

代数学方法（第一卷）勘误表

李文威

2021-11-19

以下页码等信息参照高等教育出版社 2019 年 1 月出版之《代数学方法》第一卷, ISBN: 978-7-04-050725-6. 这些错误将在新版一并改正.

- ◇ 第 12 页, 倒数第 8 行 原文 也可以由稍后的无穷公理保证. 更正 也可以划入稍后的无穷公理. 感谢王东瀚指正.
- ◇ 第 16 页, 定义 1.2.8 原文 若传递集 α 对于 \in 构成良序集 更正 若传递集 α 对于 $x < y \stackrel{\text{定义}}{\iff} x \in y$ 成为良序集 感谢王东瀚指正.
- ◇ 第 16 页, 倒数第 5 行 原文 于是有 $\gamma \in \gamma$, 这同偏序的反称性矛盾. 更正 于是有 $\gamma \in \gamma$, 亦即在偏序集 (α, \leq) 中 $\gamma < \gamma$, 这同 $<$ 的涵义 (\leq 但 \neq) 矛盾. 感谢王东瀚指正.
- ◇ 第 18 页, 倒数第 10 行 原文 而性质... 是容易的. 更正 而且使性质... 成立, 这是容易的.
- ◇ 第 19 页, 倒数第 5 行 原文 $a_\alpha \notin C_\alpha$ 更正 $a_\alpha \notin \{a_\beta\}_{\beta < \alpha}$ 感谢胡旻杰指正
- ◇ 第 23 页, 第 3-4 行 原文 真前段 (出现两次) 更正 前段
- ◇ 第 23 页, 第 5 行 原文 由于 σ 无穷... 更正 由于 \aleph_σ 无穷... 感谢王东瀚指正.
- ◇ 第 26 页, 第一章习题 5 将题目中的三个 $\mathbb{Z}_{\geq 1}$ 全改成 $\mathbb{Z}_{\geq 0}$.
- ◇ 第 35 页, 倒数第 4 行 原文 $X \in \text{Ob}(\mathcal{C})$ 更正 $X \in \text{Ob}(\mathcal{C}')$ 感谢尹梓僮指正.
- ◇ 第 35 页, 第 12 行 (命题 2.2.10 证明) 将两个箭头的方向调换. 感谢尹梓僮指正.
- ◇ 第 38 页, 第 14 行 原文 由此导出对象和自然变换的同构概念, 其逆若存在则唯一. 更正 其逆若存在则唯一, 依此定义何谓对象间或函子间的同构. 感谢王猷指正.

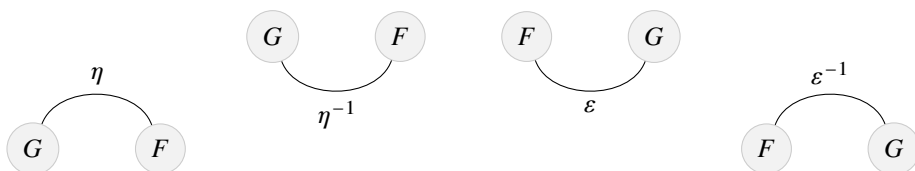
◇ 第 42 页, 倒数第 2 行 **原文** ... 同构. $Z(\cdots) \simeq \cdots$ **更正** ... 同构 $Z(\cdots) \simeq \cdots$ 感谢王东瀚指正.

◇ 第 47 页, 第 4 行 **原文** $A \in \mathcal{C}^\wedge$ **更正** $A \in \text{Ob}(\mathcal{C}^\wedge)$

◇ 第 49 页, 倒数第 9 行 **原文** 由此得到伴随对 $(D^{\text{op}}, D, \varphi)$. **更正** 由此得到伴随对 $(D^{\text{op}}, D, \varphi^{-1})$. 感谢王东瀚指正.

◇ 第 50 也, 第 3 行 **原文** η_X **更正** η 感谢蒋之骏指正

◇ 第 54 页最后 **更正** 图表微调成



兴许更易懂.

感谢熊锐提供意见.

