

Analízis 1. zárthelyi dolgozat (2022. tavasz)

Név:

NEPTUN-kód:

1. **10 pont** Vizsgálja a

$$\mathcal{H} := \left\{ \frac{x^2 + 9}{3x^2 + 9} \in \mathbb{R} : x \in (-\infty, 3) \right\}$$

halmazt korlátosság szempontjából! **Határozza meg** \mathcal{H} infimumát és szuprémumát! Van-e a \mathcal{H} halmaznak legkisebb, ill. legnagyobb eleme?

2. **17 pont** Számítsa ki az alábbi határértékeket!

(a) $\lim \left(\sqrt[n]{1 + 3^{2n}} \right);$

(b) $\lim \left(\left(\frac{2n^2 + 3}{2n^2 - 2} \right)^{n^2 - 1} \right);$

(c) $\lim \left(\sqrt{\alpha \cdot n^2 + 2n + 1} - 2n \right),$ ahol $\alpha \in [0, +\infty).$

3. **10 pont** Vizsgálja meg, hogy konvergens-e az

$$x_0 := 5, \quad x_{n+1} := \frac{x_n^2 + 2x_n}{10} \quad (n \in \mathbb{N}_0)$$

rekurzív sorozat! Ha igen, mi a határértéke?

4. **10 pont** Adja meg a $(0, 14)_6$ szám diadikus tört alakját!

5. **10 pont** Döntse el, hogy konvergens-e az alábbi végtelen sorok!

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3^n + 4^n}{4^n + 5^n} \right); \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n^3 + 2}{2n^5 - n^2 + 2} \right); \quad (c) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(2n)^n}{(2n)!} \right).$$

6. **12 pont** Határozza meg az

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(x-2)^n}{n + \sqrt{n}} \right) \quad (x \in \mathbb{R})$$

hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciahalmazát!