

系泊系统的设计

摘 要

本文针对近浅海观测网中的系泊系统设计问题, 根据其运动区域为旋转体的特点, 将问题转化为剖面的平面问题. 结合力系平衡原理, 建立各设计要求参数随影响因素和决策变量之间的关系模型. 通过给定决策下影响因素变化分析得到系统设计边界. 建立多目标规划模型, 计算给定环境下的最优设计方案.

针对问题一, 将整个问题分解为锚链、钢桶、4 个钢管和浮标 7 个部分分别分析. 对于锚链, 建立力学微分方程模型, 得到锚链长度、水平位移和垂直位移随锚链终点斜率之间的双曲函数关系式; 对于其他部分, 根据刚体力学平衡和力矩平衡原理, 建立力矢量和平衡方程和力矩矢量和平衡方程, 最后得到各部分垂直分量与海水深度相等的非线性等式模型. 通过 MATLAB 软件求解, 得出海面风速为 12m/s 的情况下钢桶倾斜角度为 1.0083° , 浮标吃水深度为 0.7348m , 游动区域半径为 7.4832m , 各钢管的倾斜角度为 $0.9774^\circ, 0.9832^\circ, 0.9890^\circ, 0.9949^\circ$, 风速为 24m/s 的情况下钢桶倾斜角度为 3.8498° , 浮标吃水深度为 0.7489m , 游动区域半径为 17.1097m , 各钢管的倾斜角度为 $3.7360^\circ, 3.7572^\circ, 3.7787^\circ, 3.8008^\circ$.

针对问题二, 用问题一的模型求解得出风速 36m/s 时, 钢桶倾斜角度为 8.0708° 、浮标吃水深度为 0.7700m , 锚链与锚作用力的倾斜角大于 16° , 此时系统将发生节点位移. 因此, 建立风速恒定, 浮标吃水深度、钢桶倾斜角度和锚链与锚作用力的倾斜角度随重物球质量变化的函数模型. 采用区间搜索算法, 线性改变重物球质量进行搜索, 得出满足设计要求且能够使系统稳定的重物球质量区间为 $[1801, 3100]$. 根据浮标吃水深度最小目标, 得到最佳重物球最佳质量为 1801kg .

针对问题三, 采用控制变量的方法, 利用 MATLAB 软件绘制出浮标吃水深度、钢桶倾斜角度分别随不同参数的变化规律示意图, 得到海水深度浅、风速越大、水速越大时设计要求越高. 因此建立给定条件下, 以浮标的吃水深度, 运动区域和钢桶的倾斜角度尽可能小为目标, 以钢桶的倾斜角不超过 5 度, 锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度为约束, 建立多目标规划模型. 通过线性加权法将其转化为单目标规划模型求解, 得出系泊系统的最优设计方案: 选用长度为 23.7243m 的 V 号类型的锚链和质量为 1100kg 的重物球.

本文以向量的形式进行了明晰的受力分析, 通过函数曲线反映出的规律符合客观实际, 说明了模型具有合理性.

关键词: 系泊系统; 锚链线方程; 力矩平衡; 多目标优化; 遍历搜索

一、问题重述

近浅海观测网的传输节点由浮标系统、系泊系统和水声通讯系统组成（如图 1 所示）。系泊系统由钢管、钢桶、重物球、电焊锚链和特制的抗拖移锚组成，要求锚链末端与锚的链接处的切线方向与海床的夹角不超过 16 度，否则锚会被拖行，致使节点移位丢失。水声通讯设备安装在钢桶内，钢桶竖直时，设备工作效果最佳。若钢桶倾斜，则影响设备的工作效果。钢桶的倾斜角度（钢桶与竖直线的夹角）超过 5 度时，设备的工作效果较差。为了控制钢桶的倾斜角度，钢桶与电焊锚链链接处可悬挂重物球。

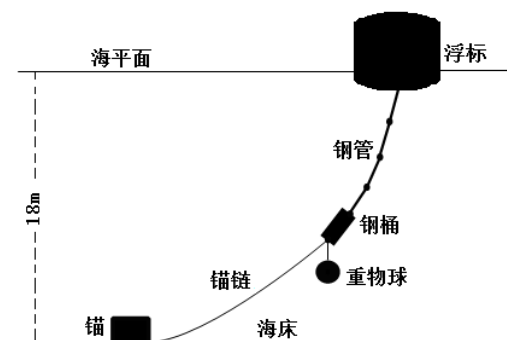


图 1 传输节点示意图（仅为结构模块示意图，未考虑尺寸比例）

系泊系统的设计问题就是确定锚链的型号（近浅海观测网的常用型号及其参数在附表中列出）、长度和重物球的质量，使得浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。

问题 1 某型传输节点选用 II 型电焊锚链 22.05m，选用的重物球的质量为 1200kg。现将该型传输节点布放在水深 18m、海床平坦、海水密度为 $1.025 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 的海域。若海水静止，分别计算海面风速为 12m/s 和 24m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

问题 2 在问题 1 的假设下，计算海面风速为 36m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。请调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度。

问题 3 由于潮汐等因素的影响，布放海域的实测水深介于 16m~20m 之间。布放点的海水速度最大可达到 1.5m/s、风速最大可达到 36m/s。请给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

二、问题分析

题目给出了近浅海观测网的传输节点组成结构示意图，要求通过对系泊系统进行分析，确定锚链的型号、长度和重物球的质量，使得浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。

分析得出题目可以通过对系泊系统结构的研究转化为一个多目标优化设计问题。从

整个系统来看，影响系泊系统的参数有四个：近海风荷载、近海水流力、锚链的型号和长度、重物球质量。为了找出参数和浮标吃水深度、游动区域、钢桶的倾斜角度这三个目标变量之间的关系，需要对整个系统中各个物体分别进行受力分析^[1]，从而得出它们之间的函数关系式，在受力分析的过程中，为了使表达更加明确我们考虑采用向量的方式表达力。

对于问题一，给出了锚链型号、重物球质量以及水深，并假设海水静止，要求计算给定海面风速下钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标吃水深度和游动区域。分析可知我们能够通过受力分析得出目标变量和各个参数之间的函数关系表达式，从而建立求解模型。锚链型号、重物球质量、水深均以给出，近海风荷载可以由题目所给公式算出，由于海水静止，此时水流力为 0，将已知量带入函数关系式即可得出结果。

对于问题二，给定风速 36m/s 的情况下，解题思路与问题一相同，利用问题一的模型即可求解，题目要求研究如何调节重物球的质量使钢桶的倾斜角不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度。首先考虑列出重物球质量与钢桶倾斜角和海床夹角之间的函数关系式，但其中会涉及到许多参数，难以直接研究。所以考虑设计区间搜索算法，不断改变重物球的重量，观察钢桶倾斜角以及海床夹角的变化规律，另外重物球不能过重使浮标沉入水中，综合考虑以上规律和因素计算重物球的质量范围。

对于问题三，给定布放海域的实测水深介于 16m—20m 之间，布放点海水速度最大 1.5m，风速最大 36m。要求给出考虑风力，水流力和水深情况下的系泊系统设计，使得浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。首先研究以上各个参数对系泊系统的影响规律，可以采用控制变量的方法进行分析，利用 MATLAB 绘图的方式直观的表现它们之间的关系，由于系泊系统的设计要求三个目标综合考虑，所以应该采用多目标优化模型进行求解，分析可得三个目标不可能同时达到最优，因此考虑采用线性加权的方法将问题转化为单目标优化模型，即可得出最优解。

附表 锚链型号和参数表

型号	长度(mm)	单位长度的质量(kg/m)
I	78	3. 2
II	105	7
III	120	12. 5
IV	150	19. 5
V	180	28. 12

表注：长度是指每节链环的长度。

三、问题假设

1. 假设物体在水中的质量与其真实质量相同；
2. 锚链没有弹力，其总长度不随其它因素改变；
3. 锚、锚链和重物球在海中的浮力可以忽略不计；

4. 假设水流速度不随水的深度改变.

四、符号说明

G_i : 系泊系统中浮标、每根钢管、钢桶、锚链在海水中所受重力的向量;
 F_i : 系泊系统中浮标、每根钢管、钢桶、锚链之间相连接点作用力向量;
 f_i : 系泊系统中浮标、每根钢管、钢桶、锚链在海水中所受浮力的向量;
 f_{vi} : 系泊系统中浮标、每根钢管、钢桶、锚链在海水中所受浮力的向量;
 θ_i : 每根钢管、钢桶的倾斜角度;
 F : 浮标所受风载力的大小;
 q : 单位长度锚链的重力;
 L : 锚链线的总长;
 $G_{\text{球}}$: 重物球的重力;
 H : 海水深度;
 h : 浮标的吃水深度;
 R : 浮标的游动区域半径.

