exer 2.3

$$\frac{x}{3} + \frac{1}{1} < x - 1$$

$$(3) \qquad (3) \quad (3)$$

- $$\frac{x}{3} + \frac{3}{3} < \frac{3x}{3} - \frac{3}{3} \iff$$

$$\iff \frac{x+3}{3} < \frac{3x-3}{3} \iff$$

$$\iff x+3 < 3x-3 \iff$$

$$\iff 3+3 < 3x - x \iff 6 < 2x$$

$\Leftrightarrow \quad 6 < 2x \Leftrightarrow 2x > 6 \Leftrightarrow \boxed{x > \frac{6}{2} = 3}$

- $\frac{x}{3} + 1 < x - 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{x}{3} - x < -1 - 1 \Leftrightarrow$ $\quad (\cdot 3)$

$\Leftrightarrow \frac{x}{3} - \frac{3x}{3} < -2 \Leftrightarrow \frac{x-3x}{3} < -2$

$\Leftrightarrow \frac{-2x}{3} < -2 \Leftrightarrow -2x < -6 \Leftrightarrow$

$$x > \frac{-6}{-2} = 3$$

Nota:

Em produtos e em divisões:

$$+ + = +$$
$$+ - = -$$
$$- + = -$$
$$- - = +$$

1.3 $x + 1 = x - 1 \iff$

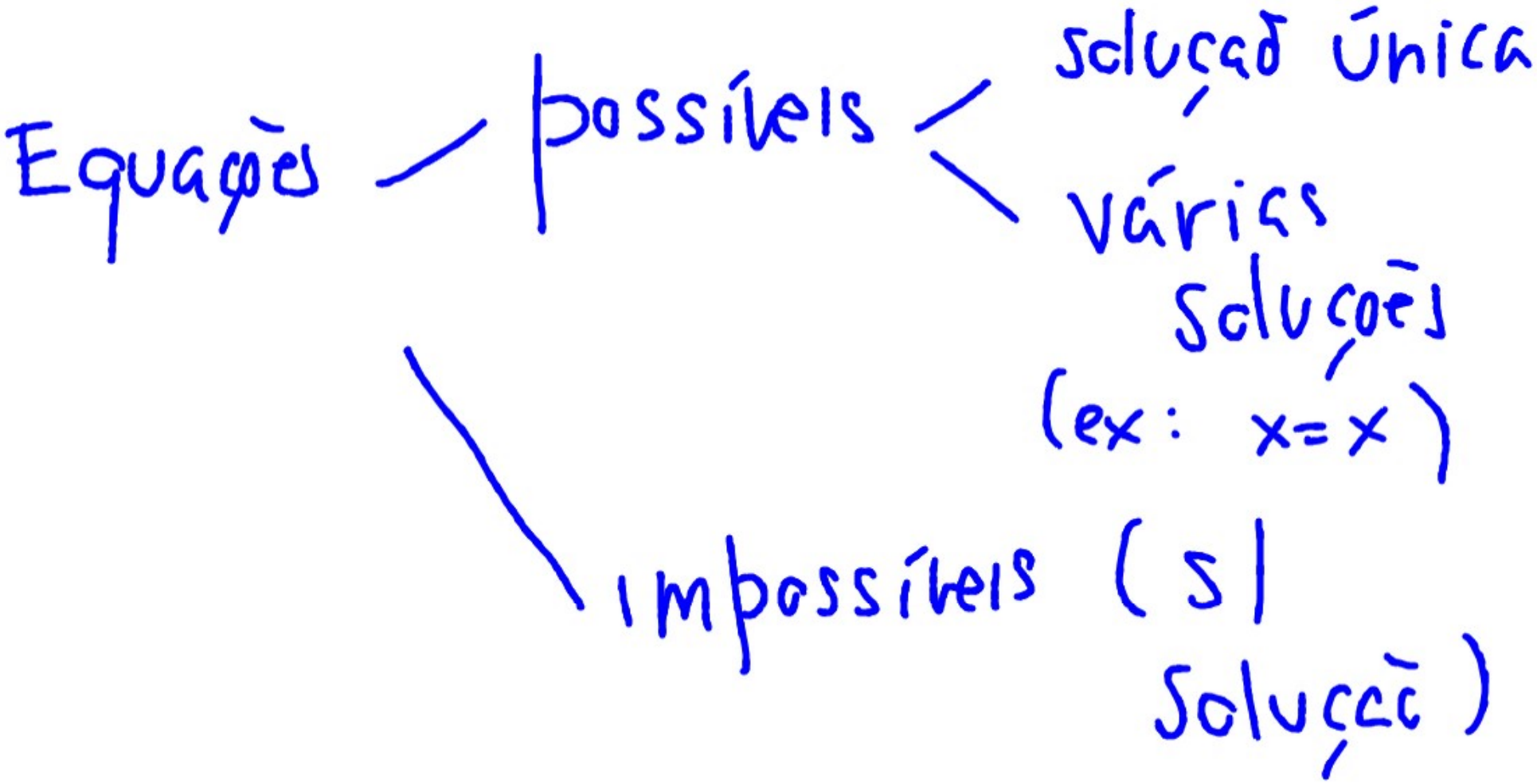
$\iff x - x = -1 - 1 \iff$

$\iff \boxed{0 = -2}$ eq. impossível

Logo não existe solução

1.4 $x = x$ é sempre verdadeira

Conj. soluções: $CS = \mathbb{R}$


Equações
possíveis
solução única
várias soluções
(ex: x=x)
impossíveis (s/ solução)

Verificação de soluções:

Depois de obtermos uma solução, podemos verificar se a solução é válida, substituindo a variável x pelo valor obtido na equação inicial.

exerc. 1.1.

$$24x - 3 = 2x \iff$$

$$\iff 24x - 2x = 3 \iff$$

$$\iff 22x = 3 \iff \boxed{x = \frac{3}{22}}$$

Verifichiamo:

$$24x - 3 = 2x \underset{x=3/22}{\Rightarrow} \frac{24}{1}\cdot\frac{3}{22} - 3 = \frac{2}{1}\cdot\frac{3}{22}$$

$$\iff \frac{24\cdot 3}{22} - 3 = \frac{2\cdot 3}{1\cdot 22} \iff$$

$$\frac{\cancel{2}\cdot 12\cdot 3}{\cancel{2}\cdot 11} - 3 = \frac{\cancel{2}\cdot 3}{\cancel{2}\cdot 11} \iff$$

$$\iff \frac{36}{11} - \underset{(11)}{3} = \frac{3}{11} \iff$$

$$\iff \frac{36}{11} - \frac{3\cdot 11}{11} = \frac{3}{11} \iff$$

$$\iff \frac{36}{11} - \frac{33}{11} = \frac{3}{11} \iff \frac{36-33}{11} = \frac{3}{11}$$

$$\iff \frac{3}{11} = \frac{3}{11} \checkmark$$

