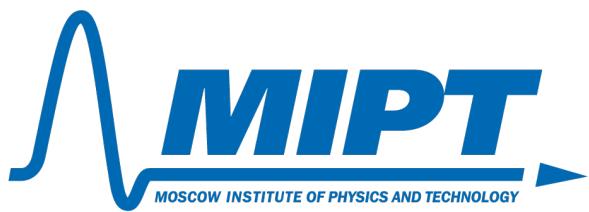


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФАКУЛЬТЕТ РАДИОТЕХНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ



Лабораторная работа № 3.2.6  
**Изучение гальванометра**

Осташкин Максим  
Группа Б01-407

Долгопрудный, 2025 г.

# 1 Введение

## 1.1 Цель работы

изучение работы высокочувствительного зеркального гальванометра магнитоэлектрической системы в режимах измерения постоянного тока и электрического заряда.

## 1.2 Аннотация

Рамка, подвешенная на нити, помещена в центр цилиндрического выреза в полюсах магнита.

Поле в зазоре между ферромагнитным цилиндром на оси системы направлено радиально. Полый цилиндр, прикрепленный к рамке служит для увеличения периода колебаний. С рамкой скреплено зеркало, служащее для измерения угла отклонения. Гальванометр работает в баллистическом режиме, если время протекания заряда много меньше периода свободных колебаний, поэтому последний увеличивают до 5 - 15 секунд.

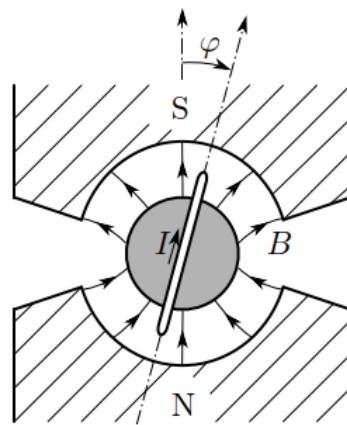


Рис. 1: рамка в магнитном поле

## 1.3 Уравнение движения рамки

На рамку при протекании тока действуют моменты:

1. Момент упругих сил нити

$$M_1 = -D\varphi, \quad (1)$$

где D - модуль кручения нити.

2. Сил вязкого трения:

$$M_2 = -\beta_{tp}\dot{\varphi} \quad (2)$$

3. сил ампера:

$$M_3 = 2rlBNI_{\Sigma} = BSNI_{sum} \quad (3)$$

4. вызванный индукцией (тормозящий):

$$M_3^{\text{инд}} = BSNI_{\text{инд}} = -\frac{(BSN)^2}{R_{\Sigma}}\dot{\varphi} \quad (4)$$

Для расчетов мы пренебрегаем величиной  $M_2$ , так как она много меньше тормозящего момента  $M_3$ .

Вращение рамки:

$$J\ddot{\varphi} = M_{\Sigma} \quad (5)$$

Представим в виде:

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2 = KI. \quad (6)$$

Связь параметров  $\gamma, \omega_0, K$  с параметрами гальванометра:

$$K = \frac{BNS}{J}, \quad 2\gamma = \beta_{\text{tp}} + \frac{(BSN)^2}{JR_{\Sigma}} \approx \frac{(BSN)^2}{JR_{\Sigma}}, \quad \omega_0^2 = \frac{D}{J}. \quad (7)$$

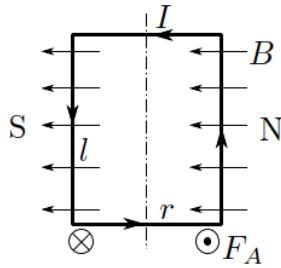


Рис. 2: силы, действующие на рамку в магнитном поле

#### 1.4 Режим измерения постоянного тока

Если через рамку пропускать постоянный ток  $I = const$ , то заменой переменной  $\tilde{\varphi} = \varphi - KI/\omega_0^2$  уравнение (6) приводится к однородному уравнению вида

$$\ddot{U}_C + 2\gamma\dot{U}_C + \omega_0^2 U_C = 0, \quad (8)$$

описывающему свободные затухающие колебания. Если подождать достаточно долго, чтобы собственные колебания затухли, в уравнении (6) можно положить  $\dot{\varphi} = 0$ ,  $\ddot{\varphi} = 0$ , так что угол поворота рамки определится формулами

$$\varphi = \frac{K}{\omega_0^2}I = \frac{BSN}{D}I = S_I I = \frac{I}{C_I}, \quad (9)$$