五、模型的建立与求解

5.1 模型准备

5.1.1 锚链线方程的推导

首先建立受力平衡方程式及求解微分方程, 参照平面一般力系平衡条件, 对锚链部分进行受力分析, 建立如图 2 所示的直角坐标系. 设 O 点处锚链的张力为 T_0 , 其力的作用线与水平方向的相切, A 点处锚链的张力记为 T , 其力的作用线与水平方向的夹角记为 δ , 锚链单位长度的重量为 q , 锚链线总长度为 L . 设锚链曲线对应的函数为 $y = f(x)$.

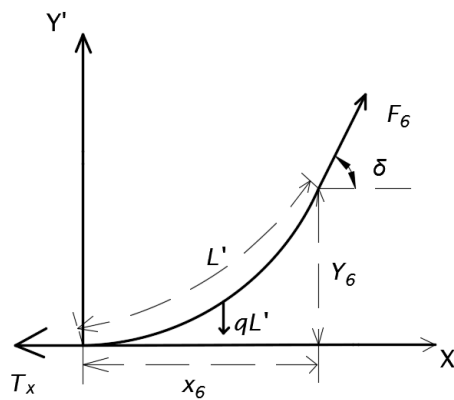


图 2 锚链部分受力分析示意图

取整段锚链线作为研究对象^{[2][3]}, 锚链线的重力 $G = qL$, O 点处锚链张力为 T_x ,

根据力学原理可知， T, G, T_x 三力平衡（如图 3 所示），由此可以得出： $\tan \delta = \frac{G}{T_x}$ 。

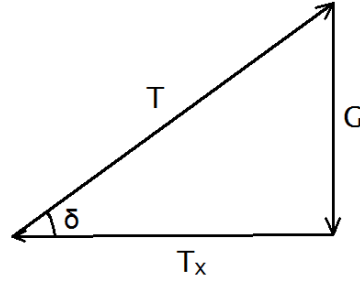


图 3 三力平衡示意图

假定水平张力在锚链上处处相等^[4]，在任意一段锚链 L_x 上平衡成立：

$$\tan \delta = \frac{G}{T_x} = \frac{qL_x}{T_x},$$

而 $\tan \delta = \frac{dy}{dx}$ ，对该式取微分，则有：

$$d(\tan \delta) = \frac{q}{T_x} d(L_x) = \frac{q}{T_x} \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \frac{q}{T_x} \sqrt{1 + \tan^2 \delta} dx,$$

弧长微分 $ds = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$ ，将上式分离变量后积分得：

$$\int \frac{d(\tan \delta)}{\sqrt{1 + \tan^2 \delta}} dx = \int \frac{q}{T_x} dx,$$

$y(0) = 0$ ， $y'(0) = 0$ ，积分可得：

$$\begin{cases} sh^{-1}(\tan \delta) = \frac{q}{T_x} x \\ \tan \delta = sh(\frac{q}{T_x} x) \\ \tan \delta = \frac{dy}{dx} = sh(\frac{q}{T_x} x) \end{cases},$$

解得：

$$\begin{aligned} x &= \frac{T_x}{q} arcsch(\tan \delta), \\ y &= \frac{T_x}{q} (ch(arcsch(\tan \delta))), \end{aligned}$$

对 dL 积分便可得到锚链线的长度，且 $L(0) = 0$ ，

$$dL = \sqrt{1 + y'^2} dx,$$

积分得出锚链线长度为：

$$L = \int dL$$

$$= \frac{T_x}{q} \times sh(arcsh(\tan \delta)).$$

5.1.2 逐段受力分析

将整个系泊系统分解为浮标，钢管，钢桶，锚链，锚分别进行受力分析，根据工程力学相关定理，物体在平面一般力系作用下平衡的必要和充分条件为：力系的主矢和力系对于任一点的主矩都等于零。基于此定理，对每一部分进行受力分析时，均考虑力矩之和为零以及合力为零两个平衡条件。为了表达清楚并方便计算，我们采用向量的方法来表示力，在向量的基础上进行运算。

(1) 浮标部分的受力分析

首先绘制受力分析示意图，如图 4 所示：

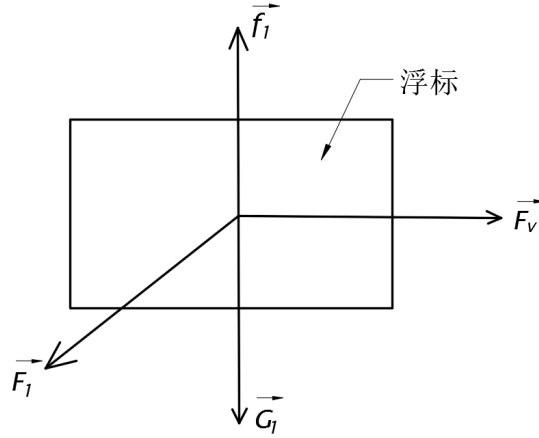


图 4 浮标受力分析示意图

其中 \vec{F}_1 为第一根钢管对浮标拉力的方向向量，将浮标所受各力的方向向量用坐标的形式表示出来：

$$\vec{f}_1 = (0, f_1), \quad \vec{F}_v = (F, 0), \quad \vec{G}_1 = (0, G_1).$$

其中 \vec{f}_1 , \vec{F}_v , \vec{G}_1 分别为浮标所受浮力，风力，重力的方向向量， f_1 , F , G_1 分别为浮标浮力，风力以及重力的值。

由合力为零的平衡条件可以列出：

$$\vec{F}_1 = \vec{f}_1 + \vec{F}_v - \vec{G}_1 = (F, f_1 - G_1).$$

由于浮标所受力为平面汇交力系，及所有力的作用点在一处，故不用考虑力矩的影响。

(2) 钢管部分的受力分析

第一根钢管：

设 A 点是第一根钢管与浮标之间的结点， B 点为第一根钢管与第二根钢管之间的结点，做出钢管 AB 所受各力的示意图，如图 5 所示：

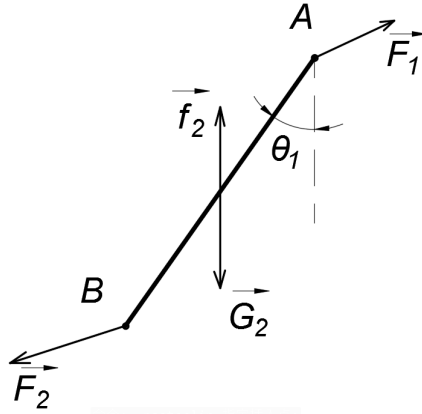


图5 钢管受力示意图

钢管所受各力分别为 $\vec{F}_1 = (F, f_1 - G_1)$, $\vec{f}_2 = (0, f_2)$, $\vec{G}_2 = (0, G_2)$, 由合力为零的平衡条件列出:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{f}_2 - \vec{G}_2 = (F, f_1 + f_2 - G_1 - G_2),$$

对钢管所受力的合力矩进行分析, 如图 6, 将结点所受的力分别分解到水平和竖直方向上, 得到 $\vec{F}_1 = (F_{1x}, F_{1y})$, $\vec{F}_2 = (F_{2x}, F_{2y})$.

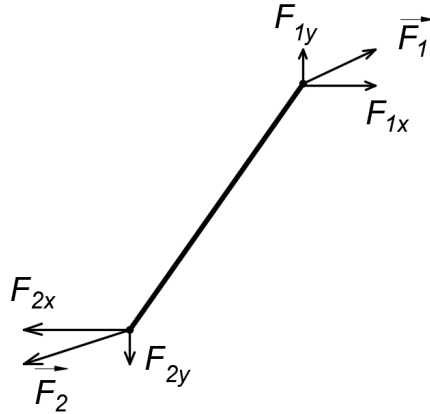


图6 力的分解示意图

由合力矩为零可得:

$$F_{2x} \frac{L}{2} \cos \theta_1 - F_{1x} \frac{L}{2} \cos \theta_1 + F_{1y} \frac{L}{2} \sin \theta_1 - F_{2y} \frac{L}{2} \sin \theta_1 = 0.$$

由此可以解出 θ_1 :

$$\tan \theta_1 = \frac{2F}{2f_1 + f_2 - 2G_1 - G_2},$$

$$\theta_1 = \arctan \frac{2F}{2f_1 + f_2 - 2G_1 - G_2}.$$

同理, 对其余钢管进行受力分析, 根据平衡力系中合力应为零的条件可以求出 \vec{F}_i :

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{i-1} + \vec{f}_i - \vec{G}_i = (F, \sum_{k=1}^i (f_k - G_k)), \quad (i=1, \dots, 5).$$

同第一根钢管，其余钢管的合力矩为零，且可以解出 θ_i 的表达式：

$$\theta_i = \arctan \frac{2F}{\sum_{k=1}^i (f_k - G_k) + \sum_{k=i+1}^5 (f_k - G_k)} \quad (i=1, 2, 3, 4),$$

