Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

Высшая школа компьютерных технологий и информационных систем

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

**Исследование переходного процесса в электрической цепи.**

по дисциплине «Вычислительная математика»

Выполнил

студент гр. 5130901/20003 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.А.Вагнер

Руководитель

доцент, к.т.н. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.Н.Цыган

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 г.

Санкт-Петербург

2024

Оглавление

[Задание 3](#_Toc165047625)

[Анализ цепи 4](#_Toc165047626)

[Поиск недостающих значений 6](#_Toc165047627)

[Построение графиков 8](#_Toc165047628)

[Оценка погрешности 10](#_Toc165047629)

[Вывод 13](#_Toc165047630)

[Приложение 14](#_Toc165047631)

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

**ЗАДАНИЕ**

**НА ВЫПОЛНЕНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

студенту группы   5130901/20003      Вагнеру Артёму Александровичу

*(номер группы)                    (фамилия, имя, отчество)*

***1. Тема работы:*** Разработка программы для оценки параметров электрической цепи.

***2. Срок сдачи законченного проекта (работы)*** 16 мая 2024 г.

***3. Исходные данные к проекту (работе)***:  Дифференциальное уравнение, описывающее электрическую цепь; схема элеткрической цепи; данные, достаточные для получения констант для решения исходного д.у.; требуемая точность ответа; (вариант К-3-17).

***4. Содержание пояснительной записки*** (перечень подлежащих разработке вопросов): задание, основная часть (*Аналитическое описание цепи, Нахождение начальных условий, Нахождение значений, Нахождение ответа, Оценка влияния на точность погрешности исходных данных*), вывод, список использованных источников, приложения.

***Дата получения задания***: «13»  марта  2024 г.

Руководитель                     \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_                 В.Н. Цыган

*(подпись)                             (инициалы, фамилия)*

Задание принял к исполнению  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_               А.А. Вагнер

*(подпись студента)          (инициалы, фамилия)*

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*(дата)*

# Задание

Показать, что электрическая цепь, приведенная на рисунке, описывается системой дифференциальных уравнений:

Изображение выглядит как диаграмма, линия, Шрифт, План

Автоматически созданное описание

Размыкание ключа происходит в момент времени

Построить графики Длительность процесса – 15 миллисекунд. Оценить погрешность результата и влияние на точность погрешности исходных данных.

Значения R, R2, E2, являются решением системы уравнений:

, где x\* - положительный корень уравнения:

# Анализ цепи

Докажем, что цепь на рисунке описывается данной системой дифференциальных уравнений. Для этого проведём анализ схемы.

Для этого используем второй закон Кирхгофа (алгебраическая сумма падений напряжений по любому замкнутому контуру цепи равна алгебраической сумме ЭДС, действующих вдоль этого же контура)

Определим первый контур, для которого напишем уравнение:

Изображение выглядит как диаграмма, линия, Шрифт, План

Автоматически созданное описание

Рисунок 1 - Первый контур

Получаем следующее уравнение:

;

Напряжение в катушке L1 можно найти по формуле ЭДС самоиндукции.

;

Также определим ЭДС резисторов:

;

Подставим в уравнение, полученное по методу Кирхгофа и разделим дифференциалы и остальные составляющие.

*;*

;

Определим второй контур:

Изображение выглядит как диаграмма, линия, Шрифт, План

Автоматически созданное описание

Рисунок 2 - Второй контур

Получаем следующее соотношение:

;

Аналогично определим значения

– ЭДС катушки.

– ЭДС резисторов.

Подставим в уравнение второго контура и аналогично разделим составляющие:

*;*

*;*

Также по формуле силы тока на конденсаторе в цепи переменного тока () определим:

*;*

Объединим полученные уравнения в систему:

Нетрудно убедиться, что эта система соответствует уравнениям из условий, из чего следует вывод, что данные дифференциальные уравнения действительно описывают предложенную схему.

# Поиск недостающих значений

Значения R, R2, E2, являются решением системы уравнений:

Количество неизвестных соответствует количеству линейно независимых уравнений. Ввиду простоты уравнений составляющих систему, будет рационально использовать метод Гаусса, а не LU-разложение для поиска решений СЛАУ.

Проверим, подставив полученные значения в изначальную систему:

Система справедлива, так что найденные значения можно считать верными.

Найдём значение L, решив следующий интеграл . Сделать это традиционным методом не представляется возможным, так что следует воспользоваться программой QUANC8.

