exercícios Aula 6

5 - 5 dígitos
capicua
"9" apareça exactamente 2 vezes

$$\underline{a}\ \underline{b}\ \underline{c}\ \underline{b}\ \underline{a}$$

Temos 2 hipóteses $a = 9$ ou

$b = 9$

hip 1: $a = 9$

$$\underbrace{9}_{1} \times \underbrace{b}_{9} \times \underbrace{c}_{9} \quad \underbrace{b}_{1} \times \underbrace{9}_{1} = 81$$

hip 2: $b = 9$

$$\underbrace{a}_{9} \times \underbrace{9}_{1} \times \underbrace{c}_{9} \times \underbrace{9}_{1} \times \underbrace{a}_{1} = 81$$

hip 1 + hip = 81 + 81 = 162

BINÁRIOS

0, 1

$$n^{\underline{o}} = c_0 \cdot 2^0 + c_1 \cdot 2^1 + c_2 \cdot 2^2 + \dots + c_n 2^n$$

$$= c_0 + c_1 \cdot 2 + c_2 \cdot 4 + c_3 \cdot 8 + \dots$$

$$c_i = 0, 1$$

Decimais	Binários
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110

2^n: 1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

$1 \times 2 + 0 \times 1 = 2$

$1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 3$

$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 4$

$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$

$1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 6$

2^n

Dec	Bin
7	111
8	1000
9	1001
10	1010

64	32	16	8	4	2	1
				1	1	1
			1	0	0	0
			1	0	0	1
			1	0	1	0

Passagem de um número da base 2 p/ base 10

ex: $(1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1)_2 = (\,?\,)_{10}$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

$$= (1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0)_{10} =$$

$$= (64 + 16 + 8 + 2 + 1)_{10} = (91)_{10}$$

Dec : $91 = 90 + 1 =$

$= \underline{9} \times 10^1 + \underline{1} \times 10^0$

ex: $(1100111)_2 =$

$= 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 +$

$+ 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^6 =$

$= 1 + 2 + 4 + 32 + 64 = 103$

Passagem de decimal p/ binário

$(10)_{10}$

$$
\begin{array}{r|l}
10 & 2 \\
\underline{\underline{0}} \quad 5 & 2 \\
\underline{\underline{1}} \quad 2 & 2 \\
\underline{\underline{0}} \quad 1 & 2 \\
\underline{\underline{1}} & 0
\end{array}
$$

$$10 = 2 \times 5 = 2(2 \times 2 + 1) = 2(2(2 \times 1) + 1) =$$

$$= 2^2 . (2 \times 1) + 2 =$$

$$= 2^3 + 2 = \underline{\underline{1}} \times 2^3 + \underline{\underline{0}} \times 2^2 + \underline{\underline{1}} \times 2^1 + \underline{\underline{0}} \times 2^0$$

ex: $(100)_{10} = (?)_2$

$$
\begin{array}{llllllll}
100 & \underline{\lfloor 2} & & & & & & \\
\underline{\underline{0}} & 50 & \underline{\lfloor 2} & & & & & \\
& \underline{\underline{0}} & 25 & \underline{\lfloor 2} & & & & \\
& & \underline{\underline{1}} & 12 & \underline{\lfloor 2} & & & \\
& & & \underline{\underline{0}} & 6 & \underline{\lfloor 2} & & \\
& & & & \underline{\underline{0}} & 3 & \underline{\lfloor 2} & \\
& & & & & \underline{\underline{1}} & 1 & \underline{\lfloor 2} \\
& & & & & & \underline{\underline{1}} & 0
\end{array}
$$