◇ 第 56 页, 倒数第 13 行 **原文** $\epsilon'(FG\epsilon')(F\eta G)$ **更正** $\epsilon'(FG\epsilon'')(F\eta G)$ 感谢张好风指正

◇ 第 61 页, 第 3 行 在命题 2.7.8 陈述的最后加上一行: “尽管写法相同, 应当注意到对于 \mathcal{C}^\vee 版本, 右侧的 \varprojlim 和 \varinjlim 是在 Set^{op} 中考量的.” 感谢巩峻成指正

◇ 第 66 页, 第 1 行 余完备当且仅当它所有“余”等化子和小余积. 感谢巩峻成指正

◇ 第 67 页, 第 7 行 **原文** $f(x)h(y)$ **更正** $f(x)g(y)$ 感谢巩峻成指正

◇ 第 77 页, 倒数第 8 和倒数第 6 行 将 $\xi_F : F(\cdot) \times F(\cdot)$ 改成 $\xi_F : F(\cdot) \otimes F(\cdot)$. 将 $\eta_F : F(\cdot \otimes \cdot) \rightarrow F(\cdot)$ 改成 $\eta_F : F(\cdot \otimes \cdot) \rightarrow F(\cdot) \otimes F(\cdot)$. 感谢巩峻成指正

◇ 第 91 页, 倒数第 6 行 “对于 2-范畴” 后加上逗号. 感谢巩峻成指正

◇ 第 94 页, 习题 5 倒数第 2 行 **原文** Yang–Baxter 方程. **更正** 杨–Baxter 方程.

◇ 第 102 页, 第 6 行 **原文** 它们仅与... **更正** 前者仅与... 感谢巩峻成指正

◇ 第 113 页倒数第 3 行, 第 115 页引理 4.4.12 **原文** 这相当于要求对所有... **更正** 这相当于要求 X 非空, 并且对所有...

原文 设 X 为 G -集 **更正** 设 X 为非空 G -集

感谢郑维喆指正

◇ 第 114 页, 倒数第 1 行 **原文** $\text{Aut}(G_1) \times \text{Aut}(G_2)^{\text{op}}$ **更正** $\text{Aut}(G_1)^{\text{op}} \times \text{Aut}(G_2)$ 感谢巩峻成指正

- ◇ 第 116 页, 第 5 行 原文 $\bar{H} \subseteq N_{\bar{G}}(\bar{H})$ 更正 $\bar{H} \subsetneq N_{\bar{G}}(\bar{H})$
- ◇ 第 126 页, 第 6 行 原文 $(\cdots)_{i=0}^n$ 更正 $(\cdots)_{i=0}^{n-1}$
- ◇ 第 131 页, 倒数第 1 行 原文 H_{i_j} 更正 H_i 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 137 页, 倒数第 12 行 原文 $\text{sgn}(\sigma) = \pm 1$ 更正 $\text{sgn}(\sigma) \in \{\pm 1\}$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 141 页, 第 2 和第 9 行 原文 $|i-j| \geq 1$ 更正 $|i-j| > 1$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 141 页, 第 11 行 原文 另外约定 $\mathfrak{S}'_n = \{1\}$ 更正 另外约定 $\mathfrak{S}'_1 = \{1\}$
- ◇ 第 149 页, 第 3 行 CRing 表交换环范畴. 另外此行应缩进.
- ◇ 第 156 页, 第 2, 3 行 原文 $a \in R$ 更正 $a \in I$ 感谢阳恩林指正
- ◇ 第 156 页, 第 4 行 原文 $Ir = rI = I$ 更正 $IR = I = RI$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 165 页, 5.3.11 之上两行 原文 $\exists s \in R$ 更正 $\exists s \in S$
- ◇ 第 174 页, 第 15 行 原文 赋予每个 $R/\mathfrak{a}_i \dots$ 更正 赋予每个 $R_i := R/\mathfrak{a}_i \dots$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 187 页, 倒数第 7 行 (定理 5.7.9 证明) 原文 $\mathbb{Z}[-1]$ 更正 $\mathbb{Z}[\sqrt{-1}]$
- ◇ 第 188 页, 倒数第 5 行 原文 $\in R[X]$ 更正 $\in K[X]$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 189 页, 第 17 行 原文 $g \in R \cap K[X]^\times$ 更正 $g \in R[X] \cap K[X]^\times$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 190 页, 第 7 行 原文 $f = \sum_{i=1}^n$ 更正 $f = \sum_{i=0}^n$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 190 页, 倒数第 2 行的公式 改成:
- $$\bar{b}_k X^k + \text{高次项}, \quad \bar{b}_k \neq 0,$$
- 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 191 页, 第 12 行 将 (b_1, \dots, b_m) 改成 (b_1, \dots, b_n) , 并且将之后的“留意到...”一句删除. 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 191 页, 第 15 和 16 行 原文 $m_{\lambda_1, \dots, \lambda_n}$ 更正 $m_{\lambda_1, \dots, \lambda_r}$
- 原文 $(\lambda_1, \dots, \lambda_r)$ 的所有不同排列. 更正 $(\lambda_1, \dots, \lambda_r, 0, \dots, 0)$ 的所有不同排列 (n 个分量). 感谢巩峻成指正