Относительную и абсолютную погрешность зададим как 1e-8, а число пи, как 3.14159265.

По результатам вычислений

Проверим работу программы при помощи сторонних сервисов. К сожалению, ни один из них не предоставляет удовлетворительную точность, так что используем Wolfram Alpha для поиска определённого интеграла данной функции на интервале от 0 до 3. В целях проведения сравнений передадим QUANC8 те же параметры. Сравним результаты:

Wolfram Alpha - 1.97477

QUANC8 - 1.97477

Настройку функции QUANC8 можно считать корректной, и всё же следует использовать более точные результаты, полученные ранее.

Для поиска значения E1 требуется решить уравнение . Для это следует использовать алгоритм Деккера, также известный как ZEROIN (либо fzero).

Так как эта функция уже реализована в Matlab, использовать будем именно эту платформу, применив к функции , поиск корней начнём с нуля так как логично предполагать, что E примет неотрицательное значение. Получим:

;

Проверим корень, подставив его в функцию и сравнив с нулём:

;

Точность вычислений считаю удовлетворительной.

*;*

Запишем полученные значения, учитывая, что

;;;;;;;;;

;*;*

Также запишем систему ДУ, подставив полученные значения:

Очевидно, в системе уравнений остались неизвестные i3 и i1, попробуем исправить это, ещё раз проанализировав цепь.

При условии, что до момента времени t=0 ключ не был разомкнут, ток не проходил через элементы L3 и R3, так как участок с ключом не имеет резисторов, а соответственно имеет меньшее сопротивление. Из-за инерции индуктивности в момент размыкания ключа ток на элементах L3 и R3 должен быть нулевым, а соответственно . Так как ток проходит только через i1, можно применить закон Ома

# Построение графиков

Для этого воспользуемся библиотекой scipy и аналогом функции RKF45.

Полученные графики распечатаем при помощи библиотеки pyplot.

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, текст

Автоматически созданное описание

Рисунок 3 – График изменения i1

Изображение выглядит как линия, текст, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

Рисунок 3 – График изменения i2

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, текст

Автоматически созданное описание

Рисунок 3 – График изменения Uc

# Оценка погрешности

Для оценки погрешности попробуем изменить один из параметров и сравнить результат с полученным ранее.

Для начала, проверим зависимость точности вычисления Uc от начального значения i1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| t | △Uc при | | |
| i1 = 0.103 (+3%) | i1 = 0.110 (+10%) | i1 = 0.150 (+50%) |
| 0.001 | 0.1035821 | 0.345273479 | 1.726367739 |
| 0.002 | 0.057456243 | 0.191520083 | 0.957598534 |
| 0.003 | 0.01785204 | 0.059506636 | 0.297532105 |
| 0.004 | 0.002126487 | 0.007088351 | 0.035441711 |
| 0.005 | 0.001236436 | 0.004121321 | 0.020607264 |
| 0.006 | 0.000973635 | 0.003245261 | 0.016226886 |
| 0.007 | 0.000372676 | 0.001242271 | 0.006211795 |
| 0.008 | 7.50074E-05 | 0.000249795 | 0.001249873 |
| 0.009 | 8.82934E-06 | 2.94988E-05 | 0.000147672 |
| 0.01 | 1.50368E-05 | 5.01176E-05 | 0.00025066 |
| 0.011 | 7.14001E-06 | 2.37833E-05 | 0.000119017 |
| 0.012 | 1.63738E-06 | 6.13157E-06 | 3.26546E-05 |
| 0.013 | 1.93281E-06 | 1.58396E-06 | 1.23412E-06 |
| 0.014 | 4.90005E-07 | 8.61916E-07 | 3.33674E-06 |
| 0.015 | 3.70653E-07 | 1.16723E-07 | 1.49079E-06 |

Отметим, что при любом значении погрешности параметра, погрешность результата стремительно падает к концу процесса. Попробуем определить характер зависимости локальной погрешности от погрешности изначального i1, отметив на графике точки. На оси OY отметив погрешность Uc, на оси OX погрешность i1.

Изображение выглядит как снимок экрана, текст, линия, число

Автоматически созданное описание

Рисунок 4 – график зависимости локальной погрешности от погрешности параметра

Отметим, что точки лежат на одной прямой, следовательно можно сделать вывод, что локальная погрешность Uc линейно зависит от изменений параметра i1 в момент времени t = 0.