(3) 钢桶部分的受力分析

与钢管类似，设 E 点是钢桶与第四根钢管之间的结点， F 点是钢桶与锚链之间的结点，做出受力分析示意图，如图 7 所示：

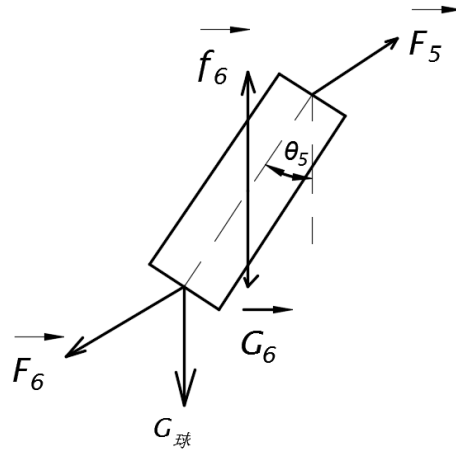


图 7 钢桶受力示意图

其中 \vec{F}_5 , \vec{F}_6 , \vec{f}_6 , \vec{G}_6 为钢管对钢桶的作用力，对锚链钢桶的作用力，钢桶所受浮力，钢桶重力的方向向量，将他们用坐标表示可得：

$$\vec{f}_6 = (0, f_6),$$

$$\vec{G}_6 = (0, G_6).$$

由平面力系的平衡的条件可知合力为零，由此得出：

$$\vec{F}_6 = (F, \sum_{j=1}^6 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}).$$

与分析钢管合力矩的思想相同，同样将 \vec{F}_5 和 \vec{F}_6 分解到水平方向和竖直方向上，根据合力矩为零的条件得出 θ_5 ：

$$\theta_5 = \arctan \frac{2F}{\sum_{j=1}^5 (f_j - G_j) + \sum_{j=1}^6 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}}.$$

5.2 问题一模型的建立与求解

在模型准备中我们已经得出了锚链线的方程，可以将锚链线上任意一点的横纵坐标及其长度表示为只与 δ 角有关的函数， δ 角为锚链与钢桶连接处所受力与水平方向的夹角，其表达式如下：

$$x = \frac{T_x}{q} \operatorname{arcsh}(\tan \delta),$$

$$y = \frac{T_x}{q} (\operatorname{ch}(\operatorname{arcsh}(\tan \delta))),$$

$$L' = \frac{T_x}{q} \times \operatorname{sh}(\operatorname{arcsh}(\tan \delta)).$$

上述方程是在考虑锚链线与海床平面相切的情况下得出的，但在实际情况中，锚链线可能一部分卧在海床上，也可能完全被拉起，下面我们对两种情况进行分析。分别画出两种情况的受力分析示意图（如图 8 所示）：

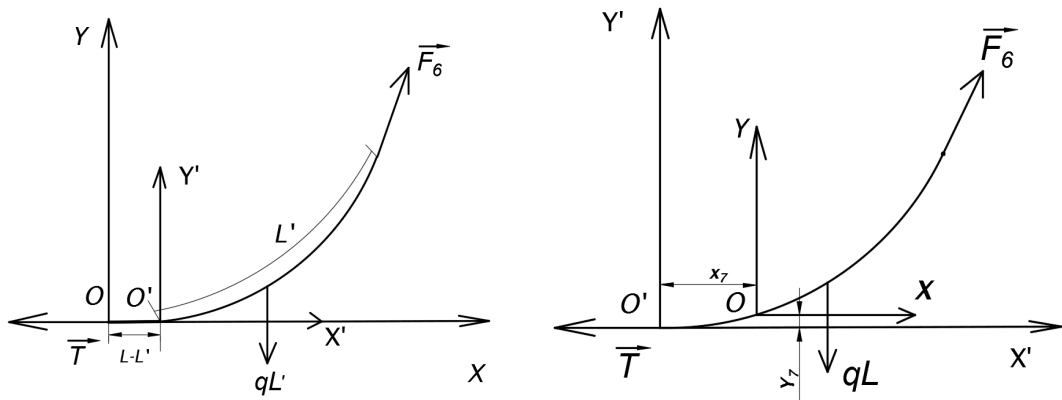


图 8 锚链在锚点处两种情况分析示意图

如图所示， L' 表示通过公式计算得出的锚链长，锚链的实际长度为 L ，图中 O 点为锚链线与锚的结点实际位置， O' 点为通过公式计算得出的锚链线方程最低点。将两者坐标的差值记为 (X_7, Y_7) ，锚与钢桶结点处的力 \vec{F}_6 已经通过受力分析得出：

$$\vec{F}_6 = (F, \sum_{j=1}^6 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}),$$

则

$$\delta = \arctan \left[\frac{\sum_{j=1}^6 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}}{F} \right].$$

结合锚链线的方程，可以解出锚与钢桶结点处的坐标 (X_6, Y_6) 和 L' 。

当 $L > L'$ 时，锚链处于拖地状态（如图 8 左），此时

$$Y_7 = 0$$

$$X_7 = 0$$

$$\vec{F}_6 = (F, L'q + G_{\text{球}})$$

当 $L < L'$ 时，锚链处于全部被拉起状态（如图 8 右），此时

$$Y_7 = \frac{T_x}{qg} \operatorname{ch} \left[\operatorname{arcsh} \left(\frac{L - L'}{T_x} qg \right) \right] - \frac{T_x}{qg}$$

$$X_7 = \frac{T_x}{qg} \operatorname{arcsh} \left(\frac{L - L'}{T_x} qg \right)$$

$$\vec{F}_6 = (F, Lq + G_{\text{球}})$$

整个系统在水平方向的分力即为游动区域的半径 R ，在竖直方向的分力即为海深 H ，由此可以列出目标变量与参数之间关系的数学模型：

$$H = \sum_{i=1}^5 l_i \cos \theta_i + Y_6 - Y_7$$

$$R = \sum_{i=1}^5 l_i \sin \theta_i + X_6 - X_7$$

$$\theta_i = \arctan \frac{2F}{\sum_{k=1}^i (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^{i+1} (f_k - G_k)} \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

$$\theta_5 = \arctan \frac{2F}{\sum_{j=1}^5 (f_j - G_j) + \sum_{j=1}^6 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}}$$

其中 θ_i 在前文由受力分析得出。

结合上述模型，利用 MATLAB 编程（程序见附录 1），将题目一给出的参数值代入模型表达式，解出各个目标变量值。

求解过程中发现当风速大于 $24.5161m/s$ 时， $L < L'$ ，锚链处于完全被拉起状态，当风速小于 $24.5161m/s$ 时， $L > L'$ ，锚链处于部分拖地状态。

当 $v_{\text{风}} = 12m/s$ ，解出 $h = 0.7348m$ ，此时锚链拖在海床上的长度为 $6.8133m$ ；

当 $v_{\text{风}} = 24m/s$ 时，解出 $h = 0.7849m$ ，此时锚链拖在海床上的长度为 $0.3271m$ ；

$v_{\text{风}} = 12m/s$ ， $h = 0.7348m$ 时， $\theta_1 = 0.9774^\circ$ ， $\theta_2 = 0.9832^\circ$ ， $\theta_3 = 0.9890^\circ$ ， $\theta_4 = 0.9949^\circ$ ， $\theta_5 = 1.0083^\circ$ ，游动区域 $R = 7.4832m$ 。

$v_{\text{风}} = 24m/s$ ， $h = 0.7489m$ 时， $\theta_1 = 3.7360^\circ$ ， $\theta_2 = 3.7572^\circ$ ， $\theta_3 = 3.7787^\circ$ ， $\theta_4 = 3.8008^\circ$ ， $\theta_5 = 3.8498^\circ$ ，游动区域 $R = 17.1097m$ 。

锚链的函数表达式：

$$\text{当 } v_{\text{风}} = 12m/s \text{ 时, } y = \begin{cases} 0 & x \in (0, 6.8) \\ 3(ch\frac{x}{3} - 1) & x \in (6.8, 13.6); \end{cases}$$

$$\text{当 } v_{\text{风}} = 24m/s \text{ 时, } y = \begin{cases} 0 & x \in (0, 0.32) \\ \frac{35}{2}(ch\frac{2}{35}x - 1) & x \in (0.32, 17.83). \end{cases}$$

锚链形状如图 9 所示.

