# 代数学方法（第一卷）勘误表

李文威

2021-10-07

以下页码等信息参照高等教育出版社 2019 年 1 月出版之《代数学方法》第一卷, ISBN: 978-7-04-050725-6. 这些错误将在新版一并改正.

- ⋄ **第 12 页, 倒数第 8 行** 原文 也可以由稍后的无穷公理保证. 更正 也可以划入稍后的无穷公理. 感谢王东瀚指正.
- ⋄ **第 16 页, 定义 1.2.8** 原文 若传递集 $\alpha$ 对于 $\in$ 构成良序集 更正 若传递集 $\alpha$ 对于 $x < y \overset{\text{定义}}{\iff} x \in y$ 成为良序集 感谢王东瀚指正.
- ⋄ **第 16 页, 倒数第 5 行** 原文 于是有 $\gamma \in \gamma$, 这同偏序的反称性矛盾. 更正 于是有 $\gamma \in \gamma$, 亦即在偏序集 $(\alpha, \leq)$ 中 $\gamma < \gamma$, 这同 $<$ 的涵义 ($\leq$ 但 $\neq$) 矛盾. 感谢王东瀚指正.
- ⋄ **第 18 页, 倒数第 10 行** 原文 而性质... 是容易的. 更正 而且使性质... 成立, 这是容易的.
- ⋄ **第 19 页, 倒数第 5 行** 原文 $a_\alpha \notin C_\alpha$ 更正 $a_\alpha \notin \{a_\beta\}_{\beta<\alpha}$ 感谢胡旻杰指正
- ⋄ **第 23 页, 第 3–4 行** 原文 真前段 (出现两次) 更正 前段
- ⋄ **第 23 页, 第 5 行** 原文 由于 $\sigma$ 无穷... 更正 由于 $\aleph_\sigma$ 无穷... 感谢王东瀚指正.
- ⋄ **第 26 页, 第一章习题 5** 将题目中的三个 $\mathbb{Z}_{\geq 1}$ 全改成 $\mathbb{Z}_{\geq 0}$.
- ⋄ **第 35 页, 倒数第 4 行** 原文 $X \in \mathrm{Ob}(\mathscr{C})$ 更正 $X \in \mathrm{Ob}(\mathscr{C}')$ 感谢尹梓僮指正.
- ⋄ **第 35 页, 第 12 行 (命题 2.2.10 证明)** 将两个箭头的方向调换. 感谢尹梓僮指正.
- ⋄ **第 38 页, 第 14 行** 原文 由此导出对象和自然变换的同构概念, 其逆若存在则唯一. 更正 其逆若存在则唯一, 依此定义何谓对象间或函子间的同构. 感谢王献指正.

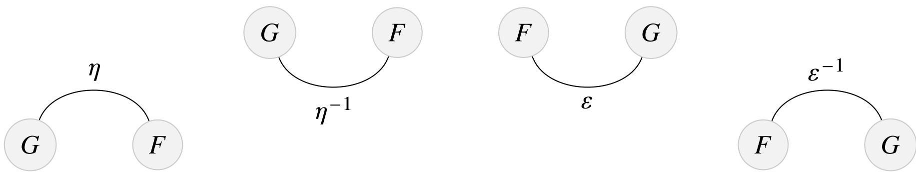
⋄ **第 42 页, 倒数第 2 行** 原文 ... 同构. $Z(\cdots) \simeq$... 更正 ... 同构 $Z(\cdots) \simeq$... 感谢王东瀚指正.

⋄ **第 47 页, 第 4 行** 原文 $A \in \mathscr{C}^\wedge$ 更正 $A \in \mathrm{Ob}(\mathscr{C}^\wedge)$

⋄ **第 49 页, 倒数第 9 行** 原文 由此得到伴随对 $(D^{\mathrm{op}}, D, \varphi)$. 更正 由此得到伴随对 $(D^{\mathrm{op}}, D, \varphi^{-1})$. 感谢王东瀚指正.

⋄ **第 50 也, 第 3 行** 原文 $\eta_X$ 更正 $\eta$ 感谢蒋之骏指正

⋄ **第 54 页最后** 更正 图表微调成




兴许更易懂. 感谢熊锐提供意见.