Повторим те же действия для i1, изменяя параметр E1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| t | △ii при | | |
| E1 = 4.12 (+3%) | E1 = 4.40 (+10%) | E1 = 5.00 (+50%) |
| 0.001 | 0.000999972 | 0.003333239 | 0.016666197 |
| 0.002 | 0.001325725 | 0.004419083 | 0.022095417 |
| 0.003 | 0.001434245 | 0.004780818 | 0.023904095 |
| 0.004 | 0.00147359 | 0.004911968 | 0.02455984 |
| 0.005 | 0.001489276 | 0.004964253 | 0.02482126 |
| 0.006 | 0.001495795 | 0.004985985 | 0.024929923 |
| 0.007 | 0.001498446 | 0.004994819 | 0.024974096 |
| 0.008 | 0.001499459 | 0.004998197 | 0.024990982 |
| 0.009 | 0.001499819 | 0.004999396 | 0.024996981 |
| 0.01 | 0.001499939 | 0.004999793 | 0.02499898 |
| 0.011 | 0.001499978 | 0.004999927 | 0.024999633 |
| 0.012 | 0.001499993 | 0.004999972 | 0.024999857 |
| 0.013 | 0.001499996 | 0.004999987 | 0.02499994 |
| 0.014 | 0.001499999 | 0.004999997 | 0.024999981 |
| 0.015 | 0.001499999 | 0.005 | 0.024999996 |

В данном случае погрешность почти не меняется при изменении t.

Также предположим, что зависимость погрешность результата от погрешности параметра также является линейной. Для проверки найдём изменение △ii при изменении погрешности E1 от 3% до 10% и найдём с ей помощью погрешность при 50%. Если зависимость линейная, результат совпадёт с экспериментальным.

*;*

Заметим, что результат совпадает с полученным экспериментально, из чего делаем вывод, что погрешность ii зависит от погрешности E1 линейно.

# Вывод

В ходе работы был произведён анализ электрической цепи, на основе которого была создана аппроксимированная модель. В ходе анализа использовались такие функции как QUANC8, RKF45, ZEROIN, либо их аналоги. Модель была исследована на временном участке t = 0..15, в том числе исследована зависимость погрешности результата от зашумлённости параметров, определены типы зависимостей.

# Приложение

КОД ПРОГРАММЫ QUANC8:

import matplotlib.pyplot as plt  
from scipy import integrate  
  
  
R = 40  
R1 = 40  
R2 = 20  
R3 = 40  
L = 0.04  
E1 = 4  
E2 = 1  
C = 1e-6  
  
tList = [i / 1000 for i in range(0, 15)]  
  
def f(t, x): #0 - i1, 1 - i3, 2 - uc  
 return [(E1 - E2 - x[2] + x[1] \* R2 - x[0] \* (R1 + R2)) / L,  
 (E2 + x[2] + x[0] \* R2 - x[1] \* (R2 + R3)) / L,  
 (x[0] - x[1]) / C]  
  
  
def solve():  
 global C  
 pairs = []  
  
 r = integrate.ode(f).set\_integrator('dopri5', nsteps=10000, atol=1e-9)  
 x = [[0.1, 0, 1]]  
 r.set\_initial\_value(x[0], tList[0])  
  
 for i in range(1, len(tList)):  
 res = r.integrate(tList[i])  
 x += [res]  
  
 for i in range(0, len(tList)):  
 print(tList[i], \*x[i])  
  
 x\_values = tList  
 y\_values = [r[0] for r in x]  
 plt.plot(x\_values, y\_values, linestyle='-')  
 plt.xlabel('t')  
 plt.ylabel('i1')  
 plt.grid(True)  
 plt.show()  
  
 x\_values = tList  
 y\_values = [r[1] for r in x]  
 plt.plot(x\_values, y\_values, linestyle='-')  
 plt.xlabel('t')  
 plt.ylabel('i3')  
 plt.grid(True)  
 plt.show()  
  
 x\_values = tList  
 y\_values = [r[2] for r in x]  
 plt.plot(x\_values, y\_values, linestyle='-')  
 plt.xlabel('t')  
 plt.ylabel('Uc')  
 plt.grid(True)  
 plt.show()  
  
solve()

Код f.m:

function y = f(x)

y = exp(x) + x.^2 - 2;

Код zeroin.m:

fun = @f; % function

x0 = 0; % initial point

z = fzero(fun,x0)