Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

Высшая школа компьютерных технологий и информационных систем

**Отчёт по расчетному заданию №1**

Дисциплина: Системный анализ и принятие решений

Выполнил студент гр. 5130901/10xxx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_И.О. Фамилия

(подпись)

Принял преподаватель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.Г. Сиднев

(подпись)

“ ” 2024 г.

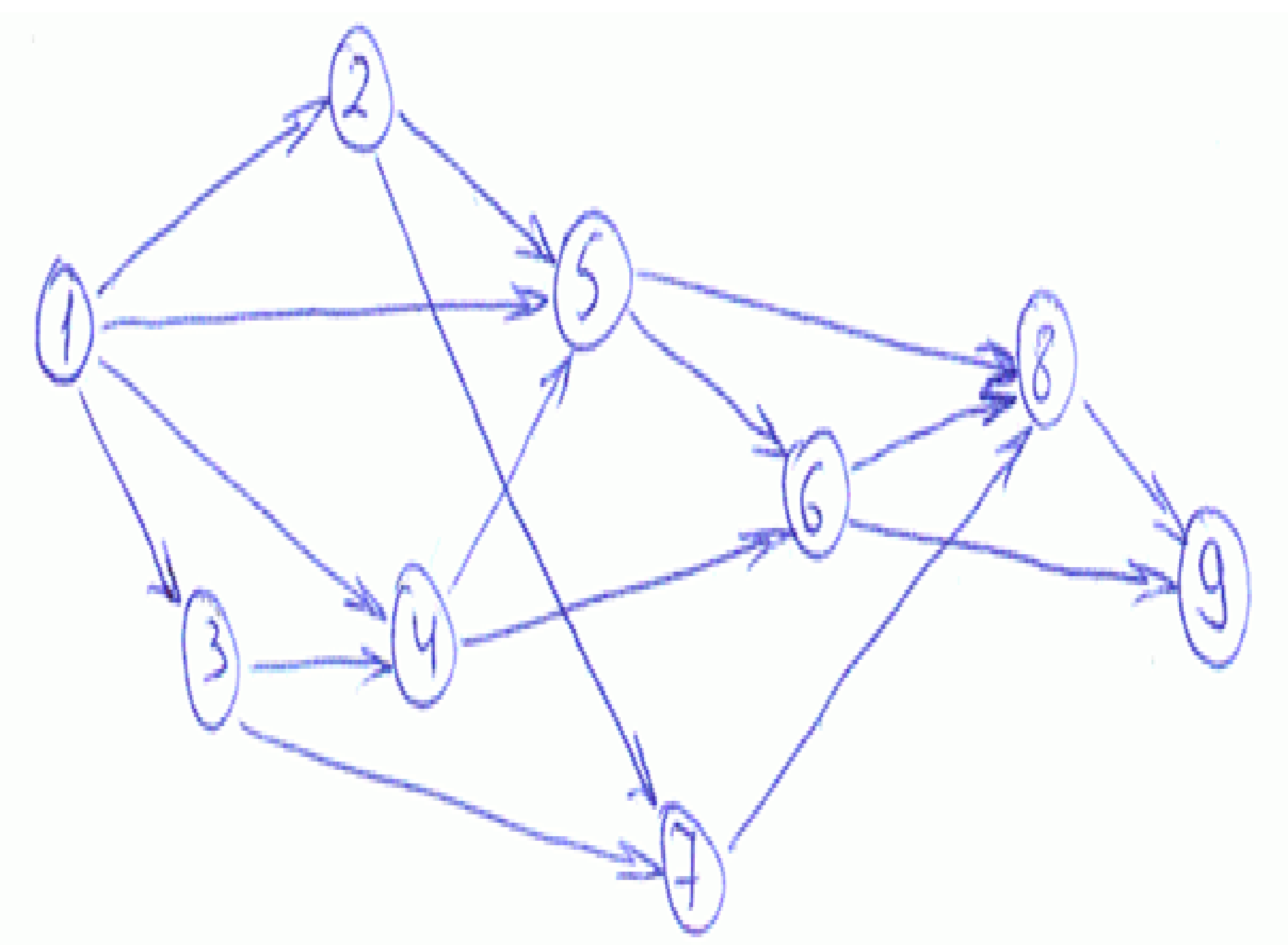
Санкт-Петербург

2024

# Исходные данные

* Вариант: 16
* Число исполнителей: 2
* Решающее правило: Работы с младшим уровнем (ближе к началу), при совпаднии уровня - работа наименьшей длительности

Граф:



# Задание 1

*Определение наиболее ранних моментов начала работ с использованием метода математического программирования.*

Введем обозначения

* *–* время начала работы
* *-* продолжительность работы
* – время окончания работы
* – номер последнего узла
* – время окончания всех работ
* – множество обратного соответствия, включающее все соседние вершины, из которых можно попасть в вершину

Тогда время окончания работы равно

Составим модель задачи линейного программирования вида:

В нашем случае ограничения задачи будут выглядеть так:

Решив эту задачу с помощью программных средств решения ЗЛП, мы получили следующие значения переменных:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0 |
|  | 0 |
|  | 0 |
|  | 0 |
|  | 5 |
|  | 7 |
|  | 7 |
|  | 15 |
|  | 15 |
|  | 21 |
|  | 21 |
|  | 25 |
|  | 25 |
|  | 15 |
|  | 34 |
|  | 42 |

Таким образом нам стали известны:

* Минимальное время начала каждой работы
* Суммарное время выполнения работ ()

# Задание 2

*Считать, что вместо длительностей работ заданы трудоемкости. Длительность равна трудоемкость/интенсивность выполнения работы. Определить наиболее ранние моменты начала работ и назначенные работам интенсивности их выполнения при условии, что суммарная интенсивность не превышает 75% общего числа выполняемых работ.*

Введем обозначения

* *–* время начала работы
* – интенсивность работы
* – трудоемкость работы
* – время окончания работы
* – номер последнего узла
* – время окончания всех работ
* – общее число выполняемых работ
* – множество обратного соответствия, включающее все соседние вершины, из которых можно попасть в вершину

Изменим модель задачи следующим образом:

В нашем случае ограничения будут выглядеть так:

Решив эту задачу с помощью программных средств решения ЗНП, мы получили следующие значения переменных

Моменты начала работ:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0.0 |
|  | 0.0 |
|  | 0.0 |
|  | 0.0 |
|  | 6.1676 |
|  | 3.8584 |
|  | 3.8584 |
|  | 9.295 |
|  | 9.295 |
|  | 15.1961 |
|  | 15.1961 |
|  | 20.4012 |
|  | 20.4012 |
|  | 13.6272 |
|  | 32.24 |
|  | 44.9488 |

Интенсивности:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0.8107 |
|  | 1.8142 |
|  | 0.5379 |
|  | 0.5264 |
|  | 0.6646 |
|  | 1.4715 |
|  | 0.8189 |
|  | 1.0168 |
|  | 0.4502 |
|  | 0.7685 |
|  | 0.2934 |
|  | 0.7602 |
|  | 0.2037 |
|  | 0.4835 |
|  | 0.6295 |

# Задание 3

*Самостоятельно распределить работы между заданным числом исполнителей и сформулировать задачу математического программирования с бинарными индикаторными переменными. Определить число бинарных переменных и дополнительных ограничений в этой задаче и дать формулировку части ограничений с бинарными переменными.*

Распределим работы между 2 исполнителями:

Введем некоторую постоянную

Тогда каждой паре работ , назначенных на исполнителя можно поставить в соответствие 3 ограничения:

Эти ограничения обеспечивают выполнение условия невозможности наложения процессов выполнения работ и во времени

Пусть количество работ, назначенных на исполнителя равно

Число дополнительных ограничений задачи равно :

Число бинарных переменных :

# Задание 3.1

*Изменить формулировку задачи так, чтобы число бинарных переменных не превышало 10. Решить полученную задачу. Определить мощность множества бинарных переменных задачи и дать содержательную интерпретацию полученному решению.*

Изменим задачу так, чтобы число бинарных переменных не превышало 10. Для этого пусть на исполнителя 1 назначены следующие 3 задачи, остальные задачи не закреплены за исполнителями.