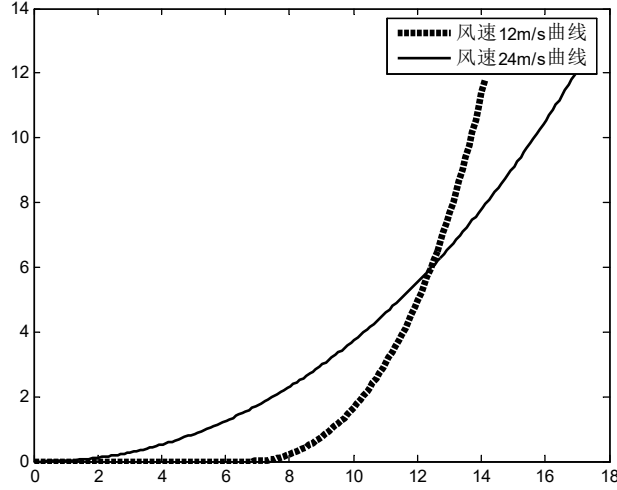


图 9 锚链形状示意图

由图像也可发现当风速为 12 时, 锚链处于部分卧底状态, 当风速为 24 时, 锚链处于完全被拉起的状态, 这也反映出我们建立的模型具有合理性.

5.3 问题二模型的建立与求解

在问题一的基础上, 问题二要求计算风速 $36m/s$ 时钢桶和各节钢管的倾斜角度, 锚链形状和浮标的游动区域, 并要求调节重物球的质量使钢桶的倾斜角不超过 5 度, 锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度.

由于 $36m/s > 24.5165m/s$, 结合第二问可知此时锚链属于全部悬起的情况, 结合问题一的模型:

$$H = \sum_{i=1}^5 l_i \cos \theta_i + Y_6 - Y_7,$$

$$R = \sum_{i=1}^5 l_i \sin \theta_i + X_6 - X_7,$$

$$\theta_i = \arctan \frac{2F}{\sum_{k=1}^i (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^{i+1} (f_k - G_k)} \quad (i = 1, 2, 3, 4),$$

$$\theta_5 = \arctan \frac{2F}{\sum_{j=1}^5 (f_j - G_j) + \sum_{j=1}^6 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}}.$$

代入 $v_{\text{风}} = 36\text{m/s}$ ，利用 MATLAB 编程（程序见附录 2），解得 $h = 0.7700$ 。再将 $v_{\text{风}} = 36\text{m/s}$ ， $h = 0.7700$ 代入模型求解得出： $\theta_1 = 7.8460^\circ$ ， $\theta_2 = 7.8882^\circ$ ， $\theta_3 = 7.9308^\circ$ ， $\theta_4 = 7.9739^\circ$ ， $\theta_5 = 8.0708^\circ$ ，锚链在锚点处与海床的夹角 $\varphi = 17.8956^\circ$ ，游动区 $R = 17.9170$ ，锚链函数表达式为：

$$y = 29ch\left[\frac{x}{29} + 0.1413\right] - 29.29 \quad x \in (0, 17.87).$$

其函数图像即锚链形状为：

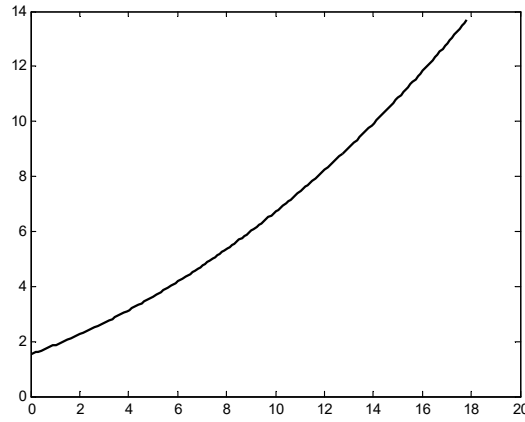


图 10 风速为 36m/s 时锚链的形状示意图

分析结果可知，此时钢桶的倾斜角 $\theta_5 > 5^\circ$ ，锚链在锚点处与海床的夹角 $\varphi > 16^\circ$ ，锚将会被拖行。

为了使锚不发生移动，并使钢桶的倾斜角度尽可能小，需要调节重物球的质量。 θ_5 和 φ 与重物球重量 G_5 的函数关系式分别为： $\theta_5 = f(G_5)$ ， $\varphi = h(G_5)$ ，但由于涉及的参数过多，无法通过软件直接求解出表达式，所以采用数值求解方法，设计区间搜索算法进行求解。结合实际经验，我们取重球的质量范围在区间 $[100\text{kg}, 8000\text{kg}]$ 内，设定步长为 1kg ，控制风速为 36m/s ，通过不断改变重物球质量搜索得出满足条件的重物球质量，并绘制出 θ_5 和 φ 与重物球重量 G_5 之间的函数关系曲线图（如图 11 所示）。

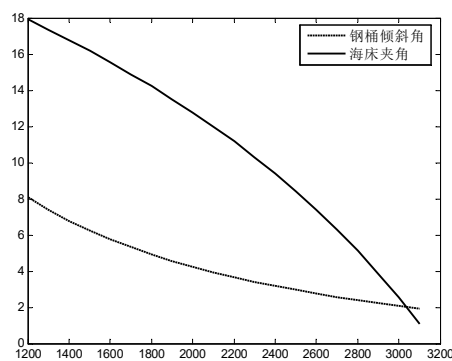


图 11 θ_5 和 φ 与重物球重量 G_5 之间的函数关系曲线图

分析图像可得随着重物球质量的增加，钢桶倾斜角以及锚链与海床夹角均不断减小。利用 MATLAB 编程(程序见附录 2)，解出重物球质量的变化范围的下限为 $1801kg$ ，再找到重物使浮标恰好下沉的临界点，即整个系统的浮力等于重力的情况，此时重物球取得上限为 $3100kg$ 。

因此当 $G_5 \in [1801, 3100]$ 时钢桶的倾斜角不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度。由于吃水深度 h 与重物球质量 G_5 成正相关，题目要求吃水深度 h 尽可能小，所以最终取重物球质量 G_5 为 $1801kg$ 。

5.4 问题三模型建立与求解

问题三要求水深介于 16-20 米之间，海流最大速度可达到 $1.5m/s$ ，风速最大可达到 $36m/s$ ，现在需要研究在这几个参数变化的情况下系泊系统的设计，由于问题三要考虑海水流力的大小，需要对整个系泊系统进行受力平衡分析。

(1) 系泊系统整体受力分析

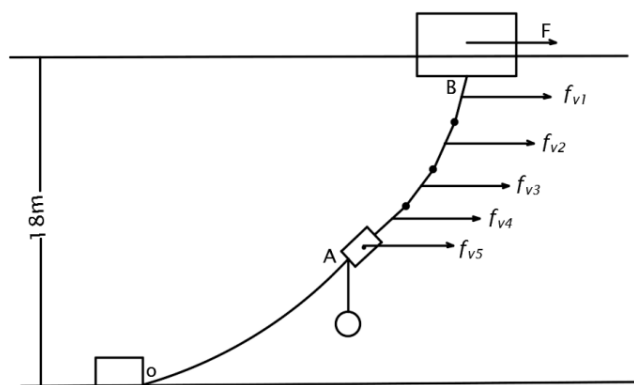


图 12 整个系泊受水平海水流力分析

系泊系统中各个物体在水平方向的受海水流力情况如图 12 所示，同问题一，对各物体进行受力分析，可以得到各个方向的力的向量表达式及各个倾斜角的表达式。

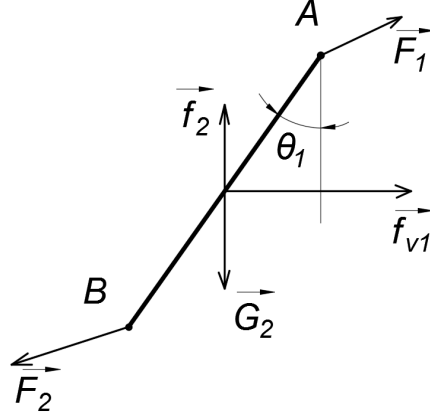


图 13 第一根钢管受力示意图

对第一根钢管分析可得：

$$\vec{F}_1 = (F + f_{v1}, f_1 - G_1),$$

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_{v1} = (F + f_{v1} + f_{v2}, f_1 + f_2 - G_1 - G_2),$$

同问题一，依次可求出 \vec{F}_i 的表达式：

$$\vec{F}_i = (F + \sum_{j=1}^i f_{vj}, \sum_{j=1}^i (f_j - G_j) - G_{\text{球}}) \quad (i = 1, 2, \dots, 5),$$

$$\vec{F}_6 = (F + \sum_{j=1}^5 f_{vj}, \sum_{j=1}^5 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}),$$

$$\delta = \arctan \left[\frac{\sum_{j=1}^5 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}}{F_{\text{风}} + \sum_{j=1}^5 f_{vj}} \right].$$

其中 $f_{vi} = 374 \times S v^2 \cos \theta_i$ ，S 为第 i 个物体竖直平面的投影面积。

通过力偶系配合分析可得钢管和钢桶的倾斜角度表达式：

$$\theta_i = \arctan \frac{2F + \sum_{j=1}^i f_{vj} + \sum_{j=1}^{i+1} f_{vj}}{\sum_{k=1}^i (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^{i+1} (f_k - G_k)} \quad (i = 1, 2, \dots, 4),$$

$$\theta_5 = \arctan \frac{2F + \sum_{j=1}^5 f_{vj} + \sum_{j=1}^6 f_{vj}}{\sum_{k=1}^5 (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^6 (f_k - G_k) - G_{\text{球}}}.$$

