

(第二题叙述的可能不清楚, 我不太记得他的表述了, 答案是两个不同的一维表示加两个二维表示。第五题用  $\chi$  和平凡表示作用, 利用  $g$  和  $g^{-1}$  为  $G$  中的不同元素 (由于  $G$  为奇数阶群), 然后可能再利用一个卷积公式? 懒得看了...)

1、(10)  $\rho$  是  $G$  的不可约表示,  $H$  是  $G$  的正规子群, 设  $g = \sum_{h \in H}$ , 证明存在  $\lambda \in \mathbb{C}$ , 使得  $\rho(g) = \lambda \cdot id_V$ 。

2、(10)  $S_3$  在以正三角形为底的三棱柱的顶点上有置换作用, 给出这个作用的不可约表示的直和分解。

3、(20) 写出  $D_6$  的特征标表。题目给出了共轭类, 没有给表。

4、(15) i、 $(\rho, V)$  是  $G$  的  $d$  维不可约复表示, 证明:

$$e = \frac{d}{G} \sum_{g \in G} \chi(g^{-1})g$$

是群代数  $\mathbb{C}[G]$  的中心幂等元。ii、给出  $\mathbb{C}[S_3]$  的单理想分解。

5、(15)  $G$  是奇数阶群,  $\chi$  是  $G$  的某个不可约表示对应的特征标。证明  $\chi$  的共轭表示和  $\chi$  不等。

6、(15) i、 $G$  是有限群, 共轭作用  $\rho_C(g)(h) = g^{-1}hg$  诱导了  $G$  的表示  $\rho_C$ 。计算其特征标。

ii、证明特征标表的每一行的和为非负整数。

7、(15) i、叙述互反律, 不必证明;

ii、 $H$  是  $G$  的子群,  $D(H)$  表示  $H$  的不可约表示的最大维数。证明:  $D(H) \leq D(G) \leq [G : H]D(H)$ 。