

**Экзаменационные вопросы
по курсу “Теория вероятностей и математическая статистика”
весна 2024 г.**

1. Предмет теории вероятностей, элементарные исходы, случайные события, виды случайных событий, основные понятия и определения, вероятность событий, аксиоматика и определения вероятности, вероятности объединения и пересечения событий.
2. Зависимые события, условные вероятности, вывод формулы, признак независимости событий, формула полной вероятности, формула Байеса, ее практическое значение.
3. Последовательность независимых событий, формула Бернулли, биномиальное распределение, наивероятнейшее число событий, определение математического ожидания и дисперсии через производящую функцию моментов.
4. Асимптотики формулы Бернулли: теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа. Условия применения.
5. Дискретные случайные величины, функция распределения и распределение дискретных случайных величин, числовые характеристики дискретных случайных величин.
6. Производящая функция моментов дискретной случайной величины, ее свойства, определение моментов с ее помощью, пример биномиального распределения.
7. Двумерные дискретные случайные величины, распределения вероятностей, моменты, маргинальные распределения, производящие функции моментов.
8. Ковариационная матрица двумерной дискретной случайной величины, коэффициент корреляции, пределы значений; независимость и некоррелированность: понятие и признаки
9. Формулы для моментов линейных функций от двух дискретных случайных величин, понятие безграничной делимости, примеры.
10. Непрерывные случайные величины, аксиоматика, функции распределения и плотности распределения вероятностей, свойства, числовые характеристики, квантили, интерквантильный промежуток.
11. Производящие функции моментов функции непрерывных случайных величин, свойства, применения, производящая функция моментов случайных величин, распределенных по Лапласу.
12. Простейший поток событий, плотность распределения вероятностей интервалов времени между событиями в простейшем потоке, вывод, характеристическая функция, моменты, график плотности распределения.
13. Случайные величины с плотностями распределения вероятностей: равномерной и Лапласа; графики, характеристическая функция последней, числовые характеристики, моменты, примеры расчета.
14. Случайные величины с плотностями распределения вероятностей: \arcsin и Коши; графики, числовые характеристики, моменты.
15. Случайная величина с нормальной плотностью распределения, формулы, графики плотности распределения и функции распределения, свойства, числовые характеристики.
16. Принцип вычисления вероятностной меры интервала при нормальном распределении случайной величины (функция Лапласа, правило «шести сигма»).
17. Интегральная теорема Муавра-Лапласа и центральная предельная теорема (без доказательства), безграничная делимость нормальной плотности распределения.
18. Функции от непрерывных случайных величин: вывод общей формулы, вывод формулы для плотности распределения линейной функции от непрерывной случайной величины.
19. Теорема Смирнова: вывод формулы для плотности распределения $\eta = F_{\xi}(\xi)$, где $F_{\xi}(x)$ – функция распределения произвольной непрерывной случайной величины ξ .
20. Неравенство П.Л.Чебышева: вывод. Примеры расчета (для нормального распределения и по заданию преподавателя).

21. [Самостоятельно] Двумерные случайные непрерывные величины (случайные векторы), функция распределения, плотность распределения, маргинальные плотности, формулы для вычисления вероятностной меры двумерной области, числовые характеристики.
22. [Самостоятельно] Ковариационная матрица двумерной непрерывной случайной величины, коэффициент корреляции, пределы значений, доказательство; независимость и некоррелированность: понятие и признаки.
23. [Самостоятельно] Двумерные непрерывные случайные величины, условные плотности распределения, признак независимости, формула полной вероятности, формула Байеса, характеристическая функция; характеристическая функция и плотность распределения суммы двух независимых случайных величин.
24. [Самостоятельно] Двумерное нормальное распределение, плотность распределения вероятностей, моменты и ковариационная матрица, характеристическая функция.
25. Предмет и задачи математической статистики, исходные понятия, предварительная обработка выборочных данных (кондиционирование результатов): вариационный ряд, выборочная функция распределения, гистограмма.
26. Точечное оценивание квантилей, интерквантильного промежутка, моментов и параметров плотности распределения по выборочной функции распределения.
27. Точечная оценка математического ожидания и дисперсии по гистограмме, поправка Шепарда.
28. Свойства точечных оценок, примеры смещенных и несмещенных, эффективных и состоятельных точечных оценок, ММП-оценка параметра экспоненциального распределения.
29. Разновидности оценок математического ожидания, их свойства, плотность распределения вероятностей среднего арифметического.
30. Точечная оценка дисперсии при известном и неизвестном математическом ожидании, свойства, плотность распределения оценки дисперсии нормальной генеральной совокупности, понятие о степенях свободы.
31. Метод максимального правдоподобия, оценки параметров нормального распределения методом максимального правдоподобия. ММП-оценка математического ожидания случайной величины, распределенной по Лапласу.
32. Интервальные оценки, их практическое значение и преимущества перед точечными, понятие доверительной вероятности, доверительные интервалы для математического ожидания (дисперсия генеральной совокупности известна и неизвестна).
33. Доверительный интервал для дисперсии.
34. Доверительный интервал для вероятности, определение границ этого интервала.
35. [Самостоятельно] Доверительный интервал для интерквантильного промежутка: параметрические и непараметрические толерантные пределы.
36. Общие принципы теории проверки статистических гипотез, основные понятия, простые и сложные гипотезы, ошибки, вероятности ошибок, понятие о критической области, о критерии проверки гипотез, о мощности критерия.
37. Пример проверки простой гипотезы о математическом ожидании, графическое представление вариантов назначения критической области, вероятностей ошибок первого и второго рода, способы уменьшения вероятности ошибок.
38. Проверка гипотез о виде плотности распределения по критерию Колмогорова-Смирнова.
39. Проверка гипотез о виде плотности распределения по критерию “омега-квадрат” Мизеса.