代数学方法(第一卷)勘误表 跨度: 2019—2022

李文威

2022-05-09

以下页码等信息参照高等教育出版社 2019 年 1 月出版之《代数学方法》第一卷, ISBN: 978-7-04-050725-6. 这些错误已在修订版改正 (2022 年 4 月网络发布, 纸本待出).

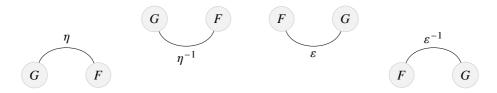
- ◇ 第 12 页, 倒数第 8 行 原文 也可以由稍后的无穷公理保证. 更正 也可以划入稍后的无穷公理. 感谢王东瀚指正.
- 。第 16 页, 倒数第 5 行 原文 于是有 $\gamma \in \gamma$, 这同偏序的反称性矛盾. 更正 于是 有 $\gamma \in \gamma$, 亦即在偏序集 (α, \leq) 中 $\gamma < \gamma$, 这同 < 的涵义 ($\leq \ell \ell \neq$) 矛盾. 感谢王东 瀚指正.
- **◇ 第 18 页, 倒数第 10 行 原文** 而性质... 是容易的. **更正** 而且使性质... 成立, 这是容易的.
- \diamond 第 19 页, 倒数第 5 行
 原文
 $a_{\alpha} \notin C_{\alpha}$ 更正
 $a_{\alpha} \notin \{a_{\beta}\}_{\beta < \alpha}$ 感谢胡旻杰指正
- \diamond **第 26 页, 第一章习题 5** 将题目中的三个 $\mathbb{Z}_{\geq 1}$ 全改成 $\mathbb{Z}_{\geq 0}$.
- \diamond 第 35 页, 倒数第 4 行原文 $X \in Ob(\mathscr{C})$ 更正 $X \in Ob(\mathscr{C}')$ 感谢尹梓僮指正.
- **◇ 第 38 页, 第 12 行 (命题 2.2.10 证明)** 将两个箭头的方向调换. 感谢尹梓僮指正.
- ◇ 第 38 页, 第 14 行 原文 由此导出对象和自然变换的同构概念, 其逆若存在则唯一. 更正 其逆若存在则唯一, 依此定义何谓对象间或函子间的同构. 感谢王 猷指正.

- ◆ 第 42 页, 倒数第 2 行 原文 … 同构. Z(…) ≃… 更正 … 同构 Z(…) ≃… 感谢
 王东瀚指正.

- ◆ 第 50 页, 第 3 行
 原文
 η_X
 更正
 η

感谢蒋之骏指正

◇第54页最后 更正 图表微调成



兴许更易懂.

感谢熊锐提供意见.

- ◇ 第 56 页, 倒数第 13 行原文 $\epsilon'(FG\epsilon')(F\eta G)$ 更正 $\epsilon'(FG\epsilon'')(F\eta G)$ 更正 $\epsilon'(FG\epsilon'')(F\eta G)$ (严格来说, 这行里的所有 ϵ 都应该改作 ϵ .)感谢张好风指正
- ◇ 第 61 页, 第 2–3 行
 原文
 $\lim_{K \to \infty} (\alpha(S)), \lim_{K \to \infty} (\beta(S))$ 更正
 $\lim_{K \to \infty} (\alpha(S)), \lim_{K \to \infty} (\beta(S))$ 感
- ◇第66页,第1行 余完备当且仅当它有所有"余"等化子和小余积. 感谢巩峻成指正
- \diamond 第 67 页, 第 7 行原文f(x)h(y)更正f(x)g(y)感谢巩峻成指正
- \diamond **第 77 页**, (3.8) 和 (3.9) 将交换图表中的 λ_2^{-1} 和 ρ_2^{-1} 分别改成 λ_2 和 ρ_2 , 相应地将箭头反转.
- \diamond 第 77 页, 倒数第 8 和倒数第 6 行 将 $\xi_F: F(\cdot) \times F(\cdot)$ 改成 $\xi_F: F(\cdot) \otimes F(\cdot)$. 将 $\eta_F: F(\cdot \otimes \cdot) \to F(\cdot)$ 改成 $\eta_F: F(\cdot \otimes \cdot) \to F(\cdot)$ 感谢巩峻成指正
- **第78页,第1行** 原文
 使得下图...
 更正
 使得 θ_{1_1} 为同构,而且使下图...

