САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПЕТРА ВЕЛИКОГО

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

высшая школа компьютерных технологий и информационных систем

**РАСЧЁТНОЕ ЗАДАНИЕ**

**«Дискретное программирование»**

по дисциплине «Системный анализ и принятие решений»

Выполнил:

студент гр. 5130901/20102

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Вагнер А.А.

(подпись)

Преподаватель:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Сиднев А.Г.

(подпись)

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 г.

Санкт-Петербург

2024

Исходные данные. Задача 7, т. 5.23

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ij | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|  | 1 | 4 | 5 | 9 | 5 | 6 | 14 | 6 |
|  | 2 | 8 | 12 | 4 | 13 | 16 | 15 | 16 |
|  | 3 | 2 | 15 | 8 | 10 | 17 | 7 | 9 |
|  | 4 | 14 | 8 | 4 | 9 | 5 | 6 | 7 |
|  | 5 | 3 | 5 | 4 | 12 | 10 | 11 | 13 |
|  | 6 | 10 | 9 | 11 | 5 | 6 | 12 | 8 |
|  | 7 | 7 | 13 | 8 | 12 | 8 | 11 | 10 |

Рассматривается вычислительная система, состоящая из ***n*** вычислительных машин. Имеется ***n***  задач. Задана матрица определяющая время решения ***i***-й задачи на ***j***-й машине. Задачи решаются одновременно, начиная с некоторого момента Найти такое распределение задач по вычислительным машинам, чтобы общее время решения всех задач было бы минимальным при условии, что на одной машине может решаться только одна задача.

Ход работы.

Шаг 1.

Для начала найдём на каждой строке матрицы наименьший элемент и вычтем его из всех элементов соответствующей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 4 | 5 | 9 | 5 | 6 | 14 | 6 | 4 |
| 8 | 12 | 4 | 13 | 16 | 15 | 16 | 4 |
| 2 | 15 | 8 | 10 | 17 | 7 | 9 | 2 |
| 14 | 8 | 4 | 9 | 5 | 6 | 7 | 4 |
| 3 | 5 | 4 | 12 | 10 | 11 | 13 | 3 |
| 10 | 9 | 11 | 5 | 6 | 12 | 8 | 5 |
| 7 | 13 | 8 | 12 | 8 | 11 | 10 | 7 |

Заметим, что не в каждом столбце матрицы присутствует нулевой элемент, следовательно следует найти в столбцах без нулевого элемента наименьшее значение и вычесть из каждого элемента соответствующих столбцов.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 5 | 1 | 2 | 10 | 2 |
| 4 | 8 | 0 | 9 | 12 | 11 | 12 |
| 0 | 13 | 6 | 8 | 15 | 5 | 7 |
| 10 | 4 | 0 | 5 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 2 | 1 | 9 | 7 | 8 | 10 |
| 5 | 4 | 6 | 0 | 1 | 7 | 3 |
| 0 | 6 | 1 | 5 | 1 | 4 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 5 | 1 | 1 | 8 | 0 |
| 4 | 7 | 0 | 9 | 11 | 9 | 10 |
| 0 | 12 | 6 | 8 | 14 | 3 | 5 |
| 10 | 3 | 0 | 5 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 9 | 6 | 6 | 8 |
| 5 | 3 | 6 | 0 | 0 | 5 | 1 |
| 0 | 5 | 1 | 5 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 |

Получаем матрицу . Просуммируем все минимальные элементы матрицы, найденные на предыдущих этапах, чтобы вычислить h – нижнюю границу целевой функции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ij | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | mi |
| 1 | 0(0) | 0(1) | 5 | 1 | 1 | 8 | 0(1) | 0 |
| 2 | 4 | 7 | **0(4)** | 9 | 11 | 9 | 10 | 4 |
| 3 | 0(3) | 12 | 6 | 8 | 14 | 3 | 5 | 3 |
| 4 | 10 | 3 | 0(0) | 5 | 0(0) | 0(2) | 1 | 0 |
| 5 | 0(1) | 1 | 1 | 9 | 6 | 6 | 8 | 1 |
| 6 | 5 | 3 | 6 | 0(1) | 0(0) | 5 | 1 | 0 |
| 7 | 0(0) | 5 | 1 | 5 | 0(0) | 2 | 1 | 0 |
| mj | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 1 |  |

Индексы нулевых элементов: (1;2),(1;7),(2,3);(3;1),(4;3),(4;5),(4;6),(5;1),(6;4),(6;5),(7;1),(7;5).

У ребра (2;3) наибольшая сумма равная 8, следовательно, множество следует разбить на два подмножества

Нижняя граница -

Исключим элементы строки 2 и столбца 3.

Шаг 2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ij | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | mi |
| 1 | 0(0) | 0(1) | 1 | 1 | 8 | 0(1) | 0 |
| 3 | **0(3)** | 12 | 8 | 14 | 3 | 5 | 3 |
| 4 | 10 | 3 | 5 | 0(0) | 0(2) | 1 | 0 |
| 5 | 0(1) | 1 | 9 | 6 | 6 | 8 | 1 |
| 6 | 5 | 3 | 0(1) | 0(0) | 5 | 1 | 0 |
| 7 | 0(0) | 5 | 5 | 0(0) | 2 | 1 | 0 |
| mj | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | 1 |  |  |

У ребра (3;1) наибольшая сумма равная 3, следовательно, множество следует разбить на два подмножества

Нижняя граница -

Исключим элементы строки 3 и столбца 1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ij | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | mi |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 8 | 0 | 0 |
| 4 | 3 | 5 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 9 | 6 | 6 | 8 | 1 |
| 6 | 3 | 0 | 0 | 5 | 1 | 0 |
| 7 | 5 | 5 | 0 | 2 | 1 | 0 |
| mj | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Нижняя граница подмножества (3;1) равна:

Включим ребро с номером (3,1) в маршрут

Шаг 3.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ij | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | mi |
| 1 | 0(3) | 1 | 1 | 8 | 0(1) | 0 |
| 4 | 3 | 5 | 0(0) | 0(2) | 1 | 0 |
| 5 | **0(8)** | 8 | 5 | 5 | 7 | 5 |
| 6 | 3 | 0(1) | 0(0) | 5 | 1 | 0 |
| 7 | 5 | 5 | 0(1) | 2 | 1 | 1 |
| mj | 3 | 1 | 0 | 2 | 1 |  |  |

У ребра (5;2) наибольшая сумма равная 8, следовательно, множество следует разбить на два подмножества

Нижняя граница -

Исключим элементы строки 5 и столбца 2.

Шаг 4.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ij | 4 | 5 | 6 | 7 | mi |
| 1 | 1 | 1 | 8 | 0(2) | 1 |
| 4 | 5 | 0(0) | **0(2)** | 1 | 0 |
| 6 | 0(1) | 0(0) | 5 | 1 | 0 |
| 7 | 5 | 0(1) | 2 | 1 | 1 |
| mj | 1 | 0 | 2 | 1 |  |  |

У ребра (4;6) наибольшая сумма равная 2, следовательно, множество следует разбить на два подмножества

Нижняя граница -

Исключим элементы строки 4 и столбца 6.

Шаг 5.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ij | 4 | 5 | 7 | mi |
| 1 | 1 | 1 | **0(2)** | 1 |
| 6 | 0(1) | 0(0) | 1 | 0 |
| 7 | 5 | 0(1) | 1 | 1 |
| mj | 1 | 0 | 1 |  |

У ребра (1;7) наибольшая сумма равная 2, следовательно, множество следует разбить на два подмножества

Нижняя граница -

Исключим элементы строки 1 и столбца 7.

Шаг 6.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ij | 4 | 5 | mi |
| 6 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 5 | 0 | 5 |
| mj | 5 | 0 |  |

У ребра (6;4) наибольшая сумма равная 5, следовательно, множество следует разбить на два подмножества

Нижняя граница -

Нижняя граница множества

Ответ

Получаем распределение:

1 – 7

2 – 3

3 – 1

4 – 6

5 – 2

6 – 4

7 – 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ij | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 4 | 5 | 9 | 5 | 6 | 14 | **6** |
| 2 | 8 | 12 | **4** | 13 | 16 | 15 | 16 |
| 3 | **2** | 15 | 8 | 10 | 17 | 7 | 9 |
| 4 | 14 | 8 | 4 | 9 | 5 | **6** | 7 |
| 5 | 3 | **5** | 4 | 12 | 10 | 11 | 13 |
| 6 | 10 | 9 | 11 | **5** | 6 | 12 | 8 |
| 7 | 7 | 13 | 8 | 12 | **8** | 11 | 10 |

Проверим сумму: 6 + 4 + 2 + 6 + 5 + 5 + 8 = 36

Изображение выглядит как диаграмма, линия, белый, шаблон

Автоматически созданное описание