

1. Ondes

Les questions de cette section se rapportent aux phénomènes ondulatoires électromagnétiques de base. Les objectifs importants découlent directement de l'utilisation et de la compréhension des équations de Maxwell.

Objectifs

1. Expliquer la signification des termes dans les équations de Maxwell
2. Savoir dériver et utiliser l'équation d'onde de Helmholtz
3. Expliquer et utiliser les bases complètes (sphériques, planes et autres) représentant les ondes dans les matériaux et dans le vide
4. Expliquer le concept, savoir utiliser et identifier un front d'onde et un rayon
5. Interpréter, savoir calculer et utiliser le vecteur de Poynting
6. Expliquer l'origine de l'indice de réfraction et son impact sur les ondes
7. Définir et savoir utiliser la loi de la réflexion
8. Définir et savoir utiliser la loi de Snell pour la réfraction
9. Définir, identifier et utiliser les polarisations \hat{s} et \hat{p} .
10. Savoir utiliser les coefficients de Fresnel pour les deux polarisations
11. Expliquer l'origine et calculer l'angle de Brewster

Références

1. Notes de cours "Optique" de Daniel C. Côté, Chapitre 1 ([iBook](#) ou [iPDF](#)).
2. Hecht: Début de Section 5.2
3. Saleh & Teich: Section 1.1, Sections 2.1 et 2.2

1.1. Rayon et front d'onde

Durée: 1m

Question

[Vrai ou Faux] Pour toute onde, un seul rayon pointant dans une direction donnée est suffisant pour décrire le front d'onde en tout point.

Réponse

Faux. Pour une onde plane (i.e. un front d'onde plan), tous les rayons sont perpendiculaires au front d'onde et parallèles entre eux. Au contraire, une onde sphérique (i.e. un front d'onde courbe) a plusieurs rayons différents qui ne sont pas parallèles entre eux, donc plusieurs rayons représentent les front d'onde courbes.

1.2. Origine de l'indice de réfraction

Durée: 1m

Questioné

Quel(s) terme(s) des équations de Maxwell est ou sont impliqué(s) dans la définition de l'indice de réfraction?

Réponse

La constante diélectrique $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ est relié à l'indice de réfraction par $n \equiv \sqrt{\epsilon_r}$. Cette constante diélectrique dépend de la fréquence de l'onde.

1.3. Solution équation de Maxwell indépendante du temps

Durée: 10m

Question

Trouvez une solution de l'équation d'onde vectorielle tridimensionnelle dépendante du temps:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

par séparation de variables.

Réponse

1.4. Vecteur de Poynting

Durée: 1m

Question

[Vrai ou Faux] Le vecteur de Poynting correspond à la direction dans laquelle la puissance se propage.

Réponse

Vrai. Il s'agit de la définition exacte du vecteur de Poynting, qui est donné par $\vec{S} \equiv \vec{E} \times \vec{H}$.

1.5. Solution à l'équation d'onde

Durée: 10m

Question

Montrez qu'une onde plane $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ est une solution de l'équation d'onde.

Réponse

1.6. Somme d'ondes sphériques

Durée: 1m

Question

[Vrai ou Faux] On ne peut pas décrire une onde plane par une somme d'ondes sphériques, car son front d'onde est droit.

Réponse

Faux. L'ensemble des ondes planes est une base complète qui peut représenter toute onde, c'est-à-dire:

$$\vec{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\vec{k}} \vec{E}(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}. \quad (2)$$

C'est la même chose pour les ondes sphériques:

$$\vec{E}(r, t) = \sum_{\vec{r}_i} \vec{E}(\vec{r}_i) e^{i(k|\vec{r}-\vec{r}_i| - \omega t)}. \quad (3)$$

La différence est simplement que pour représenter une onde plane par une somme d'ondes sphériques, nous aurons besoin de beaucoup de termes dans la somme puisque la géométrie sphérique n'est évidemment pas plane.

1.7. Faisceau focalisant

Durée: 1m

Question

Quelle est la forme du front d'onde d'un faisceau focalisant?

Réponse

Le front d'onde est sphérique.

1.8. Focus de caméra

Durée: 2m

Question

Une caméra peut ajuster le *focus* sans changer le grossissement. Comment est-ce que ça fonctionne ?

Réponse

1.9. Conversion photon et puissance

Durée: 5m

Question

1 photon par seconde donne combien de Watts à $\lambda = 1 \mu m$?

Réponse

Un photon à $1 \mu m$ a une énergie de 1 eV, donc 1 photon ($1 \text{ eV/photon} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$) ou 0.2 zeptoJoule. En une seconde, on obtient simplement 0.2 zeptoWatt.