 图表之后接一句 "作为练习,可以证明对标准的 φ_F 和 φ_G 必然有 $\varphi_G = \theta_{1_1}\varphi_F$."

 后续另起一段.
- ◇ 第84页, 第2行 原文 定义结合约束 更正 定义交换约束 感谢王东瀚指正
- **⋄第91页,倒数第6行** "对于2-范畴"后加上逗号. 感谢巩峻成指正

```
◇第102页,第6行 原文 它们仅与... 更正 前者仅与... 感谢巩峻成指正
⋄ 第 109 页, 引理 4.3.4 第 4 行
                      原文 → | 更正 ▶ ↔
                                                  感谢雷嘉乐指正
⋄ 第 113 页倒数第 3 行, 第 115 页引理 4.4.12
                               原文 这相当于要求对所有...
     更正 这相当于要求 X 非空, 并且对所有...
     原文 \partial X \to G-集 更正 \partial X \to A
                                                  感谢郑维喆指正
感谢巩峻成指正
             原文 \bar{H} \subseteq N_{\bar{G}}(\bar{H}) 更正 \bar{H} \subsetneq N_{\bar{G}}(\bar{H})
◇ 第 116 页, 第 5 行
              原文 (\cdots)_{i=0}^n 更正 (\cdots)_{i=0}^{n-1}
◇ 第 126 页, 第 6 行
                 原文 H_{i_i} 更正 H_i
◇ 第 131 页, 倒数第 1 行
                                                  感谢巩峻成指正
                  原文 sgn(\sigma) = \pm 1 更正 sgn(\sigma) \in \{\pm 1\} 感谢巩峻成指
◇ 第 137 页, 倒数第 12 行
    īF
◇ 第 141 页, 第 2 和第 9 行 「原文」 |i − j| ≥ 1 | 更正】 |i − j| > 1 感谢巩峻成指正
◇第141页,第11行
               原文 另外约定 \mathfrak{S}'_n = \{1\} 更正 另外约定 \mathfrak{S}'_1 = \{1\}
◇ 第 149 页, 第 3 行 CRing 表交换环范畴. 另外此行应缩进.
                原文 a \in R 更正 a \in I
◇ 第 156 页, 第 2, 3 行
                                                  感谢阳恩林指正
             原文 Ir = rI = I 更正 IR = I = RI
◇第156页,第4行
                                                  感谢巩峻成指正
                原文 \forall s \in S 更正 \forall s \in R
⋄ 第 158 页, 最后一行
                                                  感谢雷嘉乐指正
原文》 赋予每个 R/a_i... 更正》 赋予每个 R_i \coloneqq R/a_i... 感谢
◇ 第 174 页, 第 15 行
    巩峻成指正
⋄ 第 187 页, 定理 5.7.9 证明
                    原文 ℤ[-1](多处) 更正 ℤ[√-1]
                 原文 \in R[X] 更正 \in K[X]
◇ 第 188 页, 倒数第 5 行
                                            感谢巩峻成指正
īF
```

感谢巩峻成指正

⋄ 第 190 页, 倒数第 2 行的公式 改成:

$$\bar{b}_k X^k +$$
 高次项, $\bar{b}_k \neq 0$,

感谢巩峻成指正

- **今第191页,第12**行将 (b_1,\ldots,b_m) 改成 (b_1,\ldots,b_n) ,并且将之后的"留意到…"一句删除.除.感谢巩峻成指正
- **第 191 页, 第 15 和 16** 行
 原文
 $m_{\lambda_1,...,\lambda_n}$ 更正
 $m_{\lambda_1,...,\lambda_r}$

 原文
 $(\lambda_1,...,\lambda_r)$ 的所有不同排列.
 更正
 $(\lambda_1,...,\lambda_r,0,...,0)$ 的所有不同排列.

 排列 (n 个分量).
 感谢巩峻成指正
- 。第 192 页, 第 1 段最后 1 行 原文 使 m_{λ} 落在 Λ_n 中的充要条件是 λ_1 (即 Young 图的宽度) 不超过 n. 更正 如果分拆的长度 r (即 Young 图的高度) 超过给定的 n,相应的 $m_{\lambda} \in \Lambda_n$ 规定为 0. 感谢巩峻成指正
- \diamond 第 192 页, 定义 5.8.1 第二项
 原文
 $\mu_i = \mu_k$ 更正
 $\mu_i = \lambda_i$ 感谢巩峻成指正
- \diamond 第 193 页, 第 2 行和第 5 行
 原文
 $X_{i_1} \cdots X_{i_n}$.
 更正
 $X_{i_1} \cdots X_{i_k}$.

