

PARTE 1 – CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Ficha de avaliação 1

Entregar até dia 9 de Dezembro

Elaborado por **Patrícia Engrácia**

15 de Dezembro de 2020

1 Exercícios

Exercício 1 *Resolva as seguintes equações e inequações de 1.ª ordem.*

1. $2x - 1 = 2 - x$

$$\begin{aligned} 2x - 1 = 2 - x &\Leftrightarrow 2x + x = 2 + 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = 1 \end{aligned}$$

2. $-x + 10 < 4x - 5$

$$\begin{aligned} -x + 10 < 4x - 5 &\Leftrightarrow -x - 4x < -5 - 10 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -5x < -15 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x > \frac{-15}{-5} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x > 3 \end{aligned}$$

3. $\frac{x+1}{x} = -\frac{1}{x} - 1$

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{x} = -\frac{1}{x} - 1 &\Leftrightarrow \frac{x+1}{x} + \frac{1}{x} = -1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{x+2}{x} = -1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x+2 = -x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x+x = -2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = -1 \end{aligned}$$

4. $7 - 2x = x - 5 + \frac{1}{3}x$

$$\begin{aligned}
 7 - 2x &= x - 5 + \frac{1}{3}x \Leftrightarrow -2x - x - \frac{1}{3}x = -5 - 7 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow -3x - \frac{1}{3}x = -12 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow -\frac{10}{3}x = -12 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x = -12 \times \left(-\frac{3}{10}\right) \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{18}{5}
 \end{aligned}$$

Exercício 2 Calcule sem recorrer a calculadora.

1. $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{7}\right) =$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{7}\right) &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{14}{21} - \frac{3}{21}\right) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{21} = \\
 &= \frac{11}{42}
 \end{aligned}$$

2. $\frac{\frac{-2}{3} + \frac{7}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}} =$

$$\begin{aligned}
 \frac{\frac{-2}{3} + \frac{7}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}} &= \frac{\frac{-4}{6} + \frac{21}{6}}{\frac{2}{15}} = \\
 &= \frac{\frac{17}{6}}{\frac{2}{15}} = \\
 &= \frac{17}{6} \times \frac{15}{2} = \\
 &= \frac{85}{4}
 \end{aligned}$$

3. $\frac{1}{\frac{3}{4} + 2 \cdot \frac{10}{3}} =$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\frac{3}{4} + 2 \cdot \frac{10}{3}} &= \frac{1}{\frac{3}{4} + \frac{20}{3}} = \\
 &= \frac{1}{\frac{9}{12} + \frac{80}{12}} = \\
 &= \frac{1}{\frac{89}{12}} = \\
 &= \frac{12}{89}
 \end{aligned}$$

4. $\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{9}\right) \cdot \left(2 + \frac{7}{3}\right) =$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{9}\right) \cdot \left(2 + \frac{7}{3}\right) &= \left(\frac{9}{45} - \frac{10}{45}\right) \cdot \left(\frac{6}{3} + \frac{7}{3}\right) = \\ &= -\frac{1}{45} \cdot \frac{13}{3} = \\ &= -\frac{13}{135}\end{aligned}$$

Exercício 3 Resolva as seguintes equações e inequações.

1. $|x - 2| = 7$

$$\begin{aligned}|x - 2| = 7 &\Leftrightarrow x - 2 = 7 \vee x - 2 = -7 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = 9 \vee x = -5\end{aligned}$$

2. $-2|3x - 1| + 1 = -5$

$$\begin{aligned}-2|3x - 1| + 1 = -5 &\Leftrightarrow -2|3x - 1| = -6 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow |3x - 1| = 3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 3x - 1 = 3 \vee 3x - 1 = -3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 3x = 4 \vee 3x = -2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \vee x = -\frac{2}{3}\end{aligned}$$

3. $|-x| \geq -2$

Visto que $|-x| = |x|$ e que $|x| \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, sai que

$$|-x| = |x| \geq 0 \geq -2$$

e, portanto, a inequação é verdadeira para todo $x \in \mathbb{R}$.

4. $-2 + |x + 1| < 10$

$$\begin{aligned}-2 + |x + 1| < 10 &\Leftrightarrow |x + 1| < 12 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x + 1 < 12 \wedge x + 1 > -12 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x < 11 \wedge x > -13 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in]-13, 11[\end{aligned}$$

Exercício 4 O comprimento de onda de uma onda de rádio (w) é uma função da sua frequência (f). As duas grandezas estão relacionadas pela fórmula

$$w = \frac{300000}{f},$$

em que w representa o comprimento de onda em metros e f representa a frequência em kilociclos por segundo.

1. Qual a relação entre as grandezas w e f ? Justifique.

$$w = \frac{300000}{f} \Leftrightarrow wf = 300000$$

Assim, conclui-se que as duas grandezas são inversamente proporcionais, sendo 300000 a constante de proporcionalidade.

2. O que acontece ao comprimento de onda quando a frequência de uma onda de rádio duplica? E quando é reduzida a metade?

Quando a frequência da onda duplica, o comprimento diminui para metade e quando a frequência diminui para metade, o comprimento de onda duplica.

3. Resolva a equação dada em ordem a f .

$$w = \frac{300000}{f} \Leftrightarrow wf = 300000 \Leftrightarrow f = \frac{300000}{w}$$

4. Determine a frequência de uma onda de rádio cujo comprimento de onda é de 1500 metros.

Se $w = 1500$, sai que

$$f = \frac{300000}{w} = \frac{300000}{1500} = 200$$

Exercício 5 Sabendo que em 2h a temperatura numa dada localidade desceu 10°C , qual a taxa de variação da temperatura? Qual a interpretação?

Seja T a temperatura e ΔT a variação da temperatura e x as horas e Δx a variação nas horas. Assim, temos que para $\Delta x = 2h$, a variação da temperatura é $\Delta T = -10$, de onde podemos calcular a taxa de variação média da temperatura.

$$TVM_T = \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{-10}{2} = -5$$

Logo, a taxa de variação média da temperatura é de $-5^\circ\text{C}/h$.