где величина  $S_I = \varphi/I = BSN/D$  называется чувствительностью гальванометра к току, а обратная ей величина  $C_I = 1/S_I$  — динамической постоянной гальванометра.

#### 1.5 Свободные колебания рамки

Введем начальные условия колебания рамки:

$$\varphi(0) = 0, \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0, \quad (10)$$

то есть рамке сообщили начальную угловую скорость без смещения.

Случай движения рамки:

1.  $\gamma < \omega_0$  (колебательный режим).

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad (11)$$

2.  $\gamma = \omega_0$  (критический режим). Этот режим начинается при достижении сопротивления внешнего участка цепи критического значения:

$$R_{kp} = R_{\Sigma_{kp}} - R_0 = \frac{(BSN)^2}{2\sqrt{DJ}} - R_0. \quad (12)$$

движение не имеет колебательного характера.

3.  $\gamma > \omega_0$ . Затухание велико, движение апериодическое.

## 1.6 Режим измерения заряда

Принимая за  $q$  полный электрический заряд, прошедший через рамку гальванометра за время импульса, получим соотношение:

$$\dot{\varphi}(\tau) = Kq \quad (13)$$

Величина  $C_q = q/\varphi_{max}$  называется баллистической постоянной гальванометра. Она характеризует режим работы гальванометра. Максимальный отброс достигается при полном отсутствии затухания:

$$\varphi_{max}^{cb} = \frac{\dot{\varphi}(\tau)}{\omega_0} = \frac{Kq}{\omega_0} \quad (14)$$

Однако, в таком случае система не будет успевать релаксировать и прибор сможет быть использован лишь единожды. Поэтому удобно работать в режиме, близком к критическому:

$$\varphi_{max}^{kp} = \frac{Kq}{\omega_0 e} \quad (15)$$

## 2 Определение динамической постоянной гальванометра

### 2.1 Экспериментальная установка

При  $R_1 \ll R, R_0, R_2$  сила тока, протекающего через гальванометр может быть вычислена как:

$$I = \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0}{R + R_0}, \quad (16)$$

где  $U_0$  - показания вольтметра,  $R_0$  - внутреннее сопротивление гальванометра. Угол отклонение рамки связан с перемещением зайчика по шкале следующим соотношением:

$$x = a \operatorname{arctg}(2\varphi). \quad (17)$$

При малых углах можно считать, что  $\varphi = x/2a$ . Динамическую постоянную гальванометра

$$C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{2aI}{x}, \quad (18)$$

как правило, выражают в единицах  $\left[\frac{\text{А}}{\text{мм}/\text{м}}\right]$ .