$(100)_{10} = (1\,1\,0\,0\,1\,0\,0)_2$

ex:

$$1000 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{0}} \quad 500 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{0}} \quad 250 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{0}} \quad 125 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{1}} \quad 62 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{0}} \quad 31 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{1}} \quad 15 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{1}} \quad 7 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{1}} \quad 3 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{1}} \quad 1 \,\lfloor 2$$
$$\underline{\underline{1}} \quad 0$$

$$(1000)_{10} = (1111101000)_2$$

ex:

$$
\begin{array}{ccccccccc}
155 & \underline{|\,2\,} & & & & & & & \\
15 & 77 & \underline{|\,2\,} & & & & & & \\
\underline{\underline{1}} & 17 & 38 & \underline{|\,2\,} & & & & & \\
 & \underline{\underline{1}} & 18 & 19 & \underline{|\,2\,} & & & & \\
 & & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{1}} & 9 & \underline{|\,2\,} & & & \\
 & & & & \underline{\underline{1}} & 4 & \underline{|\,2\,} & & \\
 & & & & & \underline{\underline{0}} & 2 & \underline{|\,2\,} & \\
 & & & & & & \underline{\underline{0}} & 1 & \underline{|\,2\,} \\
 & & & & & & & \underline{\underline{1}} & 0
\end{array}
$$

$$(155)_{10} = (10011011)_2$$

2^n :

2^n :	256	128	64	32	16	8	4	2	1
155 :		1	0	0	1	1	0	1	1

c. aux :

$155 - 128 = 27$

$27 - 16 = 11$

$11 - 8 = 3$

CURIOSIDADE

Soma:

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle +1\ \ +1\ \ +1\ \ +1\ \ \ } \\
1\ 0\ 1\ 1 \\
+\ 0\ 1\ 1\ 1 \\
\hline
1\ 0\ 0\ 1\ 0
\end{array}
$$

NOTA:

1+1 = 0
e "vai 1"
p/ a coluna
à esquerda

$$(1011)_2 = 8+2+1 = 11$$

$$(111)_2 = 4+2+1 = 7$$

$$(11+7)_{10} = (18)_{10} = (16+2)_{10} = (10010)_2$$

16	8	4	2	1
1	0	0	1	0

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Qualquer número em notação científica tem o formato

$$\sqcup , \sqcup \sqcup \times 10^n \quad , n \in \mathbb{Z}$$

ex: $127 = 1,27 \times 10^2$

ex: $1.120.000 = 1,12 . 10^6$

ex: $0,000000112 = 1,12 . 10^{-7}$

ex $0,0000000000123 = 1,23 \cdot 10^{-10}$

$= 12,3 \cdot 10^{-11}$

$= 123 \cdot 10^{-12}$

NOTA:

$10^0 = 1$

$10^1 = 10$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1000$

$10^4 = 10.000$

, $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$

, $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$

, $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$

, $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0,0001$

ex: $278\,000\,000\,000 =$

$= 2{,}78 \cdot 10^{11}$

ex: $0{,}000000000000793 =$

$= 7{,}93 \cdot 10^{-13}$

ex: $0{,}010000793 \simeq 1{,}0000793 \cdot 10^{-2}$

$\simeq 1 \cdot 10^{-2}$

OPERAÇÕES

- Soma / subtracção

ex: $1,2 \cdot 10^3 + 3 \cdot \underbrace{10^4}_{10^4 = 10^1 \cdot 10^3} = 1,2 \cdot 10^3 + 3 \times 10 \times 10^3 =$

$= 1,2 \cdot \underline{\underline{10^3}} + 30 \cdot \underline{\underline{10^3}} = (1,2 + 30)\, \underline{\underline{10^3}} =$

$= 31,2 \cdot 10^3 = 3,12 \cdot 10 \cdot 10^3 =$

$= 3,12 \cdot 10^4$

ex: $7{,}1 \cdot \underline{\underline{10}}^{-2} + 0{,}3 \cdot \underbrace{10^{-4}}_{10^{-2-2} = 10^{-2} \cdot 10^{-2}} =$

$= 7{,}1 \cdot \underline{\underline{10}}^{-2} + 0{,}3 \cdot 10^{-2} \cdot \underline{\underline{10}}^{-2} =$

$= (7{,}1 + 0{,}3 \cdot 10^{-2})\,10^{-2} =$

$= (7{,}1 + 0{,}003) \cdot 10^{-2} = 7{,}103 \cdot 10^{-2}$

ex: $7{,}1 \cdot 10^{-2} - 0{,}3 \cdot 10^{-4} = \ldots =$

$= (7{,}1 - 0{,}003) \cdot 10^{-2} = 7{,}097 \cdot 10^{-2}$

PRODUTO / DIVISÃO

ex: $1,2 \cdot 10^4 \times 5,7 \cdot 10^2 =$

$= 1,2 \times 5,7 \cdot 10^4 \cdot 10^2 =$

$= 1,2 \times 5,7 \cdot 10^6$

ex: $\frac{1,2 \cdot 10^4}{5,7 \cdot 10^2} = \frac{1,2}{5,7} \cdot 10^{4-2} = \frac{12}{57} \cdot 10^2 =$

