3M +2	M	0	0	-6M	

SBNA $x = (0, 0, 0, 6, 1)$

$Z' = -6M$

		1	-2	0	-M	0		
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	
x_2	-2	1/3	1	-1/3	1/3	0	2	$\frac{2}{\frac{1}{3}}$
x_5	0	4/3	0	-1/3	1/3	1	3	$3/4/3$
$z_j - c_j$		-5/3	0	2/3	-2/3 + M	0	-4	

$(1)' = 1/3\,(1)$

$(2)' = (2) + (1)'$

SBNA $x = (0, 2, 0, 0, 3)$

$Z' = -4$

	x_1 (1)	x_2 (−2)	x_3 (0)	x_4 (−M)	x_5 (0)	b
x_2 −2	0	1	−1/4	1/4	−1/4	5/4
x_1 1	1	0	−1/4	1/4	3/4	9/4
$z_j - c_j$	0	0	1/4	−1/4 + M	5/4	−1/4

$(1)'' = (1)' - \frac{1}{3}(2)''$

$(2)'' = 3/4\,(2)'$

Quadro ótimo, $x^* = (9/4,\ 5/4,\ 0,\ 0,\ 0)$ $z'^* = -1/4 \Rightarrow z^* = 1/4$

b) O objetivo da técnica do grande "M" é fazer com que as artificiais desapareçam.
Esta técnica atribui às variáveis artificiais do problema um coeficiente na função objetivo igual a −M, sendo M uma constante positiva muito elevada. Deste modo as artificiais penalizam-se fortemente.

3)

a) $\max z = -x_1 + 4x_2 = 4$ $(-4, 0)$ $(0, 1)$

s.a

$3x_1 + 2x_2 \geq 12$ $(4, 0)$ $(0, 6)$ (1)

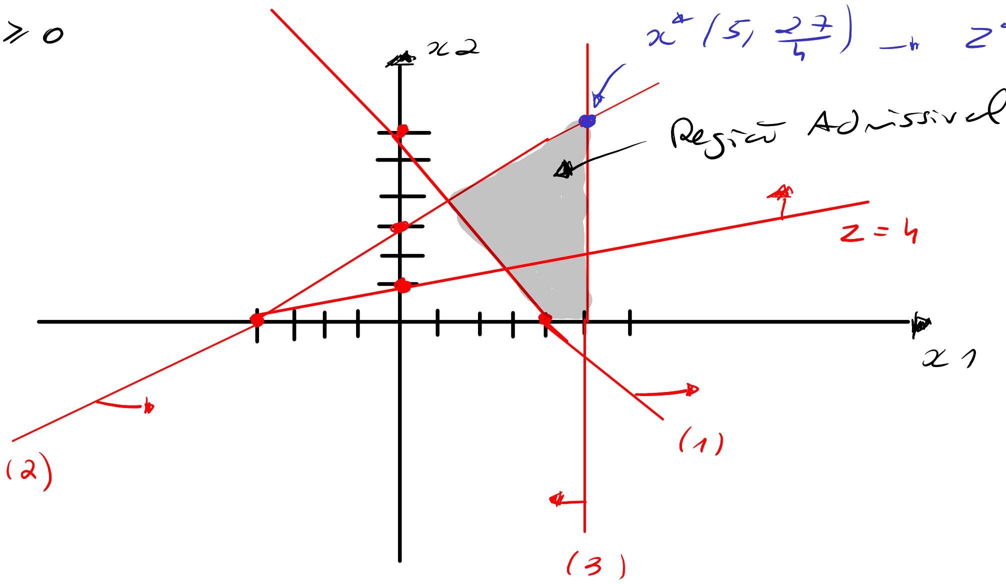
$-3x_1 + 4x_2 \leq 12$ $(-4, 0)$ $(0, 3)$ (2)

$x_1 \leq 5$ (3)

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

$x^* = \begin{cases} x_1 = 5 \\ -3x_1 + 4x_2 = 12 \end{cases} (=) \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_ \\ x_2 = \frac{27}{4} \end{cases}$