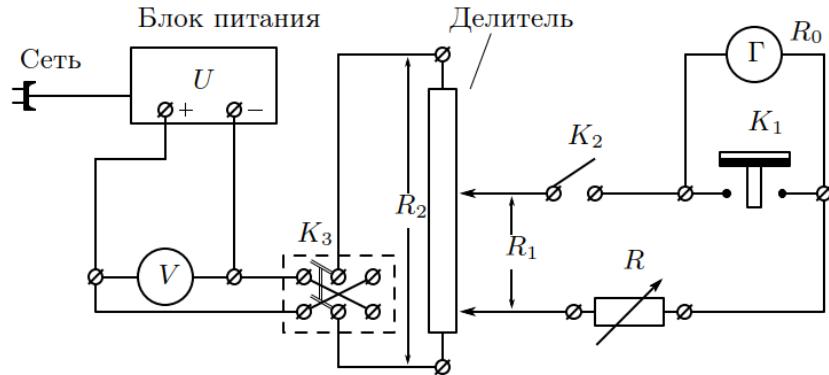


Рис. 3: Схема установки для работы гальванометра в стационарном режиме

## 2.2 Измерения

$R$	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47	50
$x$	23,5	20,5	18,3	16,5	15	13,7	12,6	11,7	10,9	10,1	9,4
$\varepsilon_x, \%$	0.04	0.05	0.05	0.06	0.07	0.07	0.08	0.09	0.09	0.10	0.11

Таблица 1: Зависимость отклонения зайчика  $x$  от сопротивления магазина  $R$

постоянные установки:

$$U_0 = 1,32$$

$$R_2 = 10$$

$$R_0 = 500$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{1000}$$

## 2.3 Обработка результатов

Посчитаем силу тока  $I$  по формуле:

$$I = \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0}{R + R_0}. \quad (19)$$

получим значения для токов, а погрешности посчитаем по формуле:

$$\varepsilon_I = \sqrt{\varepsilon_R^2 + \varepsilon_{U_0}^2} \quad (20)$$

. Результаты вычислений представлены в таблице ниже:

Построим график зависимости  $I(x)$ , по которому определим угол наклона, из которого вычислим динамическую постоянную  $C_I = 2ak$ , где  $a = 1.16 \pm 0.05$  - расстояние от зеркальца гальванометра до шкалы.

$R$	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47	50
$I \cdot 10^{-8}$ A	6.44	5.62	4.98	4.47	4.06	3.72	3.43	3.18	2.97	2.78	2.61
$\sigma_I \cdot 10^{-8}$ A	0.05	0.04	0.04	0.03	0.03	0.03	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02
$\varepsilon_I, \%$	0.78	0.71	0.80	0.67	0.74	0.81	0.87	0.63	0.67	0.72	0.77