(2)各参数与各目标之间变化规律

问题需要研究三个不同参数情况下的目标量，我们采用遍历搜索法找出每一种情况下各目标的值，即分析每一种锚链型号下各情况的目标量，先确定两个参数值，研究另外一个参数与各目标量之间关系的变化规律，首先我们取水的流速为 1.5m/s，风速为 36m/s，锚链型号为I类型，锚链长为 22.05m，通过一系列的函数关系式，绘制出反映单个参数在其余参数确定的条件下与各目标量之间关系的曲线图，各参数之间的关系式如下：

$$x = \frac{T_x}{q} \operatorname{arcsinh}(\tan \delta),$$

$$y = \frac{T_x}{q} (\operatorname{ch}(\operatorname{arcsinh}(\tan \delta))),$$

$$L' = \frac{T_x}{q} \times \operatorname{sh}(\operatorname{arcsinh}(\tan \delta)),$$

$$\delta = \arctan \left[\frac{\sum_{j=1}^5 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}}{F_{\text{风}} + \sum_{j=1}^5 f_{vj}} \right],$$

$$\theta_i = \arctan \frac{2F + \sum_{j=1}^i f_{vj} + \sum_{j=1}^{i+1} f_{vj}}{\sum_{k=1}^i (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^{i+1} (f_k - G_k)} \quad (i=1,2,\dots,4),$$

$$\theta_5 = \arctan \frac{2F + \sum_{j=1}^5 f_{vj} + \sum_{j=1}^6 f_{vj}}{\sum_{k=1}^5 (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^6 (f_k - G_k) - G_{\text{球}}},$$

$$H = \sum_{i=1}^5 l_i \cos \theta_i + Y_6 - Y_7,$$

$$R = \sum_{i=1}^5 l_i \sin \theta_i + X_6 - X_7.$$

当 $L > L'$ 时，锚链处于拖地状态（如图左），此时

$$Y_7 = 0$$

$$X_7 = 0$$

$$\vec{F}_6 = (F, L'q + G_{\text{球}}),$$

当 $L < L'$ 时，锚链处于全部被拉起状态（如图右），此时

$$Y_7 = \frac{T_x}{qg} \operatorname{ch} \left[\operatorname{arcsh} \left(\frac{L-L'}{T_x} qg \right) \right] - \frac{T_x}{qg}$$

$$X_7 = \frac{T_x}{qg} \operatorname{arcsh} \left(\frac{L-L'}{T_x} qg \right)$$

$$\vec{F}_6 = (F, Lq + G_{\text{球}}).$$

绘制各个参数与目标量的关系曲线：

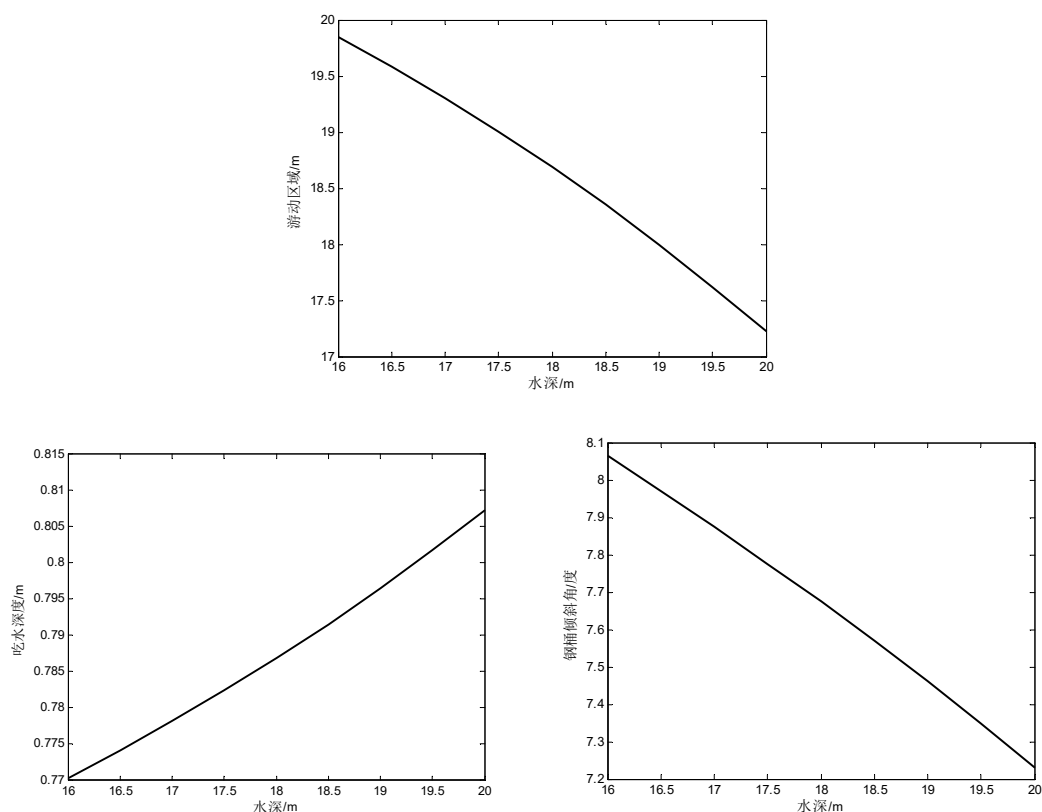


图 14 水深与各个目标量的变化规律图

上图为在其它参数确定的情况下，海水深度与浮标的浮动区域半径、吃水深度和钢桶倾斜角度之间的变化规律曲线，分析得知浮标的浮动区域随海水深度的增大而减小，浮标的吃水深度随海水深度的增大而增大，钢桶的倾斜角度随海水深度的增大而减小。说明要设计出较好的系泊系统需要选择一个适当的锚链型号，在不同海水深度下，使得各个目标量尽可能小。

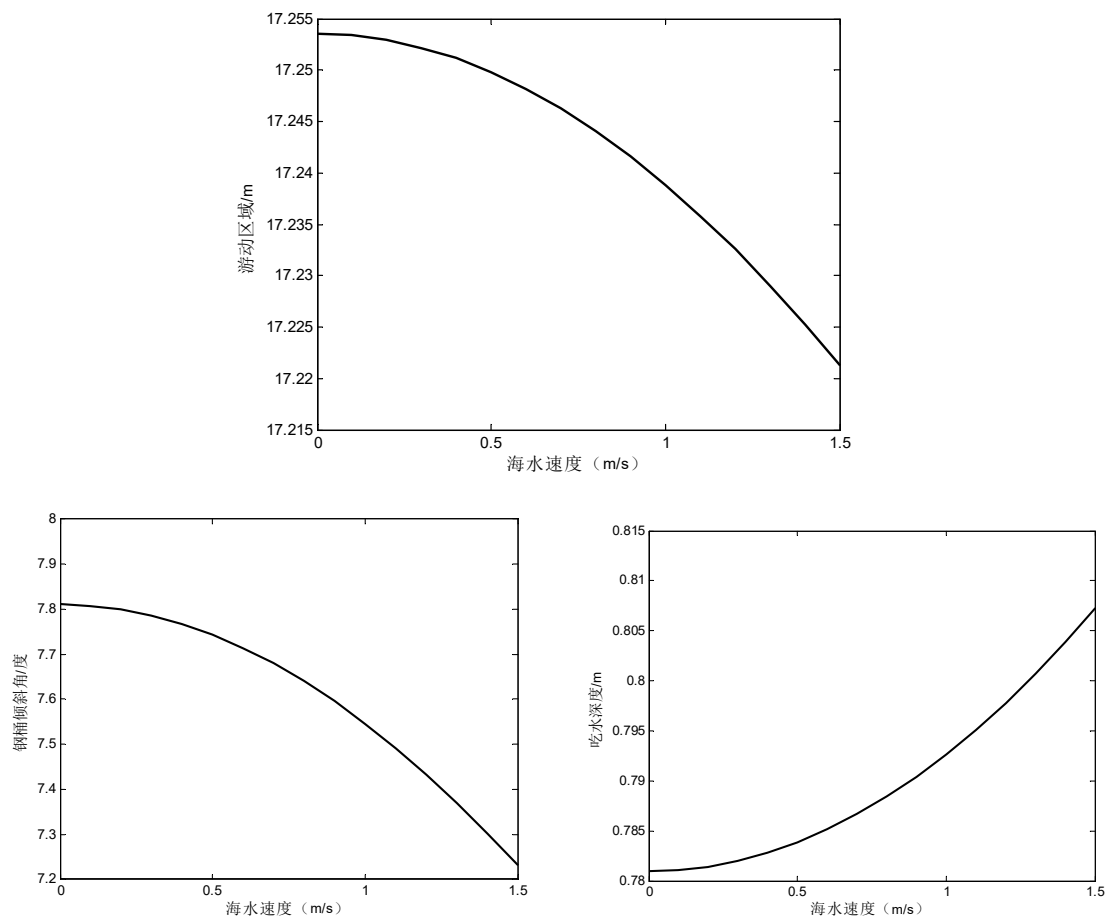
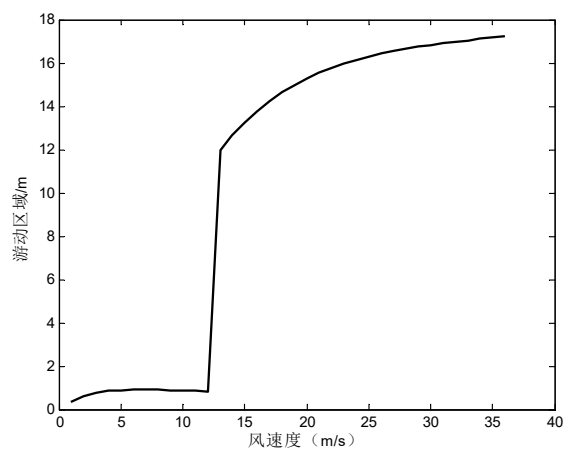


