代数学方法(第一卷)勘误表 跨度: 2019—2022

李文威

2022-06-15

以下页码等信息参照高等教育出版社 2019 年 1 月出版之《代数学方法》第一卷, ISBN: 978-7-04-050725-6. 这些错误已在修订版改正 (2022 年 4 月网络发布, 纸本待出).

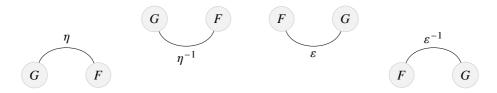
- ◇ 第 12 页, 倒数第 8 行 原文 也可以由稍后的无穷公理保证. 更正 也可以划入稍后的无穷公理. 感谢王东瀚指正.
- 。第 16 页, 倒数第 5 行 原文 于是有 $\gamma \in \gamma$, 这同偏序的反称性矛盾. 更正 于是 有 $\gamma \in \gamma$, 亦即在偏序集 (α, \leq) 中 $\gamma < \gamma$, 这同 < 的涵义 ($\leq \ell \ell \neq \ell$) 矛盾. 感谢王东 瀚指正.
- **◇ 第 18 页, 倒数第 10 行 原文** 而性质... 是容易的. **更正** 而且使性质... 成立, 这是容易的.
- \diamond 第 19 页, 倒数第 5 行
 原文
 $a_{\alpha} \notin C_{\alpha}$ 更正
 $a_{\alpha} \notin \{a_{\beta}\}_{\beta < \alpha}$ 感谢胡旻杰指正
- \diamond **第 26 页, 第一章习题 5** 将题目中的三个 $\mathbb{Z}_{\geq 1}$ 全改成 $\mathbb{Z}_{\geq 0}$.
- \diamond 第 35 页, 倒数第 4 行原文 $X \in Ob(\mathscr{C})$ 更正 $X \in Ob(\mathscr{C}')$ 感谢尹梓僮指正.
- **◇ 第 38 页, 第 12 行 (命题 2.2.10 证明)** 将两个箭头的方向调换. 感谢尹梓僮指正.
- ◇ 第 38 页, 第 14 行 原文 由此导出对象和自然变换的同构概念, 其逆若存在则唯一. 更正 其逆若存在则唯一, 依此定义何谓对象间或函子间的同构. 感谢王 猷指正.

- ◆ 第 42 页, 倒数第 2 行 原文 … 同构. Z(…) ≃… 更正 … 同构 Z(…) ≃… 感谢
 王东瀚指正.

- ◆ 第 50 页, 第 3 行
 原文
 η_X
 更正
 η

感谢蒋之骏指正

◇第54页最后 更正 图表微调成



兴许更易懂.

感谢熊锐提供意见.

- ◇ 第 56 页, 倒数第 13 行原文 $\epsilon'(FG\epsilon')(F\eta G)$ 更正 $\epsilon'(FG\epsilon'')(F\eta G)$ 更正 $\epsilon'(FG\epsilon'')(F\eta G)$ (严格来说, 这行里的所有 ϵ 都应该改作 ϵ .)感谢张好风指正
- ◇ 第 61 页, 第 2–3 行
 原文
 $\lim_{K \to \infty} (\alpha(S)), \lim_{K \to \infty} (\beta(S))$ 更正
 $\lim_{K \to \infty} (\alpha(S)), \lim_{K \to \infty} (\beta(S))$ 感
- ◇第66页,第1行 余完备当且仅当它有所有"余"等化子和小余积. 感谢巩峻成指正
- \diamond 第 67 页, 第 7 行原文f(x)h(y)更正f(x)g(y)感谢巩峻成指正
- \diamond **第 77 页**, (3.8) 和 (3.9) 将交换图表中的 λ_2^{-1} 和 ρ_2^{-1} 分别改成 λ_2 和 ρ_2 , 相应地将箭头反转.
- \diamond 第 77 页, 倒数第 8 和倒数第 6 行 将 $\xi_F: F(\cdot) \times F(\cdot)$ 改成 $\xi_F: F(\cdot) \otimes F(\cdot)$. 将 $\eta_F: F(\cdot \otimes \cdot) \to F(\cdot)$ 改成 $\eta_F: F(\cdot \otimes \cdot) \to F(\cdot)$ 感谢巩峻成指正
- **第78页,第1行** 原文
 使得下图...
 更正
 使得 θ_{1_1} 为同构,而且使下图...

 图表之后接一句 "作为练习,可以证明对标准的 φ_F 和 φ_G 必然有 $\varphi_G = \theta_{1_1}\varphi_F$."