Таблица 2: Зависимость силы тока  $I$  от сопротивления магазина  $R$

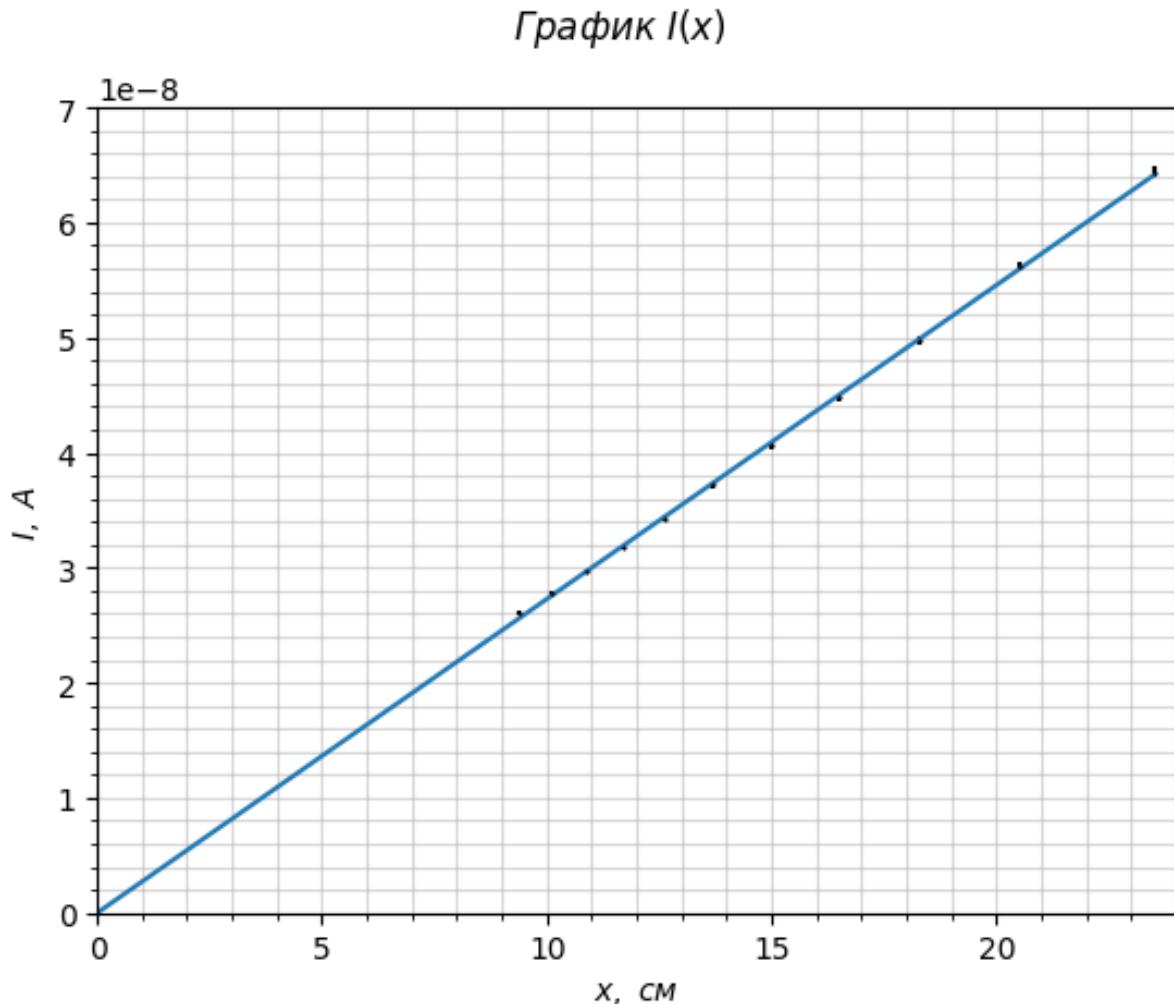


Рис. 4: график зависимости  $I(x)$ , аппроксимированный прямой с коэффициентом наклона

$$k = (2.73 \pm 0.02) \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\text{A}}{\text{мм}}$$

$$\varepsilon_{C_I} = \varepsilon_{S_I} = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_k^2} = \sqrt{0.043^2 + 0.007^2} = 0.0476$$

Итак,

$$C_I = (6.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-10} \text{ А/(мм/м)}$$

$$S_I = \frac{1}{C_I} = (1.58 \pm 0.07) \cdot 10^9 (\text{мм/м})/\text{А}$$

### 3 Определение критического сопротивления гальванометра

#### 3.1 Экспериментальная установка

Схема остается той же, что и при определении динамической постоянной. Изменяя зависимость логарифмического декремента затухания от сопротивления внешней цепи  $R$ , и используя формулу (12) можно выразить  $R_{\text{кр}}$  соотношением:

$$R_{\text{кр}} = \frac{R + R_0}{\sqrt{(\frac{2\pi}{\theta})^2 + 1}} - R_0 \quad (21)$$

#### 3.2 Измерения

Измерим 2 последовательных отклонения зайчика при разомкнутом контуре:  
 $x_n = 23,5$ ,    $x_{n+1} = 19,0$

$$\text{Логарифмический декремент } \Theta_0 = \frac{1}{1} \left( \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} \right)_i = 0,21$$

Измерим период колебаний:

$$T_0 = 5\text{с}$$

$$\sigma_{T_0}^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{n(n-1)}} = 0.107\text{с}$$

Итак,  $T_0 = 5.0 \pm 0.1\text{с}$

Подберем наибольшее сопротивление магазина, при котором при размыкании ключа зайчик не переходит за нулевое значение. Оно близко к  $R_{\text{кр}}$ :

$$R = 7,5\text{kОм}$$

Теперь для расчёта  $\Theta$  проведём измерение отклонений зайчика после размыкания ключа, увеличивая  $R$  магазина от примерно  $3R$  до  $10R$ . Подсчитаем при этом логарифмический декремент. Результаты сведем в таблицу 3:

$N$	$R, \text{kОм}$	$x_n, \text{см}$	$x_{n+1}, \text{см}$	$\Theta$	$R, \text{kОм}$
3	22	21,1	15,8	2,13	1/1000
4	28	15,8	3,2	1,59	1/1000
5	37	20,7	5,1	1,4	1/500
6	45	17,2	5,4	1,15	1/500
7	52	15	5,3	1,04	1/500
8	60	13,1	7,3	0,96	1/300
9	67	17,3	7,2	0,87	1/300
10	75	21,8	9,2	0,86	1/200

Таблица 3: Результаты измерений при свободных колебаниях

### 3.3 Обработка результатов

$R_{\text{кр}}$  определяется из соотношения (21) определим мы его по углу наклона графика зависимости величины  $\gamma$  от  $R$ :

$$\gamma = \sqrt{\frac{4\pi^2}{\theta^2} + 1} = \frac{R + R_0}{R_{\text{кр}} + R_0} \quad (22)$$

График  $\gamma(R)$

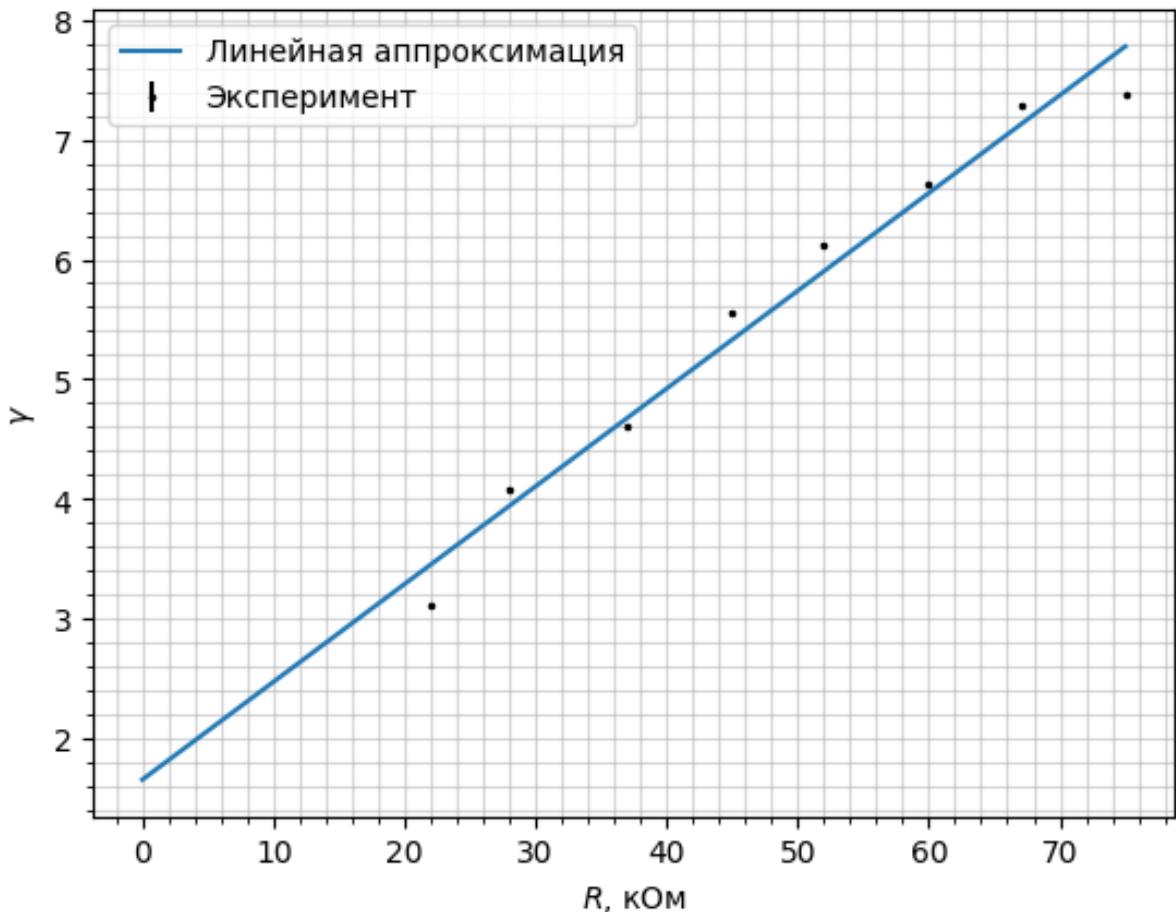


Рис. 5: График зависимости  $\sqrt{\frac{4\pi^2}{\theta^2} + 1}$  от  $R$

Коэффициент наклона графика  $k = 0.082 \pm 0.005 \frac{1}{\text{kOм}}$ .

$$\varepsilon_{R_{\text{кр}}} = \varepsilon_k / k$$