图 15 海水流速与各个目标量的变化规律图

上图为在其它参数确定的情况下，海水流速与浮标的漂移区域半径、吃水深度和钢桶倾斜角度之间的变化规律曲线，其中浮标的漂移区域随海水流速的增大而减小，浮标的吃水深度随海海水流速的增大而增大，钢桶的倾斜角度随海水流速的增大而减小，说明海水的流速对整个系泊系统具有较大的影响。



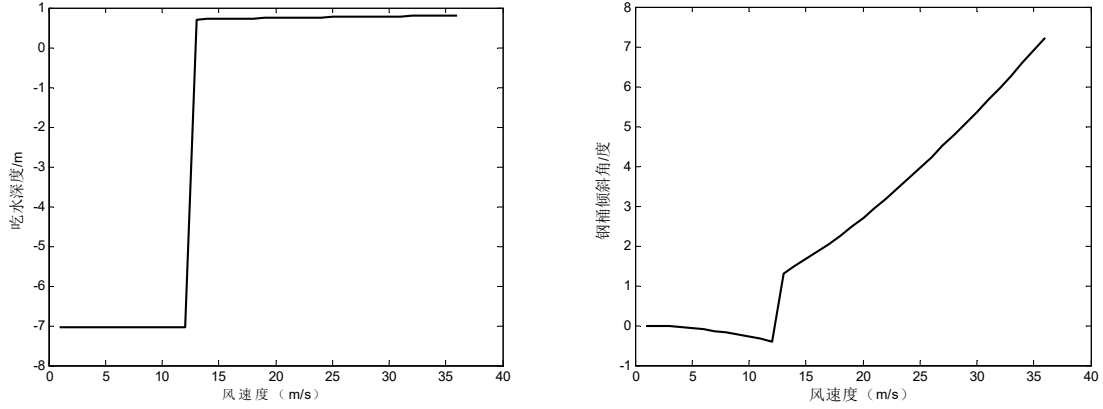


图 16 风力与各个目标量的变化规律图

上图为在其它参数确定的情况下，风力与浮标的游动区域半径、风力和钢桶倾斜角度之间的变化规律曲线，分析得知浮标的游动区域随风力的增大而越大，浮标的吃水深度随风力的增大而增大，钢桶的倾斜角度随风力的增大而增大。说明风力越小各个目标量的值就越小，因此风速越小，系泊系统就越稳定。

(3)多目标函数规划模型

通过对上面各参数与目标量变化规律，我们需要确定适当的参数值使得各个目标量都尽可能的小，接下来建立多目标优化模型，以各个钢桶的倾斜角度、浮标的吃水深度及其游动区域尽可能小为目标建立优化模型。

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \theta_5 = \arctan \frac{2F + \sum_{j=1}^i f_{vj} + \sum_{j=1}^{i+1} f_{vj}}{\sum_{k=1}^i (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^{i+1} (f_k - G_k)}, \\
 \min \quad & h, \\
 \min \quad & R = \sum_{i=1}^5 l_i \sin \theta_i + X_6 - X_7, \\
 \text{s.t.} \quad & \delta = \arctan \left[\frac{\sum_{j=1}^5 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}}{F_{\text{风}} + \sum_{j=1}^5 f_{vj}} \right], \\
 & \theta_i = \arctan \frac{2F + \sum_{j=1}^i f_{vj} + \sum_{j=1}^{i+1} f_{vj}}{\sum_{k=1}^i (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^{i+1} (f_k - G_k)} \quad (i = 1, 2, \dots, 4),
 \end{aligned}$$

$$\theta_5 = \arctan \frac{2F + \sum_{j=1}^5 f_{vj} + \sum_{j=1}^6 f_{vj}}{\sum_{k=1}^5 (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^6 (f_k - G_k) - G_{\text{球}}},$$

$$Y_7 = \frac{T_x}{q} \operatorname{ch} \left[\operatorname{arcsch} \left(\frac{L - L'}{T_x} q \right) \right] - \frac{T_x}{q},$$

$$X_7 = \frac{T_x}{q} \operatorname{arcsch} \left(\frac{L - L'}{T_x} q \right),$$

$$L' = \frac{T_x}{q} \times \operatorname{sh} (\operatorname{arcsch} (\tan \delta)),$$

$$y = \frac{T_x}{q} (\operatorname{ch} (\operatorname{arcsch} (\tan \delta))),$$

$$x = \frac{T_x}{q} \operatorname{arcsch} (\tan \delta),$$

$$H = \sum_{i=1}^5 l_i \cos \theta_i + Y_6 - Y_7,$$

$$R = \sum_{i=1}^5 l_i \sin \theta_i + X_6 - X_7,$$

$$0 \leq \theta_5 \leq \frac{5\pi}{180},$$

$$G_{\text{球}} \geq 0, L \geq 0, q \geq 0.$$

对于建立的多目标优化模型，结合上面各参数与各目标量的曲线变化规律图，发现不可能同时使得这几个目标量达到最优，因此我们将多目标转化成单目标优化模型。

(4) 单目标规划模型

要使得各个目标量尽可能小，首先确定其权重，对这三个目标量进行线性加权，设 k_1 、 k_2 、 k_3 分别为 θ_5 、 h 、 R 的权重系数， k_1 、 k_2 、 k_3 的取值与各目标的量纲有关。

设 Z 为线性加权后的单目标函数，则：

$$Z = k_1 \theta_5 + k_2 h + k_3 R.$$

建立以 Z 值最小为目标的优化模型：

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = k_1 \theta_5 + k_2 h + k_3 R, \\ \text{s.t.} \quad & \delta = \arctan \left[\frac{\sum_{j=1}^5 (f_j - G_j) - G_{\text{球}}}{F_{\text{风}} + \sum_{j=1}^5 f_{vj}} \right], \end{aligned}$$

$$\theta_i = \arctan \frac{2F + \sum_{j=1}^i f_{vj} + \sum_{j=1}^{i+1} f_{vj}}{\sum_{k=1}^i (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^{i+1} (f_k - G_k)} \quad (i = 1, 2, \dots, 4),$$

$$\theta_5 = \arctan \frac{2F + \sum_{j=1}^5 f_{vj} + \sum_{j=1}^6 f_{vj}}{\sum_{k=1}^5 (f_k - G_k) + \sum_{k=1}^6 (f_k - G_k) - G_{\text{球}}},$$

$$Y_7 = \frac{T_x}{q} \operatorname{ch} \left[\operatorname{arcsch} \left(\frac{L - L'}{T_x} q \right) \right] - \frac{T_x}{q},$$

$$X_7 = \frac{T_x}{q} \operatorname{arcsch} \left(\frac{L - L'}{T_x} q \right),$$

$$L' = \frac{T_x}{q} \times \operatorname{sh} (\operatorname{arcsch} (\tan \delta)),$$

$$y = \frac{T_x}{q} (\operatorname{ch} (\operatorname{arcsch} (\tan \delta))),$$

$$x = \frac{T_x}{q} \operatorname{arcsch} (\tan \delta),$$

$$H = \sum_{i=1}^5 l_i \cos \theta_i + Y_6 - Y_7,$$

$$R = \sum_{i=1}^5 l_i \sin \theta_i + X_6 - X_7,$$

$$0 \leq \theta_5 \leq \frac{5\pi}{180},$$

$$G_{\text{球}} \geq 0, \quad L \geq 0, \quad q \geq 0.$$

查找相关资料确定各目标量的权重系数 $k_1 = 0.08$ 、 $k_2 = 2.74$ 、 $k = 0.31$ ，通过 MATLAB 软件编程（程序见附录 3），分别解出不同型号锚链下最小的 Z 值，结果如表 1。