- ◇ 第 192 页, 第 1 段最后 1 行 原文 使 m_λ 落在 Λ_n 中的充要条件是 λ_1 (即 Young 图的宽度) 不超过 n . 更正 如果分拆的长度 r (即 Young 图的高度) 超过给定的 n , 相应的 $m_\lambda \in \Lambda_n$ 规定为 0. 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 192 页, 定义 5.8.1 第二项 原文 $\mu_i = \mu_k$ 更正 $\mu_i = \lambda_i$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 193 页, 第 2 行和第 5 行 原文 $X_{i_1} \cdots X_{i_n}$. 更正 $X_{i_1} \cdots X_{i_k}$.
原文 $\prod_{i=1}^n (Y - X_i)$, 更正 $\prod_{i=1}^n (Y + X_i)$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 194 页, 例 5.8.6 的第 3 行 原文 $\sum_{i=0}^n c_i Y^{n-i}$ 更正 $\sum_{i=0}^n (-1)^i c_i Y^{n-i}$ 三 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 205 页, 第 7 行 原文 M 作为 $R/\text{ann}(M)$ -模自动是无挠的. 更正 M 作为 $R/\text{ann}(M)$ -模的零化子自动是 $\{0\}$. 感谢戴懿韩指正.
- ◇ 第 218 页, 第 13 行 原文 $B(rx, ys) = rB(x, y)s, \quad r \in R, s \in S.$ 更正 $B(qx, ys) = qB(x, y)s, \quad q \in Q, s \in S.$ 感谢冯敏立指正.
- ◇ 第 220 页 本页出现的 $\text{Bil}(\bullet \times \bullet; \bullet)$ 都应该改成 $\text{Bil}(\bullet, \bullet; \bullet)$, 以和 216 页的符号保持一致.
- ◇ 第 220 页, 第 9 行 原文 $z \in Z$ 更正 $z \in M''$
- ◇ 第 220 页, 第 10 行 原文 $B(\cdot, z) : M \otimes_R M''$ 更正 $B(\cdot, z) : M \otimes_R M'$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 228 页, 倒数第 12 行 原文 粘合为 $\mathcal{Y}' \rightarrow B$ 更正 粘合为 $\mathcal{Y}' \rightarrow M$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 228 页, 倒数第 4 行 原文 $\sum_{y \in R}$ 更正 $\sum_{y \in Y}$
- ◇ 第 230 页, 第 13 行 原文 萃取出 更正 萃取出
- ◇ 第 230 页, 第 6 行; 第 231 页, 第 9—10 行 原文 \mathfrak{o}_i 更正 \mathfrak{d}_i 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 235 页底部 图表中的垂直箭头 f_i, f_{i-1} 应改为 ϕ_i, ϕ_{i-1} .
- ◇ 第 237 页, 命题 6.8.5 证明第二行 原文 由于 f 满 更正 由于 f 单 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 237 页, 命题 6.8.5 证明最后两行 原文 故 $(v) \Rightarrow (i)$; 更正 故 $(iv) \Rightarrow (i)$;
- ◇ 第 238 页, 第 8 行 原文 $Y' \rightarrow Y \rightarrow Y$ 正合 更正 $Y' \rightarrow Y \rightarrow Y''$ 正合
- ◇ 第 240 页, 定义 6.9.3 第二条 原文 ... 正合, 则称 I 是内射模. 更正 ... 正合, 亦即它保持短正合列, 则称 I 是内射模. 感谢张好风指正

◇ 第 244 页, 倒数第 10 行 **原文** 下面的引理 6.10.4 **更正** 引理 5.7.4 感谢郑维喆指正

◇ 第 246 页, 第 2 行和定理 6.10.6, 6.10.7 “交换 Noether 模” 应改为 “交换 Noether 环”. 两个定理的陈述中应该要求 R 是交换 Noether 环. 感谢郑维喆指正

◇ 第 246 页, 第 16 行 **原文** $u_i f_i$ **更正** $u_i \alpha_i$ 感谢陆睿远指正.