Из этого получаем:

$$R_{\text{кр}} = 1/k - R_0 = 11.741 \pm 0.009 \text{kOм}$$

## 4 Определение баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме

### 4.1 Экспериментальная установка

В баллистическом режиме работы гальванометра используется схема:

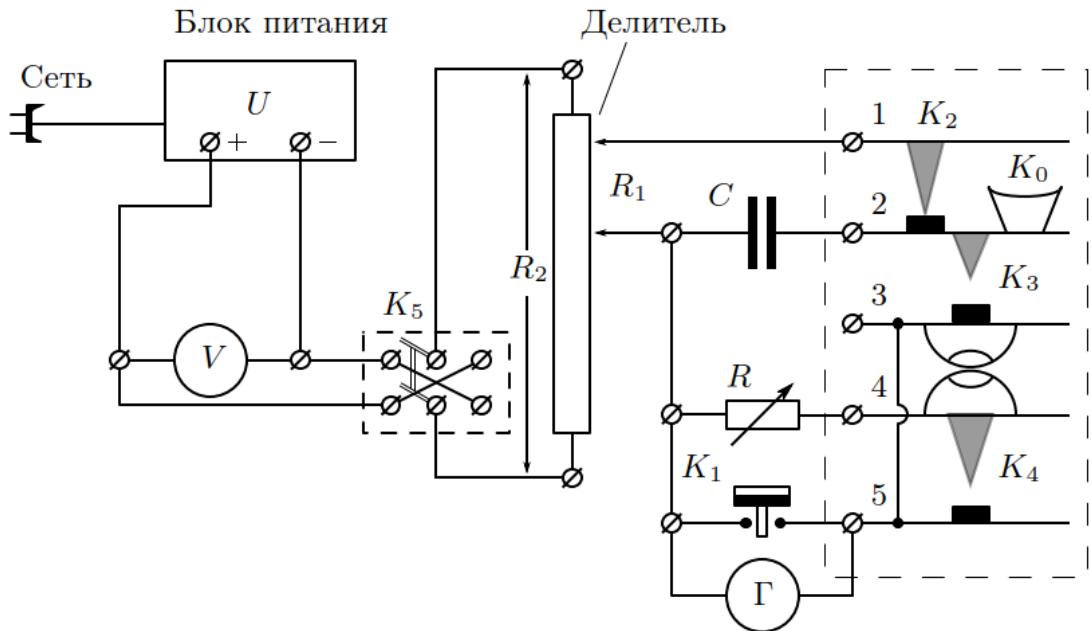


Рис. 6: Схема установки для определения баллистической постоянной

$K_2$  - замкнут,  $K_3$  и  $K_4$  - разомкнуты. Конденсатор заряжается до напряжения  $U_c = \frac{R_1}{R_2}U_0$  и получает заряд  $q = CU_c = \frac{R_1}{R_2}U_0C$ . При нажатии на ключ  $K_0$  конденсатор отключается от источника ( $K_2$ ) и подключается к гальванометру ( $K_3$ ). Емкость конденсатора подобрана так, что к моменту замыкания  $K_4$  заряд успевает пройти через гальванометр, и далее колебания начинаются при нулевом отклонении и с начальной угловой скоростью.