⋄ **第 56 页, 倒数第 13 行** 原文 $\epsilon'(FG\epsilon')(F\eta G)$ 更正 $\epsilon'(FG\epsilon'')(F\eta G)$ 感谢张好风指正

⋄ **第 61 页, 第 3 行** 在命题 2.7.8 陈述的最后加上一行: “尽管写法相同, 应当注意到对于 $\mathscr{C}^\vee$ 版本, 右侧的 $\varprojlim$ 和 $\varinjlim$ 是在 $\mathsf{Set}^{\mathrm{op}}$ 中考量的.” 感谢巩峻成指正

⋄ **第 66 页, 第 1 行** 余完备当且仅当它有所有 “余” 等化子和小余积. 感谢巩峻成指正

⋄ **第 67 页, 第 7 行** 原文 $f(x)h(y)$ 更正 $f(x)g(y)$ 感谢巩峻成指正

⋄ **第 91 页, 倒数第 6 行** “对于 2-范畴” 后加上逗号. 感谢巩峻成指正.

⋄ **第 94 页, 习题 5 倒数第 2 行** 原文 Yang–Baxter 方程. 更正 杨–Baxter 方程.

⋄ **第 116 页, 第 5 行** 原文 $\bar{H} \subseteq N_{\bar{G}}(\bar{H})$ 更正 $\bar{H} \subsetneq N_{\bar{G}}(\bar{H})$

⋄ **第 126 页, 第 6 行** 原文 $(\cdots)_{i=0}^{n}$ 更正 $(\cdots)_{i=0}^{n-1}$

⋄ **第 137 页, 倒数第 12 行** 原文 $\mathrm{sgn}(\sigma) = \pm 1$ 更正 $\mathrm{sgn}(\sigma) \in \{\pm 1\}$ 感谢巩峻成指正

⋄ **第 141 页, 第 2 和第 9 行** 原文 $|i-j| \geq 1$ 更正 $|i-j| > 1$ 感谢巩峻成指正

⋄ **第 141 页, 第 11 行** 原文 另外约定 $\mathfrak{S}'_n = \{1\}$ 更正 另外约定 $\mathfrak{S}'_1 = \{1\}$

⋄ **第 149 页, 第 3 行** CRing 表交换环范畴. 另外此行应缩进.

- **第 156 页, 第 2, 3 行** 原文 $a \in R$ 更正 $a \in I$ 感谢阳恩林指正
- **第 156 页, 第 4 行** 原文 $Ir = rI = I$ 更正 $IR = I = RI$ 感谢巩峻成指正
- **第 165 页, 5.3.11 之上两行** 原文 $\exists s \in R$ 更正 $\exists s \in S$
- **第 188 页, 倒数第 5 行** 原文 $\in R[X]$ 更正 $\in K[X]$ 感谢巩峻成指正
- **第 189 页, 第 17 行** 原文 $g \in R \cap K[X]^\times$ 更正 $g \in R[X] \cap K[X]^\times$ 感谢巩峻成指正
- **第 190 页, 第 7 行** 原文 $f = \sum_{i=1}^n$ 更正 $f = \sum_{i=0}^n$ 感谢巩峻成指正
- **第 205 页, 第 7 行** 原文 $M$ 作为 $R/\mathrm{ann}(M)$-模自动是无挠的. 更正 $M$ 作为 $R/\mathrm{ann}(M)$-模的零化子自动是 $\{0\}$. 感谢戴懿韡指正.
- **第 218 页, 第 13 行** 原文 $B(rx, ys) = rB(x, y)s, \quad r \in R,\ s \in S.$ 更正 $B(qx, ys) = qB(x, y)s, \quad q \in Q,\ s \in S.$ 感谢冯敏立指正.
- **第 220 页** 本页出现的 $\mathrm{Bil}(\bullet \times \bullet; \bullet)$ 都应该改成 $\mathrm{Bil}(\bullet, \bullet; \bullet)$, 以和 216 页的符号保持一致.
- **第 220 页, 第 9 行** 原文 $z \in Z$ 更正 $z \in M''$
- **第 220 页, 第 10 行** 原文 $B(\cdot, z) : M \underset{R}{\otimes} M''$ 更正 $B(\cdot, z) : M \underset{R}{\otimes} M'$ 感谢巩峻成指正
- **第 228 页, 倒数第 12 行** 原文 粘合为 $\mathscr{Y}' \to B$ 更正 粘合为 $\mathscr{Y}' \to M$ 感谢巩峻成指正
- **第 228 页, 倒数第 4 行** 原文 $\sum_{y \in R}$ 更正 $\sum_{y \in Y}$
- **第 230 页, 第 13 行** 原文 萃取处 更正 萃取出
- **第 230 页, 第 6 行; 第 231 页, 第 9—10 行** 原文 $\mathfrak{d}_i$ 更正 $\eth_i$ 感谢郑维喆指正
- **第 235 页底部** 图表中的垂直箭头 $f_i, f_{i-1}$ 应改为 $\phi_i, \phi_{i-1}$.
- **第 237 页, 命题 6.8.5 证明第二行** 原文 由于 $f$ 满 更正 由于 $f$ 单 感谢巩峻成指正
- **第 237 页, 命题 6.8.5 证明最后两行** 原文 故 $(v) \implies (i)$; 更正 故 $(iv) \implies (i)$;
- **第 238 页, 第 8 行** 原文 $Y' \to Y \to Y$ 正合 更正 $Y' \to Y \to Y''$ 正合
- **第 240 页, 定义 6.9.3 第二条** 原文 ... 正合, 则称 $I$ 是内射模. 更正 ... 正合, 亦即它保持短正合列, 则称 $I$ 是内射模. 感谢张好风指正

◇ **第 244 页, 倒数第 10 行** 原文 下面的引理 6.10.4 更正 引理 5.7.4 感谢郑维喆指正

◇ **第 246 页, 第 2 行和定理 6.10.6, 6.10.7** "交换 Noether 模" 应改为 "交换 Noether 环". 两个定理的陈述中应该要求 $R$ 是交换 Noether 环. 感谢郑维喆指正

◇ **第 246 页, 第 16 行** 原文 $u_i f_i$ 更正 $u_i \alpha_i$ 感谢陆睿远指正.

◇ **第 247 页, 第 6—7 行** 原文 其长度记为 $n+1$. 更正 其长度定为 $n$.

◇ **第 251 页, 第 6 行** 原文 $\operatorname{im}(u^\infty) = \ker(u^n)$ 更正 $\operatorname{im}(u^\infty) = \operatorname{im}(u^n)$ 感谢巩峻成指正

◇ **第 251 页起, 第 6.12 节** 术语 "不可分模" 似作 "不可分解模" 更佳, 以免歧义. (第 4 页倒数第 3 行也应同步修改) 感谢郑维喆指正

◇ **第 252 页, 第 2 行** 原文 $1 \leq 1 \leq n$. 更正 $1 \leq i \leq n$. 感谢傅煌指正.

◇ **第 255 页, 推论 6.2.19 的证明** 在证明最后补上一句 "以上的 $\ell$ 表示模的长度." 感谢苑之宇指正.

◇ **第 255 页, 第 1 题** 原文

$$N = \left\langle \alpha(f)(x_i) - x_j : i \xrightarrow{f} j,\ x_i \in M_i, x_j \in M_j \right\rangle$$

更正

$$N = \left\langle \alpha(f)(x_i) - x_i : i \xrightarrow{f} j,\ x_i \in M_i \right\rangle$$

感谢郑维喆指正

◇ **第 264 页, 第 14 行** 原文 如果 $\operatorname{ann}(M) = \{0\}$ 更正 如果 $\operatorname{ann}(N) = \{0\}$

◇ **第 270 页, (7.6) 式** 中间项补全为 $A \otimes M_n(R) \otimes M_m(R) \otimes B$. 感谢巩峻成指正

◇ **第 274 页, 倒数第 2 行** 将两处 $A^k(M)$ 改成 $A^k(X)$.

◇ **第 284 页, 定理 7.6.6** 将定理陈述中的函子 $U$ 由忘却函子改成映 $A$ 为 $A_1$ 的函子, 其余不变. 相应地, 证明第二段的 $\varphi: M \to A$ 应改成 $\varphi: M \to A_1$. 感谢郑维喆指正

◇ **第 285 页, 倒数第 5 行** $T^n_\chi(M) := \{x \in T^n(M) : \forall \sigma \in \mathfrak{S}_n,\ \sigma x = \chi(\sigma)x\}$ 感谢郑维喆指正

◇ **第 286 页, 第 10 行** 原文 $\chi = 1, \sigma$ 更正 $\chi = 1, \operatorname{sgn}$

◇ **第 286 页, 定理 7.6.10** 原 "因而有 $R$-模的同构" 改为 "因而恒等诱导 $R$-模的同构". 以下两行公式开头的 $e_1$ : 和 $e_{\mathrm{sgn}}$ : 皆删去. 感谢郑维喆指正

◇ **第 311 页, 命题 8.3.2 证明第 4 行** 更正 分别取...... 和 $\overline{F}'|E'$.

◇ **第 313 页, 命题 8.3.9 (iii)** "交" 改为 "非空交". 相应地, 证明第四行的 "一族正规子扩张" 后面加上 "且 $I$ 非空". 感谢郑维喆指正

◇ **第 315 页, 定理 8.4.3 (iv)** 原文 $\sum_{k\geq 0}^{n}$ 更正 $\sum_{k=0}^{n}$ 感谢郑维喆指正

◇ **第 315 页, 倒数第 2 行** 原文 $\deg f(X^p) = pf(X)$ 更正 $\deg f(X^p) = p\deg f(X)$ 感谢杨历指正.

