САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПЕТРА ВЕЛИКОГО

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

высшая школа компьютерных технологий и информационных систем

**РАСЧЁТНОЕ ЗАДАНИЕ**

**«Построение модели операции»**

по дисциплине «Системный анализ и принятие решений»

Выполнил:

студент гр. 5130901/20102

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Вагнер А.А.

(подпись)

Преподаватель:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Сиднев А.Г.

(подпись)

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 г.

Санкт-Петербург

2024

Исходные данные:

Вариант 3

Оглавление

[1. Геометрическая интерпретация задачи и ее графическое решение. 1](#_Toc179337740)

[2. Обозначение опорных точек и соответствующих им наборов базисных переменных. 3](#_Toc179337741)

[3. Решение задачи симплекс-методом в табличной форме. Для получения допустимого базиса использовать метод искусственных переменных с решением вспомогательной задачи. Продолжить решение исходной задачи табличным методом до получения конечного результата. 3](#_Toc179337742)

[4. Представить также решение модифицированной задачи с измененной целевой функцией f(x)=CTX –M\*(сумма искусственных переменных). 5](#_Toc179337743)

[5. Решение модифицированной задачи симплекс-методом в матричной форме. 6](#_Toc179337744)

[6. Введение дополнительного ограничения, отсекающего оптимальную точку. Решение новой задачи двойственным симплекс-методом в табличной форме. 7](#_Toc179337745)

[7. Формулировка задачи, двойственной по отношению к исходной. Графическое решение двойственной задачи. 10](#_Toc179337746)

[8. Определение координат сопряженных опорных точек прямой и двойственной задач. Нахождение оптимального решения двойственной задачи по оптимальному решению прямой задачи. 11](#_Toc179337747)

1. Геометрическая интерпретация задачи и ее графическое решение.

Для начала построим графические интерпретации следующих ограничений.

– фиолетовая область

– чёрная область – красная и синяя область

Функция зелёного цвета – целевая, направление стрелки примерно отображает направление возрастания целевой функции.

Изображение выглядит как линия, График, Параллельный, диаграмма

Автоматически созданное описание

1.6; 4

Найдём пересечения и , решив систему уравнений

Результат – (1.6, 4), согласно графическому представлению целевой функции, эта точка и будет оптимальным решением.

ОДЗ находится внутри треугольника со следующими вершинами: (0, 2.4); (1.6, 4); (5.6, 0).

Оценим значения целевой функции в этих точках:

1. Обозначение опорных точек и соответствующих им наборов базисных переменных.

(0, 2.4) – x2, s2

(0, 5.6) – x2, s1

(1.6, 4) – x1, x2

1. Решение задачи симплекс-методом в табличной форме. Для получения допустимого базиса использовать метод искусственных переменных с решением вспомогательной задачи. Продолжить решение исходной задачи табличным методом до получения конечного результата.

Воспользуемся свободными переменными для перевода неравенств из системы в равенства.

Умножим коэффициенты 2 неравенства на -1

Для поиска базиса решим вспомогательную задачу. Введём искусственную переменную во второе равенство.

Для постановки задачи на максимум запишем целевую функцию:

Из уравнений выразим искусственные переменные

Решим систему относительно базисных переменных , так как они образуют единичную матрицу.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *b* | *x1* | *x2* | *s2* |
| *s1* | *5.6* | *-1* | *-1* | *0* |
| *R1* | *2.4* | *1* | *-1* | *1* |
| *F* | *-2.4* | *-1* | *1* | *-1* |

Выберем ведущий столбец как максимальное из значений с, то есть x2

Выберем ведущую строку по следующему правилу

В новой таблице заменим в базисе переменную R1 на x2

Получаем новую таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *b* | *x1* | *R1* | *s2* |
| *s1* | *3.2* | *-2* | *1* | *-1* |
| *x2* | *2.4* | *1* | *-1* | *1* |
| *F* | *0* | *0* | *-1* | *0* |

Так как выполняются условия допустимости (b>= 0) и оптимальности ( c<= 0), следовательно, базис (s1; x2) является допустимым. В этом можно убедиться из графического представления задачи.

Так как мы перешли к другой задаче, значит надо определить новые коэффициенты свободных переменных в целевой функции:

Составим таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | b | x1 | s2 |
| s1 | 3.2 | -2 | -1 |
| x2 | 2.4 | 1 | 1 |
| F | 2.4 | 3 | 1 |

В базисе заменим s1 на x1. РЭ равен -2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | b | s1 | s2 |
| x1 | 1.6 | -0.5 | -0.5 |
| x2 | 4 | -0.5 | 0.5 |
| F | 7.2 | -1.5 | -0.5 |

Так как выполняются условия допустимости (b>= 0) и оптимальности ( c<= 0), делаем вывод, что получено оптимальное решение F(1.6; 4) = 7.2. Также отметим, что оно сходится с графическим решением.

1. Представить также решение модифицированной задачи с измененной целевой функцией f(x)=CTX –M\*(сумма искусственных переменных).

Решим следующую задачу:

Таблица:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *b* | *x1* | *x2* | *s2* |
| *s1* | *5.6* | *-1* | *-1* | *0* |
| *R1* | *2.4* | *1* | *-1* | *1* |
| *F* | *-2.4M* | *2-M* | *1+M* | *-M* |

В новой таблице заменим в базисе переменную R1 на x2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *b* | *x1* | *R1* | *s2* |
| *s1* | *3,2* | *-2* | *1* | *-1* |
| *x2* | *2.4* | *1* | *-1* | *1* |
| *F* | *2.4* | *3* | *-1-M* | *1* |

В новой таблице заменим в базисе переменную *s1* на *x1*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *b* | *s1* | *R1* | *s2* |
| *x1* | *1.6* | *-0.5* | *0.5* | *-0.5* |
| *x2* | *4* | *-0.5* | *-2* | *2* |
| *F* | *7.2* | *-1.5* | *0.5-М* | *-0.5* |

Так как выполняются условия допустимости (b>= 0) и оптимальности ( c<= 0), делаем вывод, что получено оптимальное решение F(1.6; 4) = 7.2. Результат совпадает с полученным в предыдущем пункте.

1. Решение модифицированной задачи симплекс-методом в матричной форме.

Каноническая запись формулировки задачи:

Матричная форма:

В качестве базиса выберем пару переменных, которая гарантированно может быть допустимым базисом, например . Это было доказано в пункте 3.

Применим признак допустимости опорной точки

Базис является допустимым.

Проверим базис на оптимальность.

Признак оптимальности не выполняется. x1 следует включить в базис, так как . Определим переменную, которую следует исключить из базиса.

Следовательно из базиса исключаем s1

Значения больше нуля следовательно базис является допустимым.

Значения ≥ 0 следовательно выполняется признак оптимальности.

Найдём значение целевой функции в точке оптимального решения.

Результат соответствует ожидаемому.

1. Введение дополнительного ограничения, отсекающего оптимальную точку. Решение новой задачи двойственным симплекс-методом в табличной форме.

Добавим ограничение, отсекающее ранее предложенное решение, например . Получим следующую систему ограничений:

Изображение выглядит как линия, Параллельный, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

Целевая функция та же:

Представим в канонической форме:

Воспользуемся таблицей, полученной на последнем этапе третьего пункта:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | b | s1 | s2 |
| x1 | 1.6 | -0.5 | -0.5 |
| x2 | 4 | -0.5 | 0.5 |
| F | 7.2 | -1.5 | -0.5 |

Добавим в базис s3, предварительно выразив его через свободные переменные.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | b | s1 | s2 |
| x1 | 1.6 | -0.5 | -0.5 |
| x2 | 4 | -0.5 | 0.5 |
| s3 | -0.6 | 0.5 | 0.5 |
| F | 7.2 | -1.5 | -0.5 |

Признак допустимости выполняется, признак оптимальности нет, следует перейти к иному базису.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | b | s1 | s2 |
| x1 | 1.6 | -0.5 | -0.5 |
| x2 | 4 | -0.5 | 0.5 |
| s3 | -0.6 | 0.5 | 0.5 |
| F | 7.2 | -1.5 | -0.5 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | b | s1 | s2 |
| x1 | 1 | 0 | -1 |
| x2 | 4.6 | -1 | 1 |
| s3 | 1.2 | -1 | 2 |
| F | 6.6 | -1 | -1 |

Базис оптимален и допустим. Оптимально решение – F(1; 4.6)=6.6

Ответ соответствует графическому решению.

1. Формулировка задачи, двойственной по отношению к исходной. Графическое решение двойственной задачи.

Исходная задача в каноническом виде:

Значит двойственная задача будет следующей:

Представим в виде системы:

Произведём замену -y2на y2:

Изображение выглядит как линия, График, снимок экрана, Красочность

Автоматически созданное описание

1.5; 0.5

1. Определение координат сопряженных опорных точек прямой и двойственной задач. Нахождение оптимального решения двойственной задачи по оптимальному решению прямой задачи.

Найдём сопряжённую опорную точку.

С учётом замены -y2на y2 получаем систему:

Результат – y1 = 1.5, y2 = 0.5. F =

Решение совпадает с ожидаемым.