



Симплекс метод

Симплекс метод является универсальным, т.е. позволяет решить произвольную задачу линейного программирования.

Конечно, симплекс метод не является самым наглядным, как и все аналитические методы решения.

Но на самом деле не так все сложно, как может показаться на первый взгляд.

Этот калькулятор находит общее решение только для случая, когда решением является отрезок прямой.

Вы можете решить свою задачу или [посмотреть примеры решений, которые сделаны калькулятором](#).

Очистить



Введите целые числа или обыкновенные дроби.
Например: 12, -3/4.

Найти значение функции

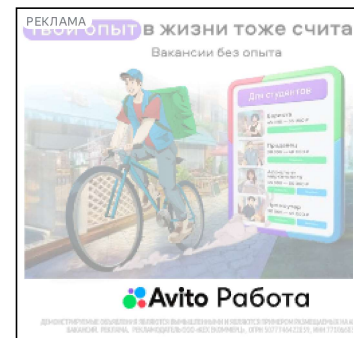
$$F = \text{ } x_1 + \text{ } x_2$$

при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} \text{ } x_1 + \text{ } x_2 \leq \text{ } \\ \text{ } x_1 + \text{ } x_2 \leq \text{ } \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

Решить



Задача:

Найти наибольшее значение функции

$$F = 2x_1 + x_2$$

при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 56/10 \\ x_1 - x_2 \leq -12/5 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

Решение:

1. Свободные члены системы должны быть неотрицательными.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 56/10 \\ -x_1 + x_2 \geq 12/5 \end{cases}$$

Умножили коэффициенты неравенства 2 на -1.

2. Каждое ограничение системы должно представлять собой уравнение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 56/10 \\ -x_1 + x_2 \geq 12/5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + S_1 = 56/10 \\ -x_1 + x_2 - S_2 = 12/5 \end{cases}$$

$S_1 \geq 0, S_2 \geq 0$. Введенные переменные S_1, S_2 , называются балансовыми переменными.

3. Нахождение начального базиса и значения функции F , которое соответствует найденному начальному базису.

Что такое базис?

Переменная называется базисной для данного уравнения, если она входит в данное уравнение с коэффициентом один и не входит в оставшиеся уравнения системы (при условии, что в правой части уравнения стоит неотрицательное число).

Если в каждом уравнении присутствует базисная переменная, тогда говорят, что в системе присутствует базис.

Переменные, которые не являются базисными, называются свободными.

В чем заключается идея симплекс метода?

Каждому базису соответствует единственное значение функции. Одно из них является наибольшим значением функции F.

Мы будем переходить от одного базиса к другому.

Следующий базис будем выбирать таким образом, чтобы получить значение функции F не меньше имеющегося.

Очевидно, количество возможных базисов для любой задачи число не очень большое.

Следовательно, рано или поздно, ответ будет получен.

Как осуществляется переход от одного базиса к другому?

Запись решения удобнее вести в виде таблиц. Каждая строка таблицы эквивалентна уравнению системы. Выделенная строка состоит из коэффициентов функции (см. таблицу ниже). Это позволяет не переписывать переменные каждый раз, что существенно экономит время.

В выделенной строке выбираем наибольший положительный коэффициент (можно выбрать любой положительный).

Это необходимо для того, чтобы получить значение функции F не меньше имеющегося.

Выбран столбец.

Для положительных коэффициентов выбранного столбца считаем отношение Θ и выбираем наименьшее значение.

Это необходимо для того, чтобы после преобразования столбец свободных членов остался неотрицательным.

Выбрана строка.

Определен элемент, который будет базисным. Далее считаем.

В нашей системе есть базис?

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + S_1 = 56/10 \\ -x_1 + x_2 - S_2 = 12/5 \end{cases}$$

Базиса нет, т.е. мы не можем начать решение.

Придется его найти. Для этого решим вспомогательную задачу.

Добавим искусственную переменную в то уравнение, где нет базисной переменной.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + S_1 = 56/10 \\ -x_1 + x_2 - S_2 + R_1 = 12/5 \end{cases}$$

$R_1 \geq 0$. Введенная переменная R_1 , называется искусственной переменной.