 后续另起一段.
- ◇ 第84页, 第2行 原文 定义结合约束 更正 定义交换约束 感谢王东瀚指正
- **⋄第91页,倒数第6行** "对于2-范畴"后加上逗号. 感谢巩峻成指正

```
◇第102页,第6行 原文 它们仅与... 更正 前者仅与...
                                                 感谢巩峻成指正
                      原文 → 更正 →
◇ 第 109 页, 引理 4.3.4 第 4 行
                                                   感谢雷嘉乐指正
◇ 第 111 页, 第 8—9 行
                  原文 \operatorname{Aut}(G) ... \operatorname{Ad}(s(h))|_{G} 更正 \operatorname{Aut}(N) ... \operatorname{Ad}(s(h))|_{N}
    感谢雷嘉乐指正
⋄ 第 113 页倒数第 3 行, 第 115 页引理 4.4.12
                                原文 这相当于要求对所有...
     更正 这相当于要求 X 非空, 并且对所有...
    原文 \partial X \to G-集 更正 \partial X \to A
                                                   感谢郑维喆指正
感谢巩峻成指正

    ◇ 第 116 页, 第 5 行
    原文
    \bar{H} \subseteq N_{\bar{G}}(\bar{H})
    更正
    \bar{H} \subseteq N_{\bar{G}}(\bar{H})

               原文 (\cdots)_{i=0}^n 更正 (\cdots)_{i=0}^{n-1}
◇ 第 126 页, 第 6 行
                  原文 H_{i} 更正 H_{i}
⋄ 第 131 页, 倒数第 1 行
                                                   感谢巩峻成指正
                   原文 sgn(\sigma) = \pm 1 更正 sgn(\sigma) \in \{\pm 1\} 感谢巩峻成指
◇ 第 137 页, 倒数第 12 行
    正
原文 另外约定 \mathfrak{S}'_n = \{1\} 更正 另外约定 \mathfrak{S}'_1 = \{1\}
◇第 141 页,第 11 行
⋄ 第 149 页, 第 3 行 CRing 表交换环范畴. 另外此行应缩进.
◇第156页,第2,3行
                 原文 a \in R 更正 a \in I
                                                   感谢阳恩林指正
◇第156页,第4行
             原文 Ir = rI = I 更正 IR = I = RI
                                                   感谢巩峻成指正
                原文 \forall s \in S 更正 \forall s \in R
⋄ 第 158 页, 最后一行
                                                   感谢雷嘉乐指正
◇ 第 165 页, 5.3.11 之上两行 原文 ∃s ∈ R 更正 ∃s ∈ S
◇ 第 174 页, 第 15 行
                原文 赋予每个 R/a_i… 更正 赋予每个 R_i := R/a_i… 感谢
    巩峻成指正
⋄ 第 187 页, 定理 5.7.9 证明
                    原文 \mathbb{Z}[-1] (多处) 更正 \mathbb{Z}[\sqrt{-1}]
感谢巩峻成指正
```

正

⋄ 第 190 页, 第 7 行 **原文** $f = \sum_{i=1}^{n}$ 更正 $f = \sum_{i=0}^{n}$

感谢巩峻成指正

⋄ 第 190 页, 倒数第 2 行的公式 改成:

$$\bar{b}_k X^k +$$
 高次项, $\bar{b}_k \neq 0$,

感谢巩峻成指正

- **今第191页,第12行**将 $(b_1,...,b_m)$ 改成 $(b_1,...,b_n)$,并且将之后的"留意到..." 一句删除.
- **今第191页,第15和16行** 原文
 $m_{\lambda_1,...,\lambda_n}$ 更正
 $m_{\lambda_1,...,\lambda_r}$

 原文
 $(\lambda_1,...,\lambda_r)$ 的所有不同排列.
 更正
 $(\lambda_1,...,\lambda_r,0,...,0)$ 的所有不同排列.

 排列 (n 个分量).
 感谢巩峻成指正
- 。第 192 页, 第 1 段最后 1 行 原文 使 m_λ 落在 Λ_n 中的充要条件是 λ_1 (即 Young 图 的宽度) 不超过 n. 更正 如果分拆的长度 r (即 Young 图的高度) 超过给定的 n,相应的 $m_\lambda \in \Lambda_n$ 规定为 0. 感谢巩峻成指正
- \diamond 第 193 页, 第 2 行和第 5 行
 原文
 $X_{i_1} \cdots X_{i_n}$.
 更正
 $X_{i_1} \cdots X_{i_k}$.