Максимальное отклонение рамки меньше идеального по причине сопротивления ее движению, однако его можно приближенно рассчитать по формуле:

$$\varphi_{max}^{cb} = \varphi_0 e^{\theta_0/4} \approx \varphi_0 \left(1 + \frac{\theta_0}{4}\right). \quad (23)$$

Баллистическая постоянная гальванометра:

$$C_q^{kp} = \frac{q}{\varphi_{max}^{kp}} = 2a \frac{R_1}{R_2} \frac{CU_0}{x_{max}^{kp}} \quad (24)$$

где  $x_{max}^{kp}$  - величина первого отброса в мм, а - расстояние от зеркальца до шкалы (в м),  $CU_0$  - заряд, в кулонах.

### 4.2 Измерения

Теперь соберем схему согласно рис.6. Емкость конденсатора  $C = 2$  мкФ. Установив делитель на положение 1/40, найдем такое первое отклонение зайчика после

замыкания  $K_0$ , при котором он занимает всю шкалу:

$$l_0 = 24.4 \pm 0.1 \text{ см}$$

$R, \text{k}\Omega$	50.0	40.0	30.0	20.0	15.0	10.0	7.5	5.0	4.0	3.0	2.5	1.0
$l_{\max}, \text{см}$	16.0	15.6	14.6	13.2	12.0	10.4	9.1	7.4	6.6	5.6	5.1	4.6

Таблица 4: зависимость максимального отклонения от сопротивления

### 4.3 Обработка результатов

Построим график зависимости отклонений гальванометра от суммарного сопротивления  $x_{\max} = f(R + R_0)$ .

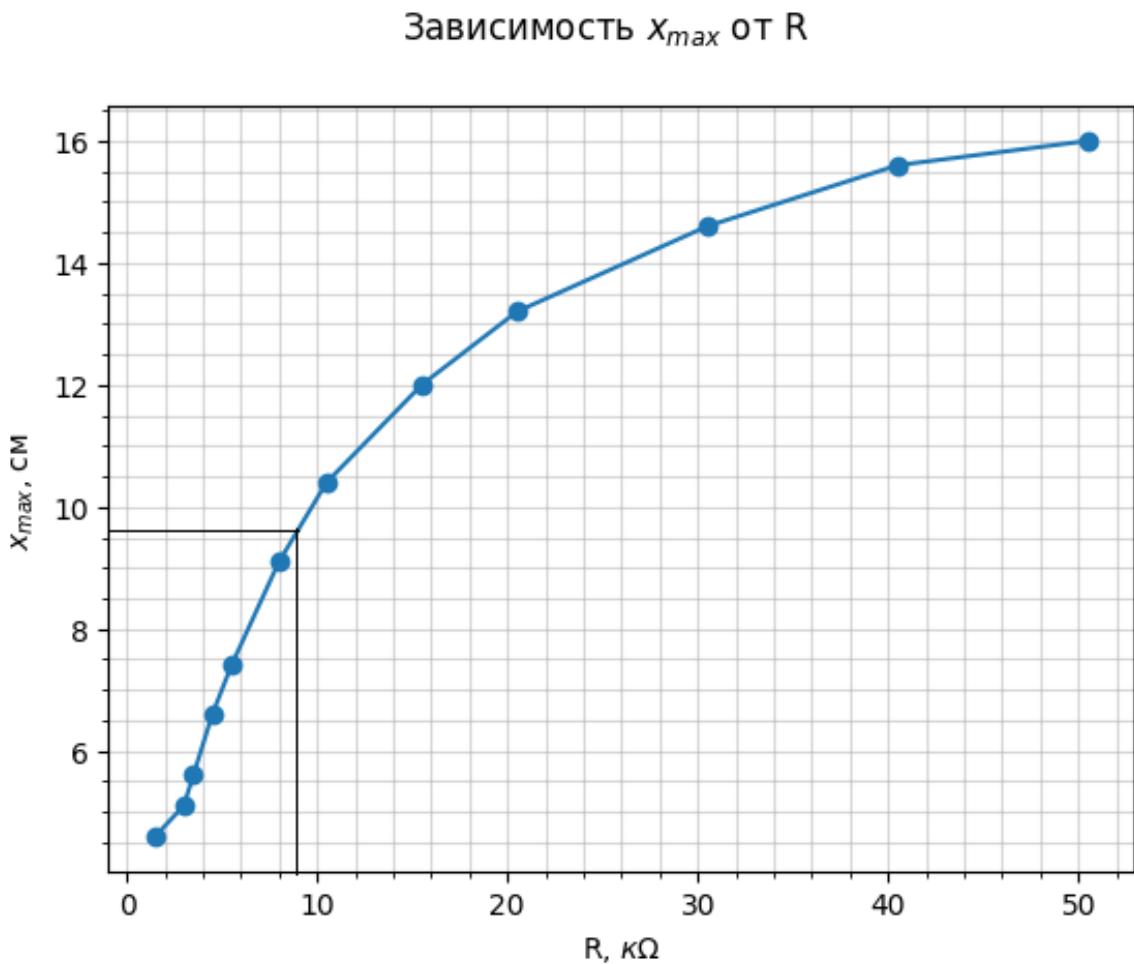


Рис. 7: график зависимости  $x_{\max} = f(R + R_0)$

Найдем максимальное  $l_{\max}$  с учетом поправки на неидеальность гальванометра:

$$\varepsilon_{l_{\max}} = \sqrt{\varepsilon_{l_0}^2 + \left( \frac{\Delta\theta_0}{4(1 + \frac{\theta_0}{4})} \right)^2}$$

$$l_{\max} = l_0 \cdot (1 + \theta_0/4) = 25.4 \pm 0.2 \text{ см}$$

По графику определим критическое сопротивление гальванометра:

$$l_{kp} = l_{max}/e = 9.40 \pm 0.06\text{см}$$

$$R_{kp} = 9\text{kОм}$$

Сравним значения  $R_{kp}$ , определенные подбором, по результатам для стационарного режима и по результатам для баллистического режима:

Рассчитаем баллистическую постоянную в критическом режиме  $C_q^{kp}[\frac{\text{Кл}}{\text{мм}/\text{м}}]$ :

$$\sigma_{C_{kp}} = C_{kp} \cdot \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_{U_0}^2 + \varepsilon_x^2} = C_{kp} \cdot \sqrt{0.043^2 + 0.008^2 + 0.006^2} = 3.177 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{\text{А}}{\text{мм}/\text{м}}$$

$$C_q^{kp} = (1.628 \pm 0.003) \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\text{А}}{\text{мм}/\text{м}}$$

Сравним период свободных колебаний гальванометра  $T_0$  и во время релаксации  $\tau = R_0 C$ :

$$\tau = (1 \pm 0.01) \cdot 10^{-3}\text{с} << T_0 = 5.0 \pm 0.1\text{с}$$

Время релаксации много меньше периода свободных колебаний.

## 5 Вывод

В ходе работы были измерены такие характеристики гальванометра как баллистическая и динамическая постоянные.

$$C_I = (0.63 \pm 0.03) \text{ нА}/(\text{мм}/\text{м})$$

$$C_{Q_{cr}} = (4.494 \pm 0.007) \cdot 10^{-12} \text{ К}/(\text{мм}/\text{м})$$

Критическое сопротивление гальванометра было измерено тремя разными способами. Результаты этих измерений отражены в таблице:

Метод	Подбор	По графику в стационарном режиме	По графику в баллистическом режиме
$R_{cr}$ , кОм	7.5	$11.741 \pm 0.009$	$9.0 \pm 0.5$

Таблица 5: Значения  $R_{kp}$