◇ **第 317 页, 倒数第 13 行** (出现两次) 原文 $\prod_{i=1}^{n}\cdots$ 更正 $\prod_{m=1}^{n}\cdots$

◇ **第 343 页, 倒数第 6, 7 行** 倒数第 6 行的 $\mathrm{Gal}(K|L\cap M)\subset\cdots$ 改成 $\mathrm{Gal}(L|K)\subset\cdots$, 另外倒数第 7 行最后的 "故" 字删去. 感谢张好风指正

◇ **第 348 页, 命题 9.3.6** 原文 $\varprojlim_m \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ 更正 $\varprojlim_m \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ 感谢郑维喆指正

◇ **第 350 页, 第 8 行** 原文 $\iff d\mid n$ 更正 $\iff n\mid d$ 感谢巩峻成指正

◇ **第 352 页, 第 7 行** 原文 $p\mid n$ 更正 $p\nmid n$ 感谢郑维喆指正

◇ **第 357 页, 倒数第 8 行** 原文 $F(S)|S$ 更正 $F(S)|F$ 感谢张好风指正

◇ **第 359 页, 倒数第 2 行** 原文 $\in A_E$ 更正 $\in A_F$ 感谢杨历指正.

◇ **第 360 页, 定理 9.6.8 陈述** 在 (9.10) 之后补上一句 (不缩进): "证明部分将解释如何定义 Hom 的拓扑." 感谢张好风指正

◇ **第 360 页, 定理 9.6.8 证明** 将所有 $\chi(\cdots)=1$ 改成 $\chi(\cdots)=0$, 以确保与之前的惯例一致. 感谢杨历指正.

◇ **第 363 页, 倒数第 4 行** 原文 $\eta_{[E:F]}$ 更正 $\eta_{[L:F]}$ 感谢郑维喆指正

◇ **第 372 页, 第 20 题** 问题 (b) 部分的 $P\in F[X]$ 改成 $Q\in F[X]$, 以免冲突. 相应地, 提示第一段的 $P$ 都改成 $Q$. 感谢郑维喆指正

◇ **第 395–396 页, 引理 10.5.3 的证明** 从第 395 页倒数第 3 行起 (即证明第二段), 修改如下:

置 $f_k=\sum_{h\geq 0}c_{k,h}t^h$. 注意到 $\lim_{k\to\infty}\|f_k\|=0$, 这确保 $c_h:=\sum_{k\geq 0}c_{k,h}$ 存在. 我们断言 $f:=\sum_{h\geq 0}c_h t^h\in K\langle t\rangle$ 并给出 $\sum_{k=0}^{\infty}f_k$.

对任意 $\epsilon > 0$, 取 $M$ 充分大使得 $k \geq M \implies \|f_k\| < \epsilon$, 再取 $N$ 使得当 $0 \leq k < M$ 而 $h \geq N$ 时 $|c_{k,h}| < \epsilon$. 于是

$$h \geq N \implies \left(\forall k \geq 0,\ |c_{k,h}| \leq \epsilon\right) \implies |c_h| \leq \epsilon,$$

故 $f := \sum_{h\geq 0} c_h t^h \in K\langle t\rangle$. 其次, 在 $K\langle t\rangle$ 中有等式

$$f - \sum_{k=0}^{M} f_k = \sum_{h\geq 0}\left(c_h - \sum_{k=0}^{M} c_{k,h}\right) t^h = \sum_{h\geq 0} \underbrace{\left(\sum_{k>M} c_{k,h}\right)}_{|\cdot|\leq\epsilon} t^h,$$

从而 $f = \sum_{k=0}^{\infty} f_k$.

感谢高煦指正.

- **第 397 页, 条目 V 下第 6 行** 原文 $w_{x.-}$ 更正 $w_{x,-}$
- **第 398 页, 倒数第 12 行** 原文 , 而 $v: K^\times \to \Gamma$ 是商同态. 更正 . 取 $v: K^\times \to \Gamma$ 为商同态.
- **第 416 页, 定理 10.9.7** 删除定理陈述的最后一句话, 将陈述的第一段修改为: “在所有 $\mathrm{W}(R)$ 上存在唯一的一族交换环结构, 使得 $\mathrm{W}(\cdot)$ 给出从交换环范畴 CRing 到自身的函子, $w: \mathrm{W}(R) \to \prod_{n\geq 0} R$ 为环同态, $(0,0,\ldots)$ 为零元, $(1,0,\ldots)$ 为幺元, 而且: ” (换行, 开始表列)

  对于表列第二项 (“存在唯一确定的多项式族...”), 最后补上一句 “它们与 $R$ 无关.”
- **第 417 页, 最后一行** 它被刻画为对...