Число бинарных переменных:

Число ограничений:

Дополнительные ограничения задачи:

Решив эту задачу с помощью программных средств решения ЗЛП в целых числах, мы получили следующие значения переменных

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 | 0 | 12 | 0 | 12 | 7 | 7 | 17 | 17 | 23 | 23 | 27 | 27 | 15 | 36 | 44 |

И следующие значения переменных

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Таким образом порядок исполнения работ первым исполнителем выглядит следующим образом:

# Задание 4

*Найти характеристики , и расписания выполнения комплекса работ с использованием метода динамического программирования. Привести соответствующие уравнения Беллмана. Определить критические пути на графе.*

- наиболее ранний момент наступления события

- наиболее поздний момент наступления события

*–* длительность работы

- резерв времени выполнения работы

Уравнения Беллмана поиска на каждом шаге выглядят следующим образом:

где, - множество обратного соответствия, включающее все соседние вершины, из которых можно попасть в вершину

Процесс вычисления производится от начального узла к конечному (:

Уравнения Беллмана поиска на каждом шаге выглядят следующим образом:

где, - множество прямого соответствия, включающее все соседние вершины, в которые можно попасть из вершины

Процесс вычисления производится от конечного узла к начальному (, где – номер конечного узла):

Полные резервы вычисляются по формуле :

Критические пути на графе – пути где все ребра имеют нулевой полный резерв. В нашем случае критические пути:

# Задание 5

*Найти те же характеристики , и расписания выполнения комплекса работ с использованием математического программирования.*

Для поиска наиболее ранних моментов сформулируем ЗЛП:

В нашем случае получаем следующие ограничения задачи:

Решив эту задачу с помощью программных средств решения ЗЛП в целых числах, мы получили следующие значения переменных

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0.0 | 5.0 | 7.0 | 15.0 | 21.0 | 25.0 | 15.0 | 34.0 | 42.0 |

Они аналогичны тем же значениям, что были получены с помощью динамического программирования.

Для поиска наиболее поздних моментов сформулируем ЗЛП:

В нашем случае получаем следующие ограничения задачи:

Решив эту задачу с помощью программных средств решения ЗЛП в целых числах, мы получили следующие значения переменных

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0.0 | 15.0 | 7.0 | 15.0 | 21.0 | 25.0 | 25.0 | 34.0 | 42.0 |

Они аналогичны тем же значениям, что были получены с помощью динамического программирования.

Полные резервы вычисляются по той же формуле, что и в динамическом программировании

# Задание 6

*Определить помимо полных резервов времени работ резервы времени, относящиеся к событиям сетевого графа, а именно: .*

Определим независимые резервы 1-го порядка по формуле :

Определим свободные резервы по формуле :

Определим независимые резервы 2-го порядка по формуле :

# Задание 7

*Рассмотреть вероятностную постановку задачи анализа расписания. Считать СКО времен выполнения работ равными 5% от их длительностей. Предполагая неизменным критический путь (оценить справедливость этого предположения) найти вероятность того, что время выполнения комплекса работ не превысит найденного для детерминированной задачи в п.1 на 10%.*

Математическое ожидание длительности критического пути:

Дисперсия суммы критического пути:

Посчитаем вероятность, что время выполнения комплекса работ не превысит детерминированное значение на10%:

Видим, что вероятность того, что время выполнения комплекса работа не превысит найденного для детерминированной задачи на 10% равна99.999%.

Т.к. этот процент достаточно велик, то наше предположение о неизменности критического пути было верным.