1.10. Puissance et photons

Durée: 1m

Question

1 pW donne combien de photon par seconde à $\lambda = 500 \text{ nm}$?

Réponse

Un photon à 500 nm a une énergie de 2 eV (ou $1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$), donc $1 \text{ pW} / (2 \text{ eV/photon}) = 3 \times 10^6 \text{ photon/s}$ ou 3 photons par 1 μs .

1.11. Indice de réfraction

Durée: 2m

Question

Quel est l'origine de l'indice de réfraction dans le contexte des équations de Maxwell?

Réponse

L'indice de réfraction vient de la réponse de la densité de polarisation (i.e. les dipôles par volume) dans le matériel. On suppose une réponse des dipôles proportionnelle $P = \chi \epsilon_0 E$, mais χ est dépendant de la fréquence, et est un nombre complexe (donc une amplitude et une phase). On obtient ensuite que $n^2 = (1 + \chi)^2 = \epsilon_r$.

1.12. Longueur d'onde

Durée: 1m

Question

Un laser rouge de longueur d'onde 632.8 nm illumine une piscine. Sachant que la vitesse dans un milieu est c/n et que la longueur d'onde dans un milieu est $\lambda' = \lambda/n$, est-ce que si vous regardez dans la piscine vous verrez que le laser est bleu dans l'eau?

Réponse

Le laser est toujours rouge car la couleur est donnée par la fréquence d'oscillation de l'onde (qui est une propriété de l'onde indépendante de la propagation et qui détermine son énergie) alors que la longueur d'onde est une propriété découlant de la propagation.

1.13. Exemples d'indice

Durée: 2m

Question

Donnez des valeurs d'indice de réfraction pour l'eau, le verre, l'huile, les semiconducteurs. Est-ce que cette valeur dépend de la longueur d'onde ? Pourquoi ?

Réponse

L'eau $n = 1.33$, le verre $n \approx 1.50$ et les semi-conducteurs varient mais sont plutôt élevés $n_{Si} = 3.4$ et $n_{GaAs} = 3.5$. Vous pouvez trouver une base de données très complète sur le site refractiveindex.info.

Cette valeur dépend évidemment de la longueur d'onde. Cependant, pour des milieux transparents (comme l'eau, le verre), l'indice varie peu sauf près de l'absorption, à longueurs d'ondes courtes. Ainsi, on utilise souvent un seul indice mais on doit confirmer lorsque les longueurs d'ondes approchent l'UV dans l'eau et le verre par exemple.

1.14. Paramètres d'illumination

Durée: 5m

Question

Calculer pour un faisceau à 800 nm de 0.1 nm de largeur spectrale ayant une surface de 10 mm² et une puissance moyenne de 1 mW

1. Fréquence du faisceau
2. Flux d'énergie pendant 1 seconde
3. Irradiance
4. Irradiance spectrale

Réponse

1. La fréquence est défini $f = \frac{c}{\lambda}$ où λ est la longueur d'onde et c la vitesse de la lumière. On a donc:
$$f = \frac{300 \times 10^9 \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 375 \times 10^{12} \text{ Hz} = 375 \text{ THz}$$
2. $1\text{W} = 1\text{J/s}$ donc $1\text{mW} = 1\text{mJ/s}$
3. $I = \frac{P}{A} = \frac{10\text{mW}}{\text{cm}^2}$
4. $I_{\text{spectrale}} = \frac{I}{\Delta f} = 100 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2 \cdot \text{nm}}$

```
# Available at
c = 3e8 # SI units
wavelength = 800e-9
surface = 10*(1e-3)*(1e-3) # in m^2
power = 1e-3 # in Watts
duration = 1 # in seconds
spectralWidth = 0.1e-9
spectralWidthInNm = spectralWidth*1e9

frequency = c/wavelength #in Hertz
flux = power * duration
irradiance = power/surface #in W/m^2
irradianceInMwPerCm2 = irradiance * 1000/(1e2)/(1e2)
irradianceInMwPerCm2PerNanoMeter = irradianceInMwPerCm2/(spectralWidthInNm)

print("1. Frequency: {0} THz".format(frequency/1e12))
print("2. Energy flux in 1 second: {0} mJ".format(flux*1000))
print("3. Irradiance: {0} mW/cm^2".format(irradianceInMwPerCm2))
print("4. Irradiance spectrale: {0} mW/cm^2/nm".format(irradianceInMwPerCm2PerNanoMeter))

# Output:
#1. Frequency: 375.0 THz
#2. Energy flux in 1 second: 1.0 mJ
#3. Irradiance: 10.0 mW/cm^2
#4. Irradiance spectrale: 100.0 mW/cm^2/nm
```