表 1 不同锚链型号下的最优解

类型	I	II	III	IV	V
Z_{\max}	8.214	8.563	9.245	7.956	7.524

由表可知应选用 V 号类型的锚链，同理，分别将锚链长度和重物球质量作为自变量进行求解，得出最优解分别是：锚链长度为 23.7243 m，重物球质量为 1100 kg。

六、模型检验

下图两条曲线表示的是风速为 $12m/s$ ， $24m/s$ 条件下锚链线的形状：

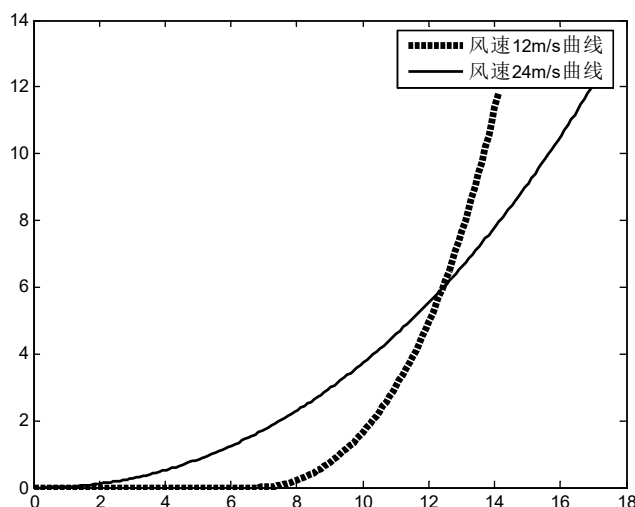


图 17 锚链线形状示意图

问题一求解过程中求得当风速大于 $24.5161m/s$ 时， $L < L'$ ，锚链处于完全被拉起状态，当风速小于 $24.5161m/s$ 时， $L > L'$ ，锚链处于部分拖地状态。

问题一已解出当 $v_{\text{风}} = 12m/s$ ，解出 $h = 0.7348m$ ，此时锚链拖在海床上的长度为 $6.8133m$ ；当 $v_{\text{风}} = 24m/s$ 时，解出 $h = 0.7849m$ ，此时锚链拖在海床上的长度为 $0.3271m$ ；其计算出的锚链拖在海床上的长度与上图中锚链线与水平轴重合的长度基本一致，验证了模型一的准确性，又因为问题二、三与问题一的模型有紧密的联系，保证了整体模型的准确性。

七、模型评价

优点：

1. 采用向量表示力，使受力分析清晰明了，便于计算。
2. 利用 MATLAB 绘制表达参数和目标量之间关系的曲线，直观的反映了二者之间的联系。
3. 采用控制变量的方法对参数值进行遍历搜索，得到的结果较为准确。

缺点：

多目标函数转化为单目标函数的过程中，权值的确定主观性较强，可能存在误差。

参考文献

- [1]北京科技大学，东北大学等编，工程力学.静力学，北京：高等教育出版社，2008.
- [2]王丹，刘家，一般状态下悬链线方程的应用，船海工程，第 36 卷第 3 期：2007.

- [3]乔东生, 欧进萍, 深水悬链锚泊系统静力分析, 船海工程, 第 38 卷第 2 期: 2009.
- [4]齐鸣, 严传续, 船舶锚泊系统扰动力平衡计算, 中国造船, 第 53 卷第 3 期: 2012.

附 录

附录 1:

问题一中的代码

```
[H theta1 theta2 theta3 theta4 theta5 R]=questions1(12,1200,8,22.05);
```

```
[H theta1 theta2 theta3 theta4 theta5 R]=questions1(24,1200,8,22.05);
```

```
function [H Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 S]=questions1(v,g4,q,l)
syms x h
q=q*9.8;
g4=g4*9.8;
nu=1025*9.8*1*pi/4*0.05^2-10*9.8;
f= 0.625*(2-h)*2*v^2;
ftong=1025*9.8*1*pi/4*0.3^2;
gtong=100*9.8;
glian=q*1;
f1y=1025*9.8*h*pi/4*2^2-1000*9.8;
f2y=f1y+nu;
f3y=f2y+nu;
f4y=f3y+nu;
ftongy=f4y+nu;
fliany=ftongy+ftong-gtong;
fmaoy=fliany-glian-g4;
theta1=atan( 2*f/(f1y+f2y) );
theta2=atan( 2*f/(f2y+f3y) );
theta3=atan( 2*f/(f3y+f4y) );
theta4=atan( 2*f/(f4y+ftongy) );
thetatong=atan( 2*f/(ftongy+fliany) );
%alpha=atan( fmaoy/f )
lx=(fliany-g4)/q;
alpha=0;
xx=solve(f/q*sinh(q/f*x+log( tan(alpha)+1/cos(alpha) ))-f/q*tan(alpha)-lx);
yy=f/q*cosh(q/f*xx+log( tan(alpha)+1/cos(alpha) ))-f/q/cos(alpha);
H=yy+cos(thetatong)+(cos(theta1)+cos(theta2)+cos(theta3)+cos(theta4))+h;
summ=H-18;
f=eval(['@(h)',vectorize(summ)]);
hh=fsolve(f,1.9);
H=hh;
th1=eval(['@(h)',vectorize(theta1)]);
Y1=th1(hh)*180/pi;
th2=eval(['@(h)',vectorize(theta2)]);
```

```

Y2=th2(hh)*180/pi;
th3=eval(['@(h)',vectorize(theta3)]);
Y3=th3(hh)*180/pi;
th4=eval(['@(h)',vectorize(theta4)]);
Y4=th4(hh)*180/pi;
th5=eval(['@(h)',vectorize(thetatong)]);
Y5=th5(hh)*180/pi;
xxx=eval(['@(h)',vectorize(xx)]);
S=(xxx(hh)+sin(Y1*pi/180)+sin(Y2*pi/180)+sin(Y3*pi/180)+sin(Y4*pi/180)+sin(Y5*pi/180))^2*pi;

```

附录 2:

问题二中的代码

```

[H Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 Y6 S]=questions2(36,1200,7,22.05)
clear
clc
syms g4 h
thetatong
=atan((6480-3240*h)/(20090*h*pi-186531826673734413/8796093022208+18081/80*pi
))*180/pi-5;
the=eval(['@(h)',vectorize(thetatong)]);
alpha
=atan((10045*h*pi-221762466211863233/17592186044416+18081/80*pi-g4)/(3240-16
20*h));
alp=eval(['@(h,g4)',vectorize(thetatong)]);
summ=(16200/343-8100/343*h)*cosh(343/5/(3240-1620*h)*(-16200/343*log(1/142496
706959769600*(-883567544080793600*h*pi+1108812331059316165-19880269741817856
*pi+87960930222080*g4-2*((1310686031486708351198911177766947225-8122124597751
3799836131540336640000*h+20305311494378449959032885084160000*h^2+7806916049
52965141452364405800960000*h^2*pi^2-1959421176401159684358445453017088000*h*
pi+35131122222883431365356398261043200*h*pi^2-155438846182770560767021285376
000*h*pi*g4-44086976469026092898065022692884480*pi+1950643281633807550381727
67846400*g4+395225125007438602860259480436736*pi^2-3497374039112337617257978
920960*pi*g4+7737125245533626718119526400*g4^2)/(-2+h)^2)^(1/2)+((1310686031486
708351198911177766947225-81221245977513799836131540336640000*h+2030531149437
8449959032885084160000*h^2+780691604952965141452364405800960000*h^2*pi^2-195
9421176401159684358445453017088000*h*pi+35131122222883431365356398261043200*
h*pi^2-155438846182770560767021285376000*h*pi*g4-4408697646902609289806502269
2884480*pi+195064328163380755038172767846400*g4+395225125007438602860259480
436736*pi^2-3497374039112337617257978920960*pi*g4+77371252455336267181195264
00*g4^2)/(-2+h)^2)^(1/2)*h)/(-2+h))+8100/343*log(1/142496706959769600*(-88356754408