Verificação feita e Solução correcta!

OPERAÇÕES DE FRACÇÕES

- DIVISÃO

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

1ª maneira: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

2ª maneira: $\left(\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}\right) = \frac{ad}{bc}$

ex: $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 1} = \frac{4}{3}$

ex:  $\frac{1}{2}$

$\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ✓

Potências de expoente inteiro

$2^{3} = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ vezes}}$

$3^{5} = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{5 \text{ vezes}}$

a^{b} → potência,

$a \equiv$ base

$b \equiv$ expoente

Regras das potências

- $a^n \cdot b^n = (ab)^n$

$$\underbrace{a.a....a}_{n} \underbrace{.b.b...b}_{n} = \underbrace{ab\ ab\ ...\ ab}_{n}$$

- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$$\frac{\overbrace{a.a...a}^{n\ vezes}}{\underbrace{b.b...b}_{n\ vezes}} = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot ... \cdot \frac{a}{b}}_{n\ vezes} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$$\underbrace{\underbrace{a.a\ldots a}_{n \text{ vezes}} \cdot \underbrace{a.a\ldots a}_{m \text{ vezes}}}_{n+m \text{ vezes}} = a^{n+m}$$

- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Se $n > m$

$$\frac{\overbrace{a.a\ldots a}^{n \text{ vezes}}}{\underbrace{a.a\ldots a}_{m \text{ vezes}}} = \frac{\overbrace{a.a\ldots a}^{m} \overbrace{a\ldots a}^{n-m}}{\underbrace{a.a\ldots a}_{m \text{ vezes}}} = \underbrace{a\ldots a}_{n-m \text{ vezes}} = a^{n+m}$$

ex: $\frac{2^{10}}{2^8} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} =$

$= \frac{2 \cdot 2}{1} = 2^2 = 2^{10-8}$

- $a^0 = 1$

$$\frac{2^3}{2^3} = \frac{2.2.2}{2.2.2} \overset{\text{regra}}{=} 2^{3-3} = 2^0$$

mas por outro lado

$$\frac{\cancel{2}.\cancel{2}.\cancel{2}}{\cancel{2}.\cancel{2}.\cancel{2}} = 1$$

