

2024. 03. 20.

**Vizsgakérdések**  
**Analízis 1. (BSc)**  
**EProgramtervező informatikus**  
*2023-2024. tanév, tavaszi félév*

1. Fogalmazza meg a háromszög-egyenlőtlenségeket!
2. Hogyan szól a Bernoulli-egyenlőtlenség?
3. Fogalmazza meg a számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenséget!
4. Fogalmazza meg a számtani és a négyzetes közép közötti egyenlőtlenséget!
5. Fogalmazza meg a harmonikus és a mértani közép közötti egyenlőtlenséget!
6. Fogalmazza meg a Cauchy-Bunyakovszkij-egyenlőtlenséget!
7. Fogalmazza meg a Minkowszki-egyenlőtlenséget!
8. Mit mond ki a teljességi axióma?
9. Fogalmazza meg a szuprénum elvet!
10. Pozitív állítás formájában fogalmazza meg azt, hogy a  $\emptyset \neq \mathcal{H} \subset \mathbb{R}$  halmaznak nincs maximuma!
11. Pozitív állítás formájában fogalmazza meg azt, hogy a  $\emptyset \neq \mathcal{H} \subset \mathbb{R}$  halmaznak nincs minimuma!
12. Pozitív állítás formájában fogalmazza meg azt, hogy a  $\emptyset \neq \mathcal{H} \subset \mathbb{R}$  nem korlátos!
13. Legyen  $\emptyset \neq \mathcal{H} \subset \mathbb{R}$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ . Mit jelent a  $\mathcal{H}$  elemeire nézve az, hogy  $\xi = \sup(\mathcal{H})$ ?
14. Legyen  $\emptyset \neq \mathcal{H} \subset \mathbb{R}$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ . Mit jelent a  $\mathcal{H}$  elemeire nézve az, hogy  $\xi = \inf(\mathcal{H})$ ?
15. Fogalmazza meg Arkhimédész tételét!

2024. 03. 20.

16. Fogalmazza meg a Cantor-tételt!
17. Definiálja a binomiális együtthatót!
18. Fogalmazza meg a binomiális-tételt!
19. Mit jelent az  $f \in A \rightarrow B$  szimbólum?
20. Mit jelent az  $f : A \rightarrow B$  szimbólum?
21. Hogyan értelmezzük halmaz függvény által létesített képét?
22. Hogyan értelmezzük halmaz függvény által létesített osképét?
23. Mikor nevezünk egy függvényt invertálhatónak?
24. Definiálja az inverz függvényt!
25. Írja le az összetett függvény fogalmát!
26. Definiálja a következő fogalmakat: valós sorozat; sorozat  $n$ -edik tagja!
27. Mit jelent az, hogy valamely  $(x_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  sorozat korlátos?
28. Pozitív állítás formájában fogalmazza meg azt, hogy az  $(x_n)$  sorozat nem korlátos.
29. Mikor mondja azt hogy valamely  $(x_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  sorozat monoton növekvő?
30. Mikor mondja azt hogy valamely  $(x_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  sorozat szigorúan monoton növekvő?
31. Mikor mondja azt hogy valamely  $(x_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  sorozat monoton fogyó?
32. Mikor mondja azt hogy valamely  $(x_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  sorozat szigorúan monoton fogyó?
33. Mit nevez indexsorozatnak?
34. Hogyan definiálja részsorozatot?
35. Milyen télt ismer valós sorozatok és monoton sorozatok viszonyáról?
36. Mikor mondjuk azt, hogy az  $(x_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  sorozat konvergens?

2024. 03. 20.

37. Tegyük fel, hogy az  $A \in \mathbb{R}$  szám minden környezete az  $(x_n)$  sorozatnak végtelen sok tagját tartalmazza. Következik-e ebből, hogy az  $(x_n)$  sorozat konvergens?
38. Milyen állítást ismer sorozatok esetén a konvergencia és korlátosság kapcsolatáról?
39. Mit tud mondani konvergens sorozatok részsorozatairól?
40. Mit jelent az, hogy  $\lim(x_n) = +\infty$ ?
41. Mit jelent az, hogy  $\lim(x_n) = -\infty$ ?
42. Definiálja az  $A \in \mathbb{R}$  elem  $r > 0$ -sugarú környezetét!
43. Adott  $(x_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ , ill.  $A \in \mathbb{R}$  esetén mi a definíciója a  $\lim(x_n) = A$  egenlőségnek?
44. Fogalmazza meg a sorozatokra vonatkozó Sandwich-tételt!
45. Milyen állításokat ismer a határérték és a rendezés között?
46. Fogalmazza meg a monoton sorozatok konvergenciájára és határértékére vonatkozó állításokat!
47. Milyen műveleti tételeket ismer konvergens sorozatokra?
48. Milyen állítást ismer (tágabb értelemben) határértékkel bíró sorozatok összegéről?
49. Milyen állítást ismer (tágabb értelemben) határértékkel bíró sorozatok szorzatáról?
50. Milyen állítást ismer (tágabb értelemben) határértékkel bíró sorozatok hányadosáról?
51. Fogalmazza meg a Bolzano-Weierstraß-féle kiválasztási tételt!
52. Definiálja a Cauchy-sorozatot!
53. Fogalmazza meg a sorozatokra vonatkozó Cauchy-féle konvergenciakritériumot!
54. Hogyan értelmezzük az  $e$  számot?
55. Milyen állítást ismer a  $(q^n)$  ( $q \in \mathbb{R}$ ) mértani sorozat határértékével kapcsolatban?

2024. 03. 20.

56. Mit tud mondani az  $(\sqrt[n]{\alpha})$  ( $\alpha > 0$ ) sorozat konvergenciájával kapcsolatban?
57. Mit tud mondani az  $(\sqrt[n]{n})$  sorozat konvergenciájával kapcsolatban?
58. Legyen  $A \in (0, +\infty)$ , ill.  $m \in \mathbb{N}$ . Melyik az a sorozat, amelynek határértéke az  $\sqrt[m]{A}$  szám?
59. Mi a végtelen sor definíciója?
60. Mit jelent az, hogy a  $\sum (x_n)$  sor konvergens, és hogyan értelmezi az összegét?
61. Milyen téelt ismer  $q \in \mathbb{R}$  esetén a  $\sum_m (q^n)$  mértan sor konvergenciájáról?
62. Mi a harmonikus sor, és milyen állítást ismer konvergenciájával kapcsolatban?
63. Milyen állítást ismer a  $\sum (n^{-\alpha})$  hiperharmonikus sor konvergenciájával kapcsolatban?
64. Mondjon szükséges feltételt arra, hogy a  $\sum (x_n)$  sor konvergens legyen!
65. Igaz-e, hogy ha  $\lim(x_n) = 0$ , akkor a  $\sum (x_n)$  sor konvergens?
66. Fogalmazza meg végtelen sorokra az összehasonlító kritériumot!
67. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó Cauchy-féle gyökkritériumot!
68. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó D'Alembert-féle hánydoskritériumot!
69. Mik a Leibniz-típusú sorok, és milyen tételt tanult azak konvergenciájával kapcsolatban?
70. Definálja a  $\sum (x_n)$  és a  $\sum (y_n)$  végtelen sorok téglányszorzatát!
71. Definálja a  $\sum (x_n)$  és a  $\sum (y_n)$  végtelen sorok Cauchy-szorzatát!
72. Fogalmazza meg a Mertens-tételt!
73. Írja le a hatványsor definícióját!

2024. 03. 20.

74. Hogyan szól a hatványsor konvergenciahalmazára vonatkozó, a konvergenciasugarát meghatározó tétel?
75. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyik csak a  $c = 4$  pontban konvergens
76. Definiálja az  $\exp$  függvényt!
77. Írja fel az  $\exp$  függvény függvényegyenletét!
78. Definiálja a  $\sin$  függvényt!
79. Definiálja a  $\cos$  függvényt!
80. Definiálja az  $\sinh$  függvényt!
81. Definiálja a  $\cosh$  függvényt!
82. Mit jelent az, hogy  $\alpha \in \overline{\mathbb{R}}$  torlódási pontja a  $\mathcal{H} \subset \mathbb{R}$  halmaznak?
83. Mikor mondja azt, hogy egy  $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek valamely  $\alpha \in \overline{\mathbb{R}}$  helyen van határértéke?
84. Adja meg egyenlotlenségek segítségével a végesben vett véges határérték definícióját!
85. Adja meg egyenlotlenségek segítségével a végesben vett plusz végtelen határérték definícióját!
86. Adja meg egyenlotlenségek segítségével a végesben vett mínusz végtelen határérték definícióját!
87. Adja meg egyenlotlenségek segítségével a plusz végtelenben vett véges határérték definícióját.
88. Adja meg egyenlotlenségek segítségével a mínusz végtelenben vett véges határérték definícióját!
89. Adja meg egyenlotlenségek segítségével a plusz végtelenben vett plusz végtelen határérték definícióját!
90. Adja meg egyenlotlenségek segítségével a plusz végtelenben vett mínusz végtelen határérték definícióját!

2024. 03. 20.

91. Adja meg egyenlotlenségek segítségével a mínusz végtelenben vett plusz végtelen határérték definícióját!
92. Írja le a határértékre vonatkozó átviteli elvet.
93. Mit tud mondani a hatványsor összegfüggvényének a határértékéről?
94. Mit tud mondani a hatványsor összegfüggvényének a folytonosságáról?
95. Mikor mondjuk, hogy egy  $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek valamely  $a \in \mathbb{R}$  helyen folytonos?
96. Fogalmazza meg a Bolzano-tételt!
97. Fogalmazza meg Weierstraß tételét!