 原文
 $\prod_{i=1}^{n} (Y X_i)$,
 更正
 $\prod_{i=1}^{n} (Y + X_i)$ 感谢巩峻成指正
- \diamond 第 194 页, 例 5.8.6 的第 3 行
 原文
 $\sum_{i=0}^{n} c_i Y^{n-i}$ 更正
 $\sum_{i=0}^{n} (-1)^i c_i Y^{n-i}$ 感谢环 峻成指正
- ◇ **第 203 页**, **第 17** 行 **原文** ker(φ) **更正** ker(φ) 感

感谢胡龙龙指正

- **第 205 页,第 7 行** 原文
 M 作为 R/ann(M)-模自动是无挠的.
 更正
 M 作为

 R/ann(M)-模的零化子自动是 $\{0\}$.
 感谢戴懿韡指正.
- **◇第220页** 本页出现的 Bil(•ו;•) 都应该改成 Bil(•,•;•), 以和 216 页的符号保持一致.
- \diamond 第 220 页, 第 10 行原文 $B(\cdot,z): M \otimes M'$ 更正 $B(\cdot,z): M \otimes M'$ 感谢巩峻成指正

- **◇ 第 230 页, 第 13 行 原文** 萃取处 **更正** 萃取
- ◇ 第 230 页, 第 6 行; 第 231 页, 第 9—10 行 原文 0; 更正 0; 感谢郑维喆指正
- **⋄ 第 235 页底部** 图表中的垂直箭头 f_i, f_{i-1} 应改为 ϕ_i, ϕ_{i-1} .
- ◇ **第 236 页**, **第 6** 行 **原文** 直和 □, 更正 直和 ⊕, 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 237 页, 第 2 行原文存在 $r: M' \to M$ 更正存在 $r: M \to M'$ 感谢雷嘉乐指
- ◆ 第 237 页, 命题 6.8.5 证明第二行 原文 由于 f 满 更正 由于 f 单 感谢巩峻成指正
- ◇第 237 页, 命题 6.8.5 证明最后两行 原文 故 $(v) \Rightarrow (i);$ 更正 故 $(iv) \Rightarrow (i);$
- ◆第 240 页, 定义 6.9.3 第二条 原文 … 正合, 则称 I 是内射模. 更正 … 正合, 亦即它保持短正合列, 则称 I 是内射模.
 感谢张好风指正
- ◆ **第 244 页, 倒数第 10 行 原文** 下面的引理 6.10.4 **更正** 引理 5.7.4 感谢郑维喆 指正
- **◇ 第 246 页, 第 2 行和定理 6.10.6, 6.10.7** "交换 Noether 模"应改为"交换 Noether 环". 两个定理的陈述中应该要求 *R* 是交换 Noether 环. 感谢郑维喆指正

- **◇第247頁,第6—7行 原文** 其长度记为 n + 1. **更正** 其长度定为 n.
- ◇ 第 251 页, 第 6 行原文 $\operatorname{im}(u^{\infty}) = \ker(u^n)$ 更正 $\operatorname{im}(u^{\infty}) = \operatorname{im}(u^n)$ 感谢巩峻成指正
- ◇ **第 251 页起**, **第 6.12 节** 术语 "不可分模"似作 "不可分解模"更佳,以免歧义. (第 4 页倒数第 3 行和索引里的条目也应当同步修改) 感谢郑维喆指正
- ◆ 第 252 頁, 第 2 行
 原文
 1 ≤ 1 ≤ n.
 感谢傅煌指正.
- **◇第255页,推论6.12.9的证明** 在证明最后补上一句"以上的ℓ表示模的长度." 感 谢苑之宇指正.