Logo, $2^0 = 1$. Mais: $a^0 = 1$

- $a^{-1} = \frac{1}{a}$ → inverso de a

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ex: 2

Inverso de $2 \times 2 = 1$

$2^{-1} = \frac{1}{2}$. De facto, $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

Inverso de um número n

$$n^{-1} = \frac{1}{n}$$

porque $n \times \frac{1}{n} = 1$

Observação

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1/1}{d/c} =$$

Dividir por um número é equivalente a multiplicar pelo seu inverso

$$= \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

ex: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

$\left(\frac{2}{1}\right)^{-1} = \frac{1}{2}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{1} = 3$

$\left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{5}$ $\left[\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{10} = 1\right]$

Desigualdades de fracções

Como determinar se uma fracção é menor ou maior que outra?

ex: $\frac{7}{5} < \frac{5}{3}$?

$\frac{7}{5}_{(3)} \quad \frac{5}{3}_{(5)}$

$\frac{21}{15} < \frac{25}{15}$ ✓

Para comparar fracções, reduzimos as duas ao mesmo denominador e comparamos o numerador.

$$\frac{31}{5_{(4)}} > \frac{25}{4_{(5)}} \quad ?$$

$$\frac{124}{20} > \frac{125}{20} \quad \times \qquad \frac{124}{20} < \frac{125}{20}$$

ex: Completar com $=$, $<$, ou $>$

$$\frac{13}{8} > \frac{9}{7}$$

$$\frac{13}{8_{(7)}} = \frac{13.7}{8.7} = \frac{91}{56}$$

$$\frac{9}{7_{(8)}} = \frac{9.8}{7.8} = \frac{72}{56}$$

NOTAÇÃO ↙ eu $\overline{n}$ vou usar

$2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$ $\qquad 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{2}$

$3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5}$

$a\frac{n}{m} = a + \frac{n}{m}$

Distributividade

ex: . $2(5+3) = 2 \times 8 = 16$

. $2(5+3) = 2 \times 5 + 2 \times 3 =$

$= 10 + 6 = 16$

ex: $2(x+3) = 2x + 6$

$$a(b \pm c) = ab \pm ac$$

$$a.(b.c) \neq ab.ac$$

$$2\,(3\,\text{laranjas} + 2\,\text{bananas}) =$$

$$= 2\times3\ \text{laranjas} + 2\times2\ \text{bananas}$$

Ex: $3 \times 121 =$

$= 3(100 + 20 + 1) =$

$= 300 + 60 + 3 = 363$

CASOS NOTÁVEIS

→ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

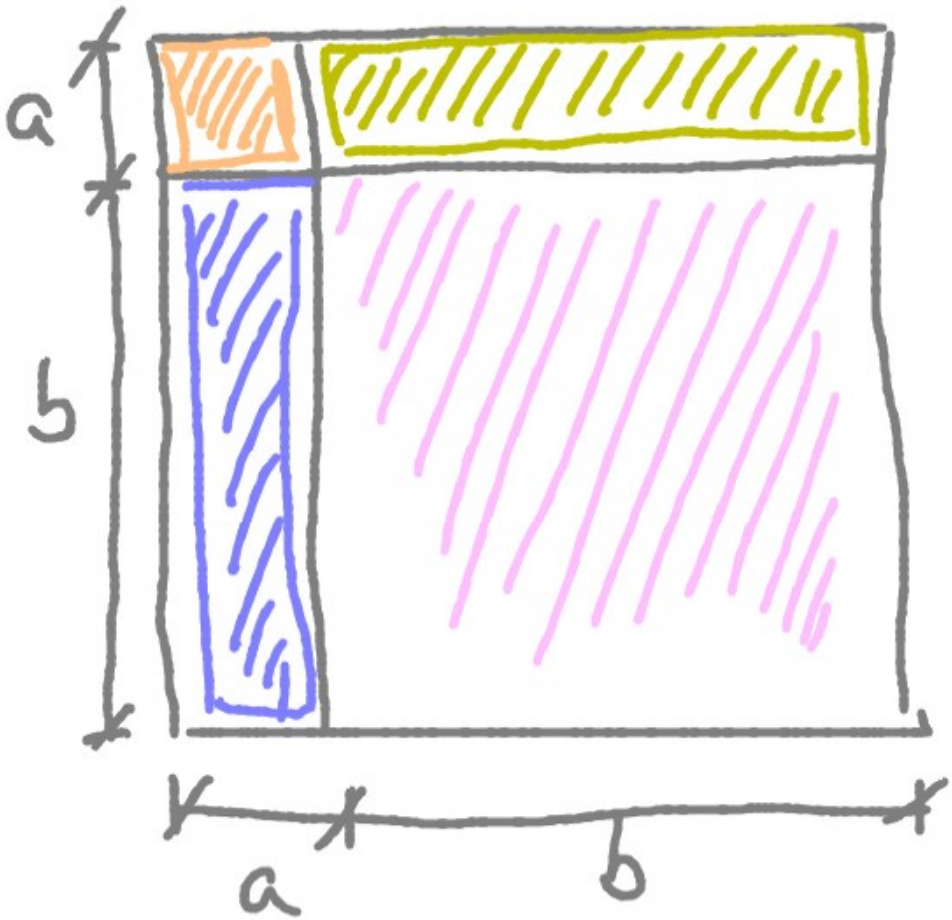
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

