10.16 11.13 12.16 13.5 14.12 15.1

10.16) Определить производящую функцию распределения Пуассона

,

где m принимает целые неотрицательные значения.

Воспользуемся функцией производящей функции вероятности.

11.13) Вероятность того, что отказ прибора произойдет при числе неработоспособных элементов X = m равна:

а) для прибора A

;

б) для прибора B

Найти математическое ожидание числа неработоспособных элементов, приводящих к отказам каждого из приборов

Найдём мат. ожидания по определению.

12.16) Найти функцию распределения длины хорды, проведенной через точку пересечения окружности с ее диаметром единичной длины, под углом к нему равномерно распределенным в интервале [0; π/2 ].

Изображение выглядит как круг, зарисовка, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

Пусть Х – случайная величина, представляющая длину хорды, требуется найти функцию распределения F(x). Длина хорды связана с углом a как x = cos(a).

Угол а распределён равномерно в интервале , значение cos(a) в этом интервале убывает при убывании значения а. Следовательно

Теперь выразим F(x) как вероятность того, что угол а >= arccos(x):

Так как угол равномерно распределён в интервале , вероятность того, что а меньше, чем arccos(x) равна отношению длины дуги, содержащей углы меньше arccos(x), к полной длине дуги. Таким образом:

13.5) Плотность вероятности случайных амплитуд A боковой качки корабля определяется формулой (закон Рэлея)

*,*

где— дисперсия угла крена.

Одинаково ли часто встречаются амплитуды, меньшие и большие ее математического ожидания?

Пусть случайная величина - значение амплитуды боковой качки, функция распределения этой случайной величины принимает вид:

Вычислим математическое ожидание случайной величины :

Отсюда найдём вероятность события:

;

Следовательно, ;

14.12) На плоскости проведены две параллельные прямые, расстояние между ними L. На эту же плоскость бросается круг радиуса R. Случайные отклонения центра круга от линий, в направлении им перпендикулярном, распределены нормально. Центр рассеивания расположен на расстоянии b от одной из линий во внешнюю сторону, а среднее квадратическое отклонение равно σ. Определить при одном бросании: а) вероятность накрытия кругом хотя бы одной прямой; б) вероятность накрытия обеих прямых, если L = 10 м, R = 8 м, b = 5 м, σ = 14,8 м.

Изображение выглядит как круг, диаграмма, графическая вставка, линия

Автоматически созданное описание

Рассмотрим СВ Х – расстояние между центром круга и ближайшей к центру рассеивания линией. Из схемы видно, что для накрытия кругом хотя бы одной прямой множество значений х:

;

Найдём вероятность:

Для накрытия кругом обоих прямых множество x:

15.1) Курс корабля составляет с линией минного заграждения случайный угол θ, все значения которого равномерно распределены в интервале (θ1, θ2). Найти вероятность подрыва корабля на контактной мине, если ширина корабля b, а расстояние между соседними минами равно l (углы θ1 и θ2 удовлетворяют условиям . Размерами можно пренебречь)

Изображение выглядит как линия, зарисовка, рисунок, диаграмма

Автоматически созданное описание

Рассмотрим СВ θ – угол между курсом корабля и линией минного заграждения. Вероятность подрыва А найдём по ФПВ:

;

Где – вероятность подрыва корабля при пересечении. Найдём эту вероятность.

;

Распределение угла θ нетрудно найти.

;

В соответствии с условием интегрируем итоговую функцию в интервале (θ1, θ2).