```



```

0793600*h*pi+1108812331059316165-19880269741817856*pi+87960930222080*g4-2*((1
310686031486708351198911177766947225-81221245977513799836131540336640000*h+2
0305311494378449959032885084160000*h^2+780691604952965141452364405800960000
*h^2*pi^2-1959421176401159684358445453017088000*h*pi+351311222228834313653563
98261043200*h*pi^2-155438846182770560767021285376000*h*pi*g4-4408697646902609
2898065022692884480*pi+195064328163380755038172767846400*g4+395225125007438
602860259480436736*pi^2-3497374039112337617257978920960*pi*g4+77371252455336
26718119526400*g4^2)/(-2+h)^2)^(1/2)+((1310686031486708351198911177766947225-812
21245977513799836131540336640000*h+20305311494378449959032885084160000*h^2+
780691604952965141452364405800960000*h^2*pi^2-195942117640115968435844545301
7088000*h*pi+35131122222883431365356398261043200*h*pi^2-15543884618277056076
7021285376000*h*pi*g4-44086976469026092898065022692884480*pi+195064328163380
755038172767846400*g4+395225125007438602860259480436736*pi^2-349737403911233
7617257978920960*pi*g4+7737125245533626718119526400*g4^2)/(-2+h)^2)^(1/2)*h)/(-2
+h))*h+16200/343*asinh(1/712483534798848000*(-4417837720403968000*h*pi-99401348
709089280*pi+4878799945887456473+439804651110400*g4)/(-2+h))-8100/343*asinh(1/71
2483534798848000*(-4417837720403968000*h*pi-99401348709089280*pi+487879994588
7456473+439804651110400*g4)/(-2+h))*h)+log((10045*h*pi-221762466211863233/175921
86044416+18081/80*pi-g4)/(3240-1620*h)+(1+(10045*h*pi-221762466211863233/1759218
6044416+18081/80*pi-g4)^2/(3240-1620*h)^2)^(1/2))-(16200/343-8100/343*h)*(1+(10045
*h*pi-221762466211863233/17592186044416+18081/80*pi-g4)^2/(3240-1620*h)^2)^(1/2)+
1/(1+(6480-3240*h)^2/(20090*h*pi-186531826673734413/8796093022208+18081/80*pi)^2
)^(1/2)+1/(1+(6480-3240*h)^2/(20090*h*pi-1384735618158908173/70368744177664)^2)^(
1/2)+1/(1+(6480-3240*h)^2/(20090*h*pi-1395752082712295719/70368744177664)^2)^(1/2
)+1/(1+(6480-3240*h)^2/(20090*h*pi-1406768547265683265/70368744177664)^2)^(1/2)+1
/(1+(6480-3240*h)^2/(20090*h*pi-1417785011819070811/70368744177664)^2)^(1/2)+h-18;
ff=eval(['@(h)',vectorize(summ)]);
summ1=[];
summ2=[];
summ3=[];
for h=0.9:0.01:1.9
haha=ff(h);
haha1=eval(['@(g4)',vectorize(haha)]);
mm=fsolve(haha1,13000);
summ2=[summ2 the(h)];
summ3=[summ3 alp(h,mm)];
summ1=[summ1 mm];
end
summ1
summ2

```

```

summ3
function [H Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 Y6 S]=questions2(v,g4,q,l)
syms x h
q=q*9.8;
g4=g4*9.8;
nu=1025*9.8*1*pi/4*0.05^2-10*9.8;
f= 0.625*(2-h)*2*v^2;
ftong=1025*9.8*1*pi/4*0.3^2;
gtong=100*9.8;
glian=q*l;
f1y=1025*9.8*h*pi/4*2^2-1000*9.8;
f2y=f1y+nu;
f3y=f2y+nu;
f4y=f3y+nu;
ftongy=f4y+nu;
fliany=ftongy+ftong-gtong;
fmaoy=fliany-glian-g4;
theta1=atan( 2*f/(f1y+f2y) );
theta2=atan( 2*f/(f2y+f3y) );
theta3=atan( 2*f/(f3y+f4y) );
theta4=atan( 2*f/(f4y+ftongy) );
thetatong=atan( 2*f/(ftongy+fliany) );
alpha=atan( fmaoy/f )
xx=solve(f/q*sinh(q/f*x+log( tan(alpha)+1/cos(alpha) ))-f/q*tan(alpha)-l);
yy=f/q*cosh(q/f*xx+log( tan(alpha)+1/cos(alpha) ))-f/q/cos(alpha);
H=yy+cos(thetatong)+(cos(theta1)+cos(theta2)+cos(theta3)+cos(theta4))+h;
summ=H-18;
f=eval(['@(h)',vectorize(summ)]);
hh=fsolve(f,1.9);
H=hh;
th1=eval(['@(h)',vectorize(theta1)]);
Y1=th1(hh)*180/pi;
th2=eval(['@(h)',vectorize(theta2)]);
Y2=th2(hh)*180/pi;
th3=eval(['@(h)',vectorize(theta3)]);
Y3=th3(hh)*180/pi;
th4=eval(['@(h)',vectorize(theta4)]);
Y4=th4(hh)*180/pi;
th5=eval(['@(h)',vectorize(thetatong)]);
Y5=th5(hh)*180/pi;

```

```

th6=eval(['@(h)',vectorize(alpha)]);
Y6=th6(hh)*180/pi;
xxx=eval(['@(h)',vectorize(xx)]);
S=(xxx(hh)+sin(Y1*pi/180)+sin(Y2*pi/180)+sin(Y3*pi/180)+sin(Y4*pi/180)+sin(Y5*pi/180))^2*pi;

```

附录 3:

问题三中的代码

```

H=[];
Y1=[];
Y2=[];
Y3=[];
Y4=[];
Y5=[];
S=[];
out=0;
for q=[3.2 7 12.5 19.5 28.12]
out=out+1;
[H(out)    Y1(out)    Y2(out)    Y3(out)    Y4(out)    Y5(out)    Y6(out)
S(out)]=questions3(13,1100,q,23.7,1.5,20);
end
figure(1)
plot([1 2 3 4 5],'k','LineWidth',2);
xlabel('锚链型号');
ylabel('钢桶倾斜角/度');
figure(2)
plot([1 2 3 4 5],S,'k','LineWidth',2);
xlabel('锚链型号');
ylabel('游动区域/m');
figure(3)
plot([1 2 3 4 5],H,'k','LineWidth',2);
xlabel('锚链型号');
ylabel('吃水深度/m');
y5=Y5/sum(Y5);
s5=S/sum(S);
h5=H/sum(H);
sum5=y5+s5+h5;
[aa bb]=min(sum5);
jieguo=10+(bb(1)-1)*0.5;
haha=Y5+S+H

```

```

function [H Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 Y6 S]=questions3(v,g4,q,l,v1,hi)
syms x h
q=q*9.8;
g4=g4*9.8;
nu=1025*9.8*1*pi/4*0.05^2-10*9.8;
nu1=374*0.05*v1^2;
f= 0.625*(2-h)*2*v^2;
fv=374*h*2*v1^2;
ftong=1025*9.8*1*pi/4*0.3^2;
gtong=100*9.8;
glian=q*1;
f1y=1025*9.8*h*pi/4*2^2-1000*9.8;
f1x=f+fv;
f2y=f1y+nu;
f2x=f1x+nu1;
f3y=f2y+nu;
f3x=f2x+nu1;
f4y=f3y+nu;
f4x=f3x+nu1;
ftongy=f4y+nu;
ftongx=f4x+nu1;
fliany=ftongy+ftong-gtong;
flianx=ftongx+374*0.3*v1^2;
fmaoy=fliany-glian-g4;
fmaox=flianx;
theta1=atan( 2*f/(f1y+f2y) );
theta2=atan( 2*f/(f2y+f3y) );
theta3=atan( 2*f/(f3y+f4y) );
theta4=atan( 2*f/(f4y+ftongy) );
thetatong=atan( 2*f/(ftongy+fliany) );
alpha=atan( fmaoy/fmaox );
xx=solve(f/q*sinh(q/f*x+log( tan(alpha)+1/cos(alpha) ))-f/q*tan(alpha)-l);
yy=f/q*cosh(q/f*xx+log( tan(alpha)+1/cos(alpha) ))-f/q/cos(alpha);
H=yy+cos(thetatong)+(cos(theta1)+cos(theta2)+cos(theta3)+cos(theta4))+h;
summ=H-hi;
f=eval(['@(h)',vectorize(summ)]);
hh=fsolve(f,1.9);
H=hh;
th1=eval(['@(h)',vectorize(theta1)]);

```

```

Y1=th1(hh)*180/pi;
th2=eval(['@(h)',vectorize(theta2)]);
Y2=th2(hh)*180/pi;
th3=eval(['@(h)',vectorize(theta3)]);
Y3=th3(hh)*180/pi;
th4=eval(['@(h)',vectorize(theta4)]);
Y4=th4(hh)*180/pi;
th5=eval(['@(h)',vectorize(thetatong)]);
Y5=th5(hh)*180/pi;
th6=eval(['@(h)',vectorize(alpha)]);
Y6=th6(hh)*180/pi;
xxx=eval(['@(h)',vectorize(xx)]);
S=(xxx(hh)+sin(Y1*pi/180)+sin(Y2*pi/180)+sin(Y3*pi/180)+sin(Y4*pi/180)+sin(Y5*pi/180));

```