- $(a+b)(a-b) = (a+b)a - (a+b)b =$ distr. distr

$= a^2 + ba - ab - b^2 = a^2 - b^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$\text{Area}_{\square} = L^2 = (a+b)^2$$

$$A_{\square} = a^2$$

$$A_{\square} = ab$$

$$A_{\square} = ab$$

$$A_{\square} = b^2$$

Entonces $(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 =$

$= a^2 + 2ab + b^2$

Exercicis

Calcular:

1- $\frac{7}{8} - \left(\frac{3}{10} + 0{,}5\right) =$

2- $\dfrac{4/5 + 1/2}{\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)} =$

3- $\frac{12}{4} - \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} =$

1- $\frac{7}{8} - \left(\frac{3}{10} + 0,5\right) = \frac{7}{8} - \left(\frac{3}{10} + \frac{5}{10}\right) =$

NOTA: $0,5 = \frac{5}{10}$

$= \frac{7}{8} - \frac{3+5}{10} = \frac{7}{8_{(10)}} - \frac{8}{10_{(8)}} =$

$= \frac{70-64}{80} = \frac{6}{80} = \frac{3}{40}$

2 -

$$\frac{4/5_{(2)} + \frac{1}{2}_{(5)}}{\frac{3}{2}\left(-\frac{5}{3}\right)} = \frac{\frac{8}{10} + \frac{5}{10}}{-\frac{3.5}{2.3}} = \frac{\frac{13}{10}}{-\frac{5}{2}} =$$

$$= -\frac{13}{10} \times \frac{2}{5} = -\frac{13 \times 2}{10 \times 5} =$$

$$= -\frac{26}{50} = -\frac{13}{25}$$

3 - $\frac{12}{4} - \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}\right) = 3 - \frac{3 \times 2}{5 \times 3} =$

$= \frac{3}{1} - \frac{6}{15} = \frac{3 \times 15}{15} - \frac{6}{15} =$ (15)

$= \frac{45-6}{15} = \frac{39}{15} = \frac{13}{5}$:3

ou $\frac{12}{4} - \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = 3 - \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{5} - \frac{2}{5} =$ (5)

$= \frac{15-2}{5} = \frac{13}{5}$

Exercícios (cont)

4- Resolver:

a) $\frac{7}{6} + x = \frac{11}{6} \Leftrightarrow x = \frac{11}{6} - \frac{7}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{11-7}{6} = \frac{4}{6} \underset{:2}{=} \frac{2}{3}$

Verificação:

$\frac{7}{6} + \frac{2}{3_{(2)}} = \frac{7}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7+4}{6} = \frac{11}{6}$ ✓

b) $x \cdot \frac{3}{2} = 0 \iff x = \frac{0}{3/2} = 0$

c) $\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot x = 0 \iff$

$\iff x^2 - \frac{1}{2}x = 0$ ✗

$\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$ ou $x = 0$

(parêntesis)

c) $\frac{3}{5} + x = 11 - 2x \iff$

$\iff x + 2x = 11 - \frac{3}{5} \iff$

$\iff 3x = \frac{11}{1_{(5)}} - \frac{3}{5} \iff$

$\iff 3x = \frac{55-3}{5} \iff 3x = \frac{52}{5}$

$\iff x = \frac{\frac{52}{5}}{3/1} = \frac{52}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{52}{15}$ //