Введем в рассмотрение функцию W и будем искать ее наименьшее значение.

Алгоритм нахождения наименьшего значения функции W имеет только одно отличие от алгоритма, рассмотренного выше.

$$W = R_1$$

$$W = 12/5 + x_1 - x_2 + S_2$$

Приравняем свободные переменные нулю. Устно находим значения базисных переменных. (см. систему)

Функция W выражена через свободные переменные. Поэтому значение функции W, для данного базиса, можно найти мгновенно.

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad S_2 = 0$$

$$S_1 = 56/10 \quad R_1 = 12/5 \Rightarrow W = 12/5$$

Шаг №1

x_1	x_2	S_1	S_2	R_1	св. член	Θ
1	1	1	0	0	56/10	56/10 : 1 = 5,6
-1	1	0	-1	1	12/5	12/5 : 1 = 2,4
1	-1	0	1	0	W - 12/5	
2	0	1	1	-1	16/5	
-1	1	0	-1	1	12/5	
0	0	0	0	1	W - 0	

Приравняем свободные переменные нулю. Устно находим значения базисных переменных. (см. таблицу)

Функция W выражена через свободные переменные. Поэтому значение функции W, для данного базиса, можно найти мгновенно.

(см. выделенную строку таблицы)

$$x_1 = 0 \quad S_2 = 0 \quad R_1 = 0$$

$$x_2 = 12/5 \quad S_1 = 16/5 \Rightarrow W - 0 = 0 \Rightarrow W = 0$$

Среди коэффициентов выделенной строки нет отрицательных. Следовательно, найдено наименьшее значение функции W.

Получен базис без использования искусственной переменной. Что и требовалось.

Столбец, соответствующий искусственной переменной можно вычеркнуть.

В итоге, наша система выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} 2x_1 + S_1 + S_2 = 16/5 \\ -x_1 + x_2 - S_2 = 12/5 \end{cases}$$

$$F = 2x_1 + x_2$$

$$F = 2x_1 + (12/5 + x_1 + S_2) = 12/5 + 3x_1 + S_2$$

Приравняем свободные переменные нулю. Устно находим значения базисных переменных. (см. систему)

Функция F выражена через свободные переменные. Поэтому значение функции F, для данного базиса, можно найти мгновенно.

$$x_1 = 0 \quad S_2 = 0$$

$$x_2 = 12/5 \quad S_1 = 16/5 \Rightarrow F = 12/5$$

Начальный базис найден и получено значение функции F, соответствующее найденному базису.

4. Нахождение наибольшего значения функции F.

Шаг №1

x_1	x_2	S_1	S_2	св. член	Θ
(2)	0	(1)	1	16/5	$16/5 : 2 = 1,6$
-1	(1)	0	-1	12/5	
3	0	0	1	F - 12/5	
(1)	0	1/2	1/2	8/5	
-1	(1)	0	-1	12/5	
3	0	0	1	F - 12/5	
(1)	0	1/2	1/2	8/5	
0	(1)	1/2	-1/2	4	
0	0	-3/2	-1/2	F - 36/5	

Приравниваем свободные переменные нулю. Устно находим значения базисных переменных. (см. таблицу)

Функция F выражена через свободные переменные. Поэтому значение функции F, для данного базиса, можно найти мгновенно.

(см. выделенную строку таблицы)

$$S_1 = 0 \quad S_2 = 0$$

$$x_1 = 8/5 \quad x_2 = 4 \Rightarrow F - 36/5 = 0 \Rightarrow F = 36/5$$

Среди коэффициентов выделенной строки нет положительных. Следовательно, найдено наибольшее значение функции F.

Ответ:

$$x_1 = 8/5 \quad x_2 = 4$$

$$F_{\max} = 36/5$$

[Наверх](#)

© 2010-2024

Если у Вас есть замечания, пожалуйста, пишите matematika1974@yandex.ru

[Ссылки](#)