$= \frac{4}{19} \cdot 10^2 \cong 0,21 \cdot 10^2 =$

$= 2,1 \cdot 10^{-1} \cdot 10^2 = 2,1 \cdot 10$

LÓGICA MATEMÁTICA

Def: frases declarativas: frase afirmativa que ñ tem de ter valor de verdade (ñ tem de ser verdadeira ou falsa).

Def: proposição: frase declarativa à qual se pode atribuir um valor de verdade.

ex: • "Hoje esteve um dia de sol."

é uma proposição c/ valor

de verdade FALSO

• "Estamos numa aula."

é uma proposição VERDADEIRA.

• "Só digo mentiras."

ñ é uma proposição (ñ

consigo atribuir V ou F).

Sintaxe → símbolos p/ descrever a realidade

Semântica → estudo do valor de verdade

Sintaxe

→ $p, q, r, s, \ldots$ vão designar proposições

SÍMBOLOS PROPOSICIONAIS

ex: $p \equiv$ o gato está em cima do sofá

$q \equiv$ o rato escondeu-se

$r \equiv$ começou a chover

$s \equiv$ está frio

→ Conectivos

- $\neg$ ou $\sim$ negação

  $\neg a$ ou $\sim a$ negação de a

  ex: $\neg p \equiv$ "o gato não está em cima do sofá."

- $\wedge$ conjunção

  $a \wedge b$ "a e b"

ex: $r \wedge s \equiv$ "começou a chover e está frio"

- $\vee$ disjunção

$a \vee b$ "a ou b"

ex: $r \vee s \equiv$ "começou a chover ou está frio"

- $\Rightarrow$ Implicação

$a \Rightarrow b$ "a implica b"

ou "se acontece a, então acontece b"

ex: $s \Rightarrow p \equiv$ "se está frio, então o gato está em cima do sofá"

- <=> equivalência

a<=>b "a equivalente a b"

ou "a se e só se b"

ex: p<=>q : "o gato está em cima do sofá sse o rato se escondeu".

Linguagem da lógica proposicional

$p, q, \ldots$ símbolos proposicionais

conectivos: $\left\{ \begin{matrix} \sim \\ \neg \end{matrix} \right\}$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$

——————— " ———————

$\forall$ $\equiv$ quantificador universal

"para todo"

$\exists$ $\equiv$ quantificador existencial

"existe algum" ou "para algum"

ex: Todos os gatos são pretos.

$$\boxed{\forall x \quad P(x)}$$

$x \in \{gatos\}$

$P(x) \equiv x$ é preto

$\forall x \equiv$ para todo o gato

$P(x) \equiv$ gato x é preto

$\forall x \, P(x) \equiv$ todo o gato é preto.

ex: $\exists x \quad A(x)$

$x \in \{\text{crianças}\}$

$A(x) \equiv$ x é o mais alto da turma.

pelo menos

$\exists x\, A(x) \equiv$ existe uma criança que é a mais alta da turma ex: Para toda a turma existe pelo menos uma criança mais alta.

$z \in \{\text{turmas}\}$

$x \in \{\text{crianças}\}$

$A(x) \equiv x$ é a criança mais alta.

$$\boxed{\forall z \; \exists x \; A(x)}$$

ex: $\forall x \, (x \text{ é par} \Rightarrow \exists y \, (x = 2y))$

$x, y \in \mathbb{Z}$

para todo o número inteiro x, se x é par, então x é o dobro de algum número inteiro.

ex: De 28 alunos pelos menos 2 estão activos.

$x \in \{x_1, \dots, x_{28}\} = T$

$y, z \in T$

$\exists y \exists z$ (y está activo $\wedge$
z está activo $\wedge$ $y \neq z$)