Dica Ficha 2

se x primo então 1 divide x e x divide x

Apenas: • ñ existe outro nº que divide x

• se y divide x, então $y=1$ ou $y=x$

TESTE : 18 Dez , 18h-20h

Auditório 2

Aula de dúvidas , presencial

17 Dez , 18h

C4.06

SEMÂNTICA

Analise o valor de verdade de uma proposição.

ex:

p: Hoje está a chover. V

q: Hoje é quinta-feira. F

$\sim p$: Hoje não está a chover. F

$\sim q$: Hoje não é quinta-feira. V

$p \wedge q$: Hoje está a chover e é quinta-feira. F

$p \vee q$: Hoje está a chover ou é quinta-feira. V

REGRA PARA OS CONECTIVOS

$\sim$

p	$\sim p$
V	F
F	V

$V \equiv 1$

$F \equiv 0$

$\neg$ $\quad \sim$ $\equiv$ negação

p	$\sim p$
1	0
0	1

$\wedge$:

conjunção

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

$\vee$:

disjunção

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

ex: $\sim(p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

ex: $\sim(p \wedge (q \vee r)) \wedge p$

$\overbrace{\quad\quad\quad}^{n}$

p	q	r	$a: q \vee r$	$b: p \wedge a$	$\sim b$	$\sim b \wedge p$
1	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0

2^n

Quais os valores de verdade de p, q e r que tornam a proposição

$$\sim(p \wedge (q \vee r)) \wedge p$$

verdadeira?

R: A proposição só é verdadeira quando p é V e q e r são ambos F.

ex:

$$p \vee \sim p$$ (uma proposição ou é V ou é F)

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
1	0	1
0	1	1

<u>Def</u>: Uma proposição que só admite como valor de verdade VERDADEIRO diz-se TAUTOLOGIA

ex: $p \wedge \sim p$

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
1	0	0
0	1	0

<u>Def</u>: Uma proposição que só admite como valor de verdade FALSO, diz-se uma contradição.

<u>Def:</u> Uma proposição que não é tautologia nem contradição, diz-se <u>contingência</u>.

$\Rightarrow$ $\qquad p \Rightarrow q$ $\qquad$ implicação

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$\Leftrightarrow$

equivalência

$$p \Leftrightarrow q$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

ex: Vamos ver que $p \Leftrightarrow q$ é o mesmo $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

PROPRIEDADES (CONECTIVOS)

1. $(a \wedge b) \Leftrightarrow (b \wedge a)$
2. $(a \vee b) \Leftrightarrow (b \vee a)$
3. $\sim(\sim a) \Leftrightarrow a$
4. $\sim(a \underline{\wedge} b) \Leftrightarrow (\sim a \underline{\vee} \sim b)$
5. $\sim(a \underline{\vee} b) \Leftrightarrow (\sim a \underline{\wedge} \sim b)$

Leis de De Morgan

6. $a \Rightarrow b \Leftrightarrow (\sim a \vee b)$
7. $\sim(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow \sim b \Rightarrow \sim a$
8. $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow ((a \Rightarrow b) \wedge b \Rightarrow a)$

ex: Mostre que a regra

$\sim(a \wedge b) \Leftrightarrow (\sim a \vee \sim b)$ é

uma tautologia.

a	b	$a \wedge b$	$\overbrace{\sim(a \wedge b)}^{X}$	$\sim a$	$\sim b$	$\overbrace{\sim a \vee \sim b}^{Y}$	$X \Leftrightarrow Y$
1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1

Logo a pro. é TAUTOLOGIA

Semântica p/ Linguagens c/ quantificadores:

ex.: $A = \{1, 2, 3, 4\}$

- $\forall x \in A$ (x é par) FALSO

  pq $x = 1$ ñ é par

- $\exists x \in A$ ($x^2 \in A$) VERDADEIRO

  $x=1$, $x^2 = 1 \in A$, $x = 2$ pq $x^2 = 4 \in A$

<u>Def</u>: $\forall x \, (P(x))$ é <u>verdadeira</u>

sse $P(x)$ é verdadeira p/ todo o valor x

Se existir x tal que $P(x)$ é falsa, então a condição $\forall x \, (P(x))$ é falsa.

<u>Def:</u> A condição $\exists x\,(P(x))$ é verdadeira sse existir pelo menos um valor x que torne $P(x)$ verdadeira.

Se para todo x, temos que $P(x)$ é falsa, então $\exists x\,(P(x))$ é falsa.

ex: $\exists x \in \mathbb{R}\ (|x| = 0)$ V ou F?

Visto que $|0| = 0$, então a expressão é verdadeira.

ex: $\exists x \in \mathbb{R}\ (|x| = -1)$ V ou F?

Falso pq $|x| \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$

ex: $\forall x \left(x = \frac{x}{2} \right)$

Contra-exemplo: $x = 4$

$4 = \frac{4}{2}$ ✗

Logo, $\forall x \left(x = \frac{x}{2} \right)$ é falso.

ex: $\exists x \left(x = \frac{x}{2} \right)$

$x = 0$, $\frac{x}{2} = \frac{0}{2} = 0$

Logo $0 = \frac{0}{2}$. Assim, existe x tal que $x = \frac{x}{2}$.

Verdadeiro

Podemos resolver a equação p/ ver se tem solução:

$$x = \frac{x}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{1_{(2)}} - \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{2} - \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x - x}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \times 2 = \underline{\underline{0}}$$

ou

$$x = \frac{x}{2} \Leftrightarrow 2x = x \Leftrightarrow 2x - x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 0}}$$

ex:

$$\forall x \, \exists y \, (x = 2y) \iff$$

$$\iff \forall x \, \exists y \, \left(y = \frac{x}{2}\right)$$

SIM:

escolhemos x. conseguimos

construir o n: $y = \frac{x}{2}$

ex: $\exists y \, \forall x \, (x = 2y) \iff$

$\iff \exists y \, \forall x \, \left(y = \frac{x}{2} \right)$

"existe um y que seja metade de todos os número x?"

<u>NÃO!</u>

ex: $\exists x \left(\frac{x}{2} \in \mathbb{Z} \right)$

$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

$x = 2$ $\qquad \frac{2}{2} = 1 \in \mathbb{Z}$

Verdaderro

ex: $\forall x \left(\frac{x}{2} \in \mathbb{Z}\right)$

Contra-exemplo

$x = 1 \qquad \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$

FALSO

LEIS DE DE MORGAN

nome

1. $\sim\left(\forall x\,(p(x))\right) \Leftrightarrow \exists x\,(\sim p(x))$

2. $\sim\left(\exists x\,(p(x))\right) \Leftrightarrow \forall x\,(\sim p(x))$