$x^*\left(5, \frac{27}{4}\right) \rightarrow z^* = 22$



b) ||Primal||

$\max z = -x_1 + 4x_2$

s.a

$3x_1 + 2x_2 \geq 12 \leftarrow u_1$

$-3x_1 + 4x_2 \leq 12 \leftarrow u_2$

$x_1 \leq 5 \leftarrow u_3$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

||Dual||

$\min z_d = 12u_1 + 12u_2 + 5u_3$

s.a

$3u_1 - 3u_2 + u_3 \geq -1$

$2u_1 + 4u_2 \geq 4$

$u_1 \leq 0,\ u_2 \geq 0,\ u_3 \geq 0$

c) U1 têm de ser negativo ou ∅ porque na alínea anterior $U_1 \leq 0$

Depois temos de olhar para as restrições

$3 \times (-1) - 3 \times 2 + 3 = -6 \geq -1$ ✗ } B

$3 \times (-1) - 3 \times 2 + 2 = -4 \geq -1$ ✗ } C

→ Como a 1ª restrição dá logo falso, não precisamos de verificar as restantes

Nenhuma das soluções seria válida

4) OFerta = 6+6+4 = 16 } OFERTA > PROCURA

PROCURA = 7+7 = 14

Fictício

a)

	C1	C2	C3	
L1	6 (2)	X (6)	X (0)	~~6~~ 0
L2	X (3)	4 (5)	2 (0)	~~6~~ ~~4~~ 0
L3	1 (1)	3 (4)	X (0)	~~4~~ ~~3~~ 0
	~~7~~ ~~1~~ 0	~~7~~ ~~4~~ 0	~~2~~ 0	

Penalidades

L1 = 2	$\boxed{L1 = 4}$	L1 = —
$\boxed{L2 = 3}$	L2 = 2	L2 = 2
L3 = 1	L3 = 3	$\boxed{L3 = 3}$
C1 = 1	C1 = 1	C1 = 2
C2 = 1	C2 = 1	C2 = 1
C3 = 0	C3 = —	C3 = —

Custo da solução

$Z = 6 \times 2 + 4 \times 5 + 1 \times 1 + 3 \times 4 + 2 \times 0 = 45$ UM

b)

	V1 = 2	V2 = 5	V3 = 0	
U1 = 0	6 (2)	(6)	(0)	6
U2 = 0	(3)	4 (5)	2 (0)	6
U3 = −1	1 (1)	3 (4)	(0)	4
	7	7	2	

Fictício

Células desocupadas

(1,2) = 0 + 5 ≤ 6 ✓

(1,3) 0 + 0 ≤ 0 ✓

(2,1) 0 + 2 ≤ 3 ✓

(3,3) −1 + 0 ≤ 0 ✓

Min = {6, 2, 3} = 2

Quadro ótimo, no entanto tem uma igualdade, logo há um quadro ótimo alternativo

Custo de transporte

$x_{11}^* = 6$; $x_{22}^* = 4$; $x_{23}^* = 2$; $x_{31}^* = 1$; $x_{32}^* = 3$

$Z^* = 45$ UM

|| Quadro ótimo alt. ||

	C1	C2	C3	
L1	4 (2)	(6)	2 (0)	6
L2	(3)	6 (5)	(0)	6
L3	3 (1)	1 (4)	(0)	4
	7	7	2	

Fictício

Custo de transporte do quadro alternativo

$Z^* = 4 \times 2 + 2 \times 0 + 6 \times 5 + 3 \times 1 + 1 \times 4 = 45$ UM

$x_{11}^* = 4$; $x_{13}^* = 2$; $x_{22}^* = 6$; $x_{31}^* = 3$;

$x_{32}^* = 1$ e as restantes = ∅

c) Do L_1 vão 6 lotes para C_1

Do L_2 vão 4 lotes para C_2

Do L_3 vai 1 lote para C_1 e 3 lotes para C_2.

O L_2 fica com 2 lotes excedentes.