 原文
 $\prod_{i=1}^{n} (Y X_i)$,
 更正
 $\prod_{i=1}^{n} (Y + X_i)$ 感谢巩峻成指正

- ◇ 第 203 页, 第 17 行 **原文** ker(φ) **更正** ker(φ)

感谢胡龙龙指正

- **原文** M 作为 R/ann(M)-模自动是无挠的.
 更正
 M 作为

 R/ann(M)-模的零化子自动是 $\{0\}$.
 感谢戴懿韡指正.
- ◇ 第 218 页, 第 13 行原文B(rx, ys) = rB(x, y)s, $r \in R$, $s \in S$.更正B(qx, ys) = qB(x, y)s, $q \in Q$, $s \in S$.感谢冯敏立指正.
- **◇第220页** 本页出现的 Bil(◆ × •; •) 都应该改成 Bil(•, •; •), 以和 216 页的符号保持一致.

- \diamond 第 228 页, 倒数第 12 行原文粘合为 $y' \to B$ 更正粘合为 $y' \to M$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 230 页, 第 13 行 原文 萃取处 更正 萃取
- ◇ 第 230 页, 第 6 行; 第 231 页, 第 9—10 行 **原文** o_i 更正 o_i 感谢郑维喆指正
- **◇ 第 235 页底部** 图表中的垂直箭头 f_i , f_{i-1} 应改为 ϕ_i , ϕ_{i-1} .
- \diamond 第 237 页, 第 2 行原文存在 $r: M' \to M$ 更正存在 $r: M \to M'$ 感谢雷嘉乐指正
- ◆ 第 237 页, 命题 6.8.5 证明第二行 原文 由于 f 满 更正 由于 f 单 感谢巩峻成指正
- **◇第238页,第8行** 原文 $Y' \to Y \to Y$ 正合 更正 $Y' \to Y \to Y''$ 正合
- ◆ 第 240 页, 定义 6.9.3 第二条 原文 … 正合, 则称 I 是内射模. 更正 … 正合, 亦即它保持短正合列, 则称 I 是内射模.
- ◆ **第 244 页, 倒数第 10 行 原文** 下面的引理 6.10.4 **更正** 引理 5.7.4 感谢郑维喆 指正
- ◆ 第 246 页, 第 2 行和定理 6.10.6, 6.10.7 "交换 Noether 模"应改为 "交换 Noether 环".
 两个定理的陈述中应该要求 *R* 是交换 Noether 环.
 感谢郑维喆指正
- \diamond 第 246 页, 倒数第 4 行原文更正 $a_n \neq 0$ 感谢颜硕俣指正
- **◇第247頁,第6—7行 原文** 其长度记为 n + 1. **更正** 其长度定为 n.
- ◇ 第 251 页, 第 6 行原文 $\operatorname{im}(u^{\infty}) = \ker(u^n)$ 更正 $\operatorname{im}(u^{\infty}) = \operatorname{im}(u^n)$ 感谢巩峻成指正
- ◇ **第 251 页起**, **第 6.12 节** 术语 "不可分模"似作 "不可分解模"更佳,以免歧义. (第 4 页倒数第 3 行和索引里的条目也应当同步修改) 感谢郑维喆指正
- ◆ 第 252 頁, 第 2 行
 原文
 1 ≤ 1 ≤ n.
 感谢傅煌指正.

◇ 第 255 页, 第 1 题 原文

$$N = \left\langle \alpha(f)(x_i) - x_j : i \xrightarrow{f} j, \ x_i \in M_i, x_j \in M_j \right\rangle$$

更正

◇ 第 264 頁, 第 14 行

$$N = \left(\alpha(f)(x_i) - x_i : i \xrightarrow{f} j, \ x_i \in M_i \right)$$

原文 如果 $ann(M) = \{0\}$ 更正 如果 $ann(N) = \{0\}$

感谢郑维喆指正

 \diamond **第 260 页, 倒数第 5** 行 将 ϕ : $R \to A$ 改为 σ : $R \to A$.