◇ 第 255 页, 第 1 题 原文

$$N = \left\langle \alpha(f)(x_i) - x_j : i \xrightarrow{f} j, \ x_i \in M_i, x_j \in M_j \right\rangle$$

更正

$$N = \left(\alpha(f)(x_i) - x_i : i \xrightarrow{f} j, \ x_i \in M_i \right)$$

感谢郑维喆指正

◇ 第 261 页, 定义 7.1.6 第 1 行 **原文** R- 更正 R

感谢雷嘉乐指正

- ◇ 第 270 页, 注记 7.3.6 原文 秩为 A, B 的秩之和 更正 秩为 A, B 的秩之积 感谢汤─鸣指正
- \diamond 第 270 页, (7.6) 式 前两项改为 $M_n(A)\otimes M_m(B)\simeq A\otimes M_n(R)\otimes M_m(R)\otimes B$, 后续不变. 感谢巩峻成指正
- **⋄ 第 274 页, 倒数第 2 行** 将两处 $A^k(M)$ 改成 $A^k(X)$.

感谢巩峻成指正

- ◇ 第 279 页, 定理 7.5.2 陈述 原文 唯一的 R-模同态... 更正 唯一的 R-代数同态...
- **第 284 頁, 定理 7.6.6** 将定理陈述中的 U 由 "忘却函子" 改成 "映 A 为 A_1 的函子", 其余不变. 相应地, 证明第二行的 $\varphi: M \to A$ 应改成 $\varphi: M \to A_1$.
 感谢郑维喆指正
- ◇ 第 285 頁, 倒数第 5 行 $T^n_\chi(M) := \{x \in T^n(M) : \forall \sigma \in \mathfrak{S}_n, \ \sigma x = \chi(\sigma)x\}$ 感谢郑维喆指正
- \diamond **第 286 頁, 定理 7.6.10** 原 "因而有 R-模的同构" 改为 "因而恒等诱导 R-模的同构". 以下两行公式开头的 $e_1:$ 和 $e_{sgn}:$ 皆删去. 感谢郑维喆指正

- **⋄第293页第8,10,13行** 将*M*都改成*E*,共三处.

感谢巩峻成指正

◆第304页倒数第6行 原文 ≤∞ 更正 <∞</p>

感谢巩峻成指正

- ◇ **第 311 页, 命题 8.3.2 证明第 4 行** 更正 分别取...... 和 \overline{F}' | E' .
- ◇ **第 313 頁, 命题 8.3.9** (iii) "交"改为"非空交". 相应地, 证明第四行的"一族正规子扩张"后面加上"且 *I* 非空". 感谢郑维喆指正

感谢郑维喆指正

- ◇ 第 315 页, 倒数第 2 行原文deg $f(X^p) = pf(X)$ 更正deg $f(X^p) = p \deg f(X)$ 感谢杨历指正.
- **⋄第317页,倒数第13行** (出现两次) **原文** $\prod_{i=1}^{n}$ … **更正** $\prod_{m=1}^{n}$ …
- **◇ 第 325 页, 第 10** 行 (定义–定理 8.7.3 证明) **原文** a^{-p^m} **更**正 $a^{p^{-m}}$
- ◇ 第 326 页第 4 行 原文 既然纯不可分扩张是特出的 更正 既然纯不可分扩张 对复合封闭 感谢巩峻成指正
- ◇ 第 340 页最后一行
 原文
 于是 Gal(E|K) 确实是拓扑群
 更正
 于是 Gal(E|F) 确

 实是拓扑群
 感谢巩峻成指正
- **◇ 第 343 页, 倒数第 6,7 行** 倒数第 6 行的 $Gal(K|L \cap M) \subset \cdots$ 改成 $Gal(L|K) \subset \cdots$, 另外 倒数第 7 行最后的 "故"字删去. 感谢张好风指正
- \diamond 第 348 页, 命题 9.3.6 陈述和证明原文 $\lim_{m \to \infty} \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ \mathbb{E} $\lim_{m \to \infty} \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ \mathbb{E} $\lim_{m \to \infty} \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ \mathbb{E} \mathbb{E} <t
- ⋄ 第 350 页, 第 8 行 $\boxed{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$ \longleftrightarrow $d \mid n \mid \mathbb{R}$ \longleftrightarrow $n \mid d$

感谢巩峻成指正

◇第352页,第7行
原文
p | n 更正
p ∤ n

感谢郑维喆指正

⋄第355页,第6行 原文 设*T* 不可逆 **更正** 设*T* 不可逆

感谢雷嘉乐指正

⋄第357页,第4行 删除"= Gal(E|F)".