# Задание 8

*Представить пошаговую процедуру имитационного моделирования расписания по схеме событий с учетом числа исполнителей и решающего правила ранжирования работ из числа возможных. По результатам моделирования построить диаграмму Гантта.*

Правило выбора работ:

* Число исполнителей: 2
* Решающее правило: Работы с младшим уровнем (ближе к началу), при совпаднии уровня - работа наименьшей длительности

Параметры:

* – текущее общее время выполнения
* – список пройденных событий
* – список выполненных работ на момент времени Т
* – список выполняемых на момент времени Т работ
* – список доступных на выполнение работ на момент времени Т
* – список длительностей доступных на выполнение работ
* – список резервов доступных на выполнение работ
* – список уровней доступных на выполнение работ
* – список работ, начатых в момент времени T
* – список времен освобождения ресурсов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 4 | (1, 4), (1, 2) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4 | (1, 4), (1, 2), (1, 3) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (4, 6), (3, 7) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (4, 6), (3, 7), (4, 5) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (4, 6), (3, 7), (4, 5), (7, 8) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (4, 6), (3, 7), (4, 5), (7, 8), (5, 6) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (4, 6), (3, 7), (4, 5), (7, 8), (5, 6), (5, 8) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (4, 6), (3, 7), (4, 5), (7, 8), (5, 6), (5, 8), (6, 9) |  | - | - | - | - |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (4, 6), (3, 7), (4, 5), (7, 8), (5, 6), (5, 8), (6, 9), (6, 8) |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 | (1, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (4, 6), (3, 7), (4, 5), (7, 8), (5, 6), (5, 8), (6, 9), (6, 8), (8, 9) |  | - | - | - | - |  |  |

Итоговое время работы: 57

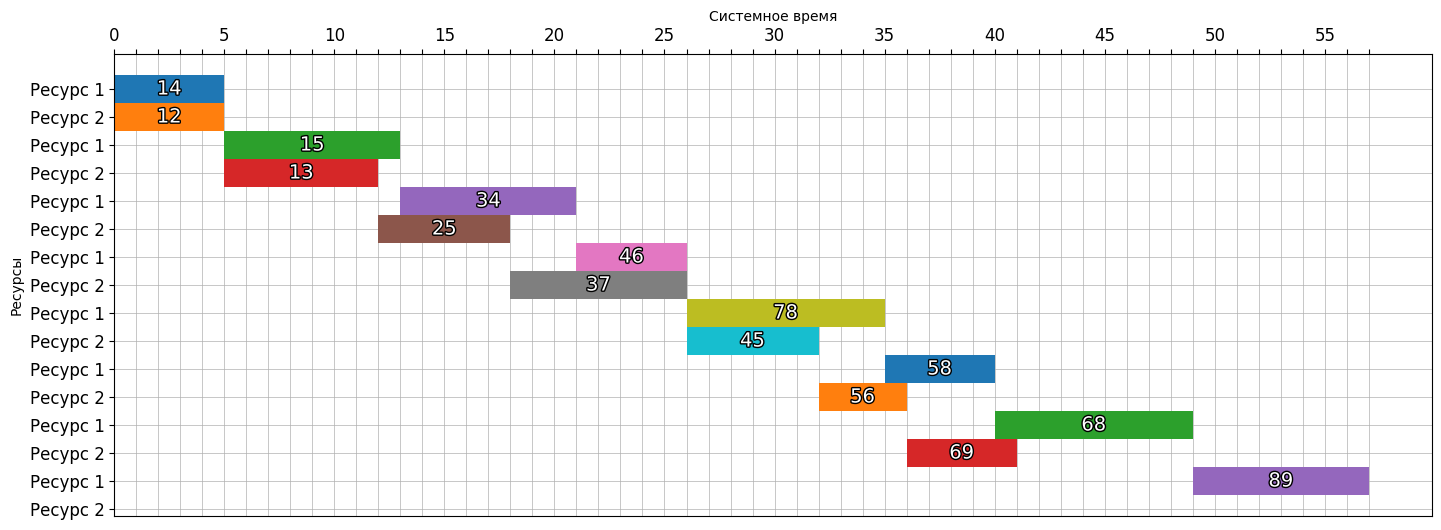


Диаграмма Ганта