感谢雷嘉乐指正

◇ 第 261 页, 定义 7.1.6 第 1 行 **原文** R- 更正 R

感谢雷嘉乐指正

- **◇ 第 270 页, 注记 7.3.6 原文** 秩为 *A*, *B* 的秩之和 更正 秩为 *A*, *B* 的秩之积 感 谢汤─鸣指正
- \diamond 第 270 页, (7.6) 式 前两项改为 $M_n(A)\otimes M_m(B)\simeq A\otimes M_n(R)\otimes M_m(R)\otimes B$, 后续不变. 感谢巩峻成指正
- **⋄ 第 274 页, 倒数第 2 行** 将两处 $A^k(M)$ 改成 $A^k(X)$.
- ◇ 第 279 页, 第 12 行 **原文** $T^i(M)$ **更正** $T^n(M)$

感谢巩峻成指正

- ◆ 第 279 页, 定理 7.5.2 陈述 原文 唯一的 R-模同态... 更正 唯一的 R-代数同态...
- **◇ 第 284 頁, 定理 7.6.6** 将定理陈述中的 U 由 "忘却函子" 改成 "映 A 为 A_1 的函子", 其余不变. 相应地, 证明第二行的 $\varphi: M \to A$ 应改成 $\varphi: M \to A_1$. 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 285 頁, 倒数第 5 行 $T^n_\chi(M) := \{x \in T^n(M) : \forall \sigma \in \mathfrak{S}_n, \ \sigma x = \chi(\sigma)x\}$ 感谢郑维喆指正
- \diamond **第 286 頁, 定理 7.6.10** 原 "因而有 R-模的同构" 改为 "因而恒等诱导 R-模的同构". 以下两行公式开头的 $e_1:$ 和 $e_{sgn}:$ 皆删去. 感谢郑维喆指正
- \diamond 第 289 页最后一行 原文 $u_1 \wedge \cdots$ 更正 $u_{i_1} \wedge \cdots$

```
原文 \Xi := \check{u}_2 \wedge \cdots \dots \oplus u_1 的… 更正 \Xi := \check{u}_{i_2} \wedge \cdots \dots \oplus u_{i_1}
◇ 第 290 页第一行
     的...
                                                            感谢巩峻成指正
⋄ 第 293 页第 8, 10, 13 行 将 M 都改成 E, 共三处.
                                                            感谢巩峻成指正
                     原文 ≤∞ 更正 <∞
◇ 第 304 页倒数第 6 行
                                                            感谢巩峻成指正
\diamond 第 311 页, 命题 8.3.2 证明第 4 行 更正 分别取...... 和 \overline{F}' E'.
                       "交"改为"非空交". 相应地,证明第四行的"一族正规子扩
◇ 第 313 頁, 命题 8.3.9 (iii)
     张"后面加上"且I非空".
                                                            感谢郑维喆指下
                        原文 \sum_{k>0}^n 更正 \sum_{k=0}^n
◇ 第 315 頁, 定理 8.4.3 (iv)
                                                            感谢郑维喆指正
                     原文 \deg f(X^p) = pf(X) 更正 \deg f(X^p) = p \deg f(X)
◇ 第 315 页, 倒数第 2 行
     感谢杨历指正.
                     ⋄ 第 317 页, 倒数第 13 行
◇ 第 325 页, 第 10 行 (定义–定理 8.7.3 证明) 原文 a^{-p^m} 更正 a^{p^{-m}}
◇ 第 326 页第 4 行
                 原文 既然纯不可分扩张是特出的 更正 既然纯不可分扩张
     对复合封闭
                                                            感谢巩峻成指正
◇ 第 340 页最后一行
                   原文 于是 Gal(E|K) 确实是拓扑群 更正
                                                        于是 Gal(E|F) 确
     实是拓扑群
                                                            感谢巩峻成指正
◇ 第 343 页, 倒数第 6, 7 行
                       倒数第 6 行的 Gal(K|L \cap M) \subset \cdots 改成 Gal(L|K) \subset \cdots, 另外
     倒数第7行最后的"故"字删去.
                                                            感谢张好风指正
⋄ 第 348 页, 命题 9.3.6 陈述和证明
                               原文 lim ℤ/nℤ 更正
                                                     \lim_{m} \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}
     原文 \lim_{n \to \infty} \mathbb{Z}/n!\mathbb{Z} 更正 \lim_{n \to \infty} \mathbb{Z}/n!\mathbb{Z}
                                                      感谢郑维喆和巩峻成指正
                  原文 \iff d \mid n \mid 更正 \iff n \mid d
◇ 第 350 页, 第 8 行
                                                            感谢巩峻成指正
                  原文 p \mid n 更正 p \nmid n
⋄第352页,第7行
                                                            感谢郑维喆指正
                原文 设T不可逆 更正 设\mathcal{T}不可逆
◇ 第 355 页, 第 6 行
                                                            感谢雷嘉乐指正
◇第357页,第4行
                  删除 "= Gal(E|F)".
                                                            感谢巩峻成指正
◇ 第 357 页, 倒数第 8 行
                     原文 F(S)|S 更正 F(S)|F
                                                            感谢张好风指正
```