感谢巩峻成指正

◇ 第 357 页, 倒数第 8 行 原文 F(S)|S 更正 F(S)|F

感谢张好风指正

- \diamond 第 359 页, 第 5 行 原文 透过 Γ_E 分解 更正 透过 $\mathrm{Gal}(E|F)$ 分解 感谢巩峻成指 Γ

感谢杨历指正

◇ **第 360 页, 定理 9.6.8 陈述** 在 (9.10) 之后补上一句 (不缩进): "证明部分将解释如何 定义 Hom 的拓扑." 感谢张好风指正

- \diamond **第 360 页, 定理 9.6.8 证明** 将证明第三行等号下方的 $\Gamma = \Gamma_E/\Gamma$ 和上方的文字删除, 等号改成 $\stackrel{1:1}{\longleftrightarrow}$ 感谢杨历和巩峻成指正
- 原文 $\eta_{[E:F]}$ 更正 $\eta_{[I:F]}$ ◇ 第 363 页, 倒数第 4 行 感谢郑维喆指正
- 原文 014 更正 015 ◇第366页,第8行 感谢柴昊指正 原文 $x \in S$ 更正 $x \in \mathcal{S}$
- **◇ 第 368 页, 定理 9.8.2 的表述第一句 原文** 给定子集 $\{0,1\}$ ⊂ \mathscr{S} ⊂ \mathbb{C} , 生成的...
- 更正 给定子集 $\{0,1\} \subset \mathcal{S} \subset \mathbb{C}$, 基于上述讨论不妨假定 \mathcal{S} 对复共轭封闭, 它生成的... 感谢郑维喆指正
- 将本题的所有 q 代换成 p, 将 "仿照…" 改为 "参照", 开头加上 "设 p⋄ 第 370 页, 习题 2 是素数…" 感谢郑维喆指正
- 条件 (b) 部分的 $P \in F[X]$ 改成 $Q \in F[X]$, 以免符号冲突. 相应 ⋄ 第 372 页, 第 20 题 地, 提示第一段的 P 都改成 O. 感谢郑维喆指正
- ◇第 395-396 页, 引理 10.5.3 的证明 从第 395 页倒数第 3 行起 (即证明第二段), 修改 如下:

置 $f_k = \sum_{h \geq 0} c_{k,h} t^h$. 注意到 $\lim_{k \to \infty} \|f_k\| = 0$, 这确保 $c_h := \sum_{k \geq 0} c_{k,h}$ 存在. 我们断

对任意 $\epsilon > 0$, 取 M 充分大使得 $k \ge M \implies ||f_k|| < \epsilon$, 再取 N 使得当 $0 \le k < M$ 而 $h \ge N$ 时 $|c_{k,h}| < \epsilon$. 于是

$$h \geq N \implies \left(\forall k \geq 0, \; |c_{k,h}| \leq \epsilon \right) \implies |c_h| \leq \epsilon,$$

故 $f := \sum_{h>0} c_h t^h \in K\langle t \rangle$. 其次, 在 $K\langle t \rangle$ 中有等式

$$f - \sum_{k=0}^M f_k = \sum_{h \geq 0} \left(c_h - \sum_{k=0}^M c_{k,h} \right) t^h = \sum_{h \geq 0} \underbrace{\left(\sum_{k > M} c_{k,h} \right)}_{\mid \cdot \mid < \epsilon} t^h,$$

从而 $f = \sum_{k=0}^{\infty} f_k$.

◇ 第 366 页, 倒数第 4 行

感谢高煦指正.

感谢郑维喆指正

- 原文 w_r 更正 w_r ⋄第397页,条目V下第6行
- 原文 , 而 $v: K^{\times} \to \Gamma$ 是商同态. 更正 . 取 $v: K^{\times} \to$ ◇ 第 398 页, 倒数第 12 行 Γ 为商同态.
- ◇ 第 400 页, 倒数第 5-6 行 改为: $e(w \mid u) = e(w \mid v)e(v \mid u), f(w \mid u) = f(w \mid v)f(v \mid u).$ 感谢巩峻成指正

- **\$\sigma\$\$ 416 页, 定理 10.9.7** 将陈述的第一段修改为: "在所有 W(R) 上存在唯一的一族交换环结构, 使得 $w:W(R)\to\prod_{n\geq 0}R$ 为环同态, (0,0,...) 为零元, (1,0,...) 为幺元, 而且: "(换行, 开始表列)

对于表列第二项 ("存在唯一确定的多项式族... 所确定"), 最后补上 "... 所确定, 这 些多项式与 *R* 无关."

证明第一段的"群运算"改为"环运算".

⋄ 第 417 页, 最后一行 它被刻画为对...