◇ 第 247 页, 第 6—7 行 **原文** 其长度记为 $n+1$. **更正** 其长度定为 n .

◇ 第 251 页, 第 6 行 **原文** $\text{im}(u^\infty) = \ker(u^n)$ **更正** $\text{im}(u^\infty) = \text{im}(u^n)$ 感谢巩峻成指正

◇ 第 251 页起, 第 6.12 节 术语 “不可分模” 似作 “不可分解模” 更佳, 以免歧义. (第 4 页倒数第 3 行也应同步修改) 感谢郑维喆指正

◇ 第 252 页, 第 2 行 **原文** $1 \leq 1 \leq n$. **更正** $1 \leq i \leq n$. 感谢傅煌指正.

◇ 第 255 页, 推论 6.2.19 的证明 在证明最后补上一句 “以上的 ℓ 表示模的长度.” 感谢苑之宇指正.

◇ 第 255 页, 第 1 题 **原文**

$$N = \left\langle \alpha(f)(x_i) - x_j : i \xrightarrow{f} j, x_i \in M_i, x_j \in M_j \right\rangle$$

更正

$$N = \left\langle \alpha(f)(x_i) - x_i : i \xrightarrow{f} j, x_i \in M_i \right\rangle$$

感谢郑维喆指正

◇ 第 264 页, 第 14 行 **原文** 如果 $\text{ann}(M) = \{0\}$ **更正** 如果 $\text{ann}(N) = \{0\}$

◇ 第 270 页, 注记 7.3.6 **原文** 秩为 A, B 的秩之和 **更正** 秩为 A, B 的秩之积 感谢汤一鸣指正

◇ 第 270 页, (7.6) 式 中间项补全为 $A \otimes M_n(R) \otimes M_m(R) \otimes B$. 感谢巩峻成指正

◇ 第 274 页, 倒数第 2 行 将两处 $A^k(M)$ 改成 $A^k(X)$.

◇ 第 284 页, 定理 7.6.6 将定理陈述中的函子 U 由忘却函子改成映 A 为 A_1 的函子, 其余不变. 相应地, 证明第二段的 $\varphi : M \rightarrow A$ 应改成 $\varphi : M \rightarrow A_1$. 感谢郑维喆指正

◇ 第 285 页, 倒数第 5 行 $T_\chi^n(M) := \{x \in T^n(M) : \forall \sigma \in \mathfrak{S}_n, \sigma x = \chi(\sigma)x\}$ 感谢郑维喆指正

- ◇ 第 286 頁, 第 10 行 原文 $\chi = 1, \sigma$ 更正 $\chi = 1, \text{sgn}$
- ◇ 第 286 頁, 定理 7.6.10 原“因而有 R -模的同构”改为“因而恒等诱导 R -模的同构”. 以下两行公式开头的 e_1 : 和 e_{sgn} : 皆删去. 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 311 頁, 命题 8.3.2 证明第 4 行 更正 分别取..... 和 $\overline{F'}|E'$.
- ◇ 第 313 頁, 命题 8.3.9 (iii) “交”改为“非空交”. 相应地, 证明第四行的“一族正规子扩张”后面加上“且 I 非空”. 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 315 頁, 定理 8.4.3 (iv) 原文 $\sum_{k \geq 0}^n$ 更正 $\sum_{k=0}^n$ 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 315 頁, 倒数第 2 行 原文 $\deg f(X^p) = pf(X)$ 更正 $\deg f(X^p) = p \deg f(X)$ 感谢杨历指正.
- ◇ 第 317 頁, 倒数第 13 行 (出现两次) 原文 $\prod_{i=1}^n \cdots$ 更正 $\prod_{m=1}^n \cdots$
- ◇ 第 325 頁, 第 10 行 (定义-定理 8.7.3 证明) 原文 a^{-p^m} 更正 $a^{p^{-m}}$
- ◇ 第 343 頁, 倒数第 6, 7 行 倒数第 6 行的 $\text{Gal}(K|L \cap M) \subset \cdots$ 改成 $\text{Gal}(L|K) \subset \cdots$, 另外倒数第 7 行最后的“故”字删去. 感谢张好风指正
- ◇ 第 348 頁, 命题 9.3.6 原文 $\varprojlim_m \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ 更正 $\varprojlim_m \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 350 頁, 第 8 行 原文 $\Leftrightarrow d | n$ 更正 $\Leftrightarrow n | d$ 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 352 頁, 第 7 行 原文 $p | n$ 更正 $p \nmid n$ 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 357 頁, 倒数第 8 行 原文 $F(S)|S$ 更正 $F(S)|F$ 感谢张好风指正
- ◇ 第 359 頁, 倒数第 2 行 原文 $\in A_E$ 更正 $\in A_F$ 感谢杨历指正.
- ◇ 第 360 頁, 定理 9.6.8 陈述 在 (9.10) 之后补上一句 (不缩进): “证明部分将解释如何定义 Hom 的拓扑.” 感谢张好风指正
- ◇ 第 360 頁, 定理 9.6.8 证明 将所有 $\chi(\cdots) = 1$ 改成 $\chi(\cdots) = 0$, 以确保与之前的惯例一致. 感谢杨历指正.
- ◇ 第 363 頁, 倒数第 4 行 原文 $\eta_{[E:F]}$ 更正 $\eta_{[L:F]}$ 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 366 頁, 倒数第 4 行 原文 $x \in S$ 更正 $x \in \mathcal{S}$ 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 368 頁, 定理 9.8.2 的表述第一句 原文 给定子集 $\{0, 1\} \subset \mathcal{S} \subset \mathbb{C}$, 生成的... 更正 给定子集 $\{0, 1\} \subset \mathcal{S} \subset \mathbb{C}$, 基于上述讨论不妨假定 S 对复共轭封闭, 它生成的... 感谢郑维喆指正