⋄第359页,第5行 正 原文 透过 Γ_E 分解 更正 透过 Gal(E|F) 分解 感谢巩峻成指

原文 $\in A_E$ 更正 $\in A_F$ ◇ 第 359 页. 倒数第 2 行

感谢杨历指正

- 在 (9.10) 之后补上一句 (不缩进): "证明部分将解释如何 ⋄ 第 360 页, 定理 9.6.8 陈述 定义 Hom 的拓扑." 感谢张好风指正
- ⋄ 第 360 页, 定理 9.6.8 证明 将证明第三行等号下方的 $\Gamma = \Gamma_F/\Gamma$ 和上方的文字删除, 等号改成 $\stackrel{1:1}{\longleftrightarrow}$. 感谢杨历和巩峻成指正

◇ 第 363 页, 倒数第 4 行

原文 $\eta_{[E:F]}$ 更正 $\eta_{[L:F]}$

感谢郑维喆指正

◇第366页,第8行

原文 214 更正 215

感谢柴昊指正

◇ 第 366 页, 倒数第 4 行

原文 $x \in S$ 更正 $x \in \mathcal{S}$

感谢郑维喆指正

- **◇ 第 368 页, 定理 9.8.2 的表述第一句 原文** 给定子集 $\{0,1\}$ ⊂ \mathscr{S} ⊂ \mathbb{C} , 生成的... **更正** 给定子集 $\{0,1\}$ $\subset \mathcal{S}$ $\subset \mathbb{C}$, 基于上述讨论不妨假定 \mathcal{S} 对复共轭封闭, 它生成的... 感谢郑维喆指正
- ◇第370页, 习题2 将本题的所有 q 代换成 p, 将 "仿照..." 改为 "参照", 开头加上 "设 p是素数..." 感谢郑维喆指正
- ◇ **第 372 页, 第 20 题** 条件 (b) 部分的 $P \in F[X]$ 改成 $O \in F[X]$, 以免符号冲突. 相应 地, 提示第一段的 P 都改成 O. 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 395-396 页, 引理 10.5.3 的证明 从第 395 页倒数第 3 行起 (即证明第二段), 修改 如下:

置 $f_k = \sum_{h \geq 0} c_{k,h} t^h$. 注意到 $\lim_{k \to \infty} \|f_k\| = 0$, 这确保 $c_h := \sum_{k \geq 0} c_{k,h}$ 存在. 我们断 言 $f := \sum_{h \geq 0} c_h t^h \in K \langle t \rangle$ 并给出 $\sum_{k=0}^{\infty} f_k$.

对任意 $\epsilon > 0$, 取 M 充分大使得 $k \ge M \implies \|f_k\| < \epsilon$, 再取 N 使得当 $0 \le k < M$ 而 $h \ge N$ 时 $|c_{k,h}| < \epsilon$. 于是

$$h \geq N \implies \left(\forall k \geq 0, \; |c_{k,h}| \leq \epsilon \right) \implies |c_h| \leq \epsilon,$$

故 $f := \sum_{h>0} c_h t^h \in K(t)$. 其次, 在 K(t) 中有等式

$$f - \sum_{k=0}^M f_k = \sum_{h \geq 0} \left(c_h - \sum_{k=0}^M c_{k,h} \right) t^h = \sum_{h \geq 0} \underbrace{\left(\sum_{k > M} c_{k,h} \right)}_{\mid \cdot \mid \leq \epsilon} t^h,$$

从而 $f = \sum_{k=0}^{\infty} f_k$.

感谢高煦指正.

◇第397页,条目 V 下第6行
原文
W_x _ 更正
W_x _

- ◇ 第 398 页, 倒数第 12 行 原文 , 而 $ν: K^{×} \to Γ$ 是商同态. 更正 . 取 $ν: K^{×} \to Γ$ 为商同态.
- **◇ 第 400 页, 倒数第 5–6 行** 改为: $e(w \mid u) = e(w \mid v)e(v \mid u), f(w \mid u) = f(w \mid v)f(v \mid u).$ 感谢巩峻成指正

- **⋄第 416 页, 定理 10.9.7** 将陈述的第一段修改为: "在所有 W(R) 上存在唯一的一族交换环结构, 使得 $w:W(R)\to\prod_{n\geq 0}R$ 为环同态, (0,0,...) 为零元, (1,0,...) 为幺元, 而且: "(换行, 开始表列)

对于表列第二项 ("存在唯一确定的多项式族... 所确定"), 最后补上 "... 所确定, 这 些多项式与 *R* 无关."

证明第一段的"群运算"改为"环运算".

⋄第417页,最后一行 它被刻画为对...