◇ 第 370 页, 习题 2 原文 设 $\mathbb{F}_q \subset F$. 更正 设 q 是素数, $\mathbb{F}_q \subset F$. 感谢郑维喆指正

◇ 第 372 页, 第 20 题 问题 (b) 部分的 $P \in F[X]$ 改成 $Q \in F[X]$, 以免冲突. 相应地, 提示第一段的 P 都改成 Q . 感谢郑维喆指正

◇ 第 395–396 页, 引理 10.5.3 的证明 从第 395 页倒数第 3 行起 (即证明第二段), 修改如下:

置 $f_k = \sum_{h \geq 0} c_{k,h} t^h$. 注意到 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|f_k\| = 0$, 这确保 $c_h := \sum_{k \geq 0} c_{k,h}$ 存在. 我们断言 $f := \sum_{h \geq 0} c_h t^h \in K \langle t \rangle$ 并给出 $\sum_{k=0}^{\infty} f_k$.

对任意 $\epsilon > 0$, 取 M 充分大使得 $k \geq M \Rightarrow \|f_k\| < \epsilon$, 再取 N 使得当 $0 \leq k < M$ 而 $h \geq N$ 时 $|c_{k,h}| < \epsilon$. 于是

$$h \geq N \Rightarrow (\forall k \geq 0, |c_{k,h}| \leq \epsilon) \Rightarrow |c_h| \leq \epsilon,$$

故 $f := \sum_{h \geq 0} c_h t^h \in K \langle t \rangle$. 其次, 在 $K \langle t \rangle$ 中有等式

$$f - \sum_{k=0}^M f_k = \sum_{h \geq 0} \left(c_h - \sum_{k=0}^M c_{k,h} \right) t^h = \sum_{h \geq 0} \underbrace{\left(\sum_{k > M} c_{k,h} \right)}_{|\cdot| \leq \epsilon} t^h,$$

从而 $f = \sum_{k=0}^{\infty} f_k$.

感谢高煦指正.

◇ 第 397 页, 条目 V 下第 6 行 原文 $w_{x,-}$ 更正 $w_{x,-}$

◇ 第 398 页, 倒数第 12 行 原文, 而 $v: K^\times \rightarrow \Gamma$ 是商同态. 更正. 取 $v: K^\times \rightarrow \Gamma$ 为商同态.

◇ 第 416 页, 定理 10.9.7 删除定理陈述的最后一句话, 将陈述的第一段修改为: “在所有 $W(R)$ 上存在唯一的一族交换环结构, 使得 $W(\cdot)$ 给出从交换环范畴 \mathbf{CRing} 到自身的函子, $w: W(R) \rightarrow \prod_{n \geq 0} R$ 为环同态, $(0, 0, \dots)$ 为零元, $(1, 0, \dots)$ 为么元, 而且:” (换行, 开始表列)

对于表列第二项 (“存在唯一确定的多项式族...”), 最后补上一句 “它们与 R 无关.”

◇ 第 417 页, 最后一行 它被刻画为对...