## 数学科学学院本科生陈省身班2024 — 2025学年第一学期《数学分析3-3》期中考试试卷(A卷)

任课教师:

专业:

年级:

学号:

姓名:

成绩:

草稿区

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n+\frac{1}{n^2})}{\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n+\frac{1}{n^2})}{\sqrt{n}} \qquad \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{2n} - \left(1+\frac{2}{n+a}\right)^{n} \quad (a>0)$$

第1页共6页

数学科学学院本科生陈省身班2024 — 2025学年第一学期《数学分析3-3》期中考试试卷(A卷) 专业:

年级: 学号: 草稿区

姓名:

得 分 二、(15分) 讨论

$$\int \int_{\{x^2+y^2>1\}} \frac{\cos x^2}{x^2+y^2} dx dy$$

广义二重积分的收敛性.

数学科学学院本科生陈省身班2024 — 2025学年第一学期《数学分析3-3》期中考试试卷(A卷) 专业: 年级:

学号:

姓名:

草稿区

三、(10分) 设p>0,q>-1, 讨论广义积分

$$\int_{0}^{\infty} \frac{x^{q}}{x^{p} + 1} \cos x dx$$

的绝对收敛性和条件收敛性.

数学科学学院本科生陈省身班2024 — 2025学年第一学期《数学分析3-3》期中考试试卷(A卷) 专业: 年级: 学号: 姓名:

草稿区

 $\sum_{n=1}^{\infty} a_r$ 

的收敛性.

第4页共6页

数学科学学院本科生陈省身班2024 — 2025与	年第一学期	《数学分析3-3》	期中考试试卷(A卷)	专业:	年级:	学号:	姓名:
				草 稿 区			

得分 五、(15分) 讨论以下广义积分的收敛性

$$\int_0^\infty (-1)^{[x^3]} dx,$$

其中[]为取整符号.

第5页共6页

年级: 学号:

姓名:

草稿区

得分六

- 六、(15分) 设G为 $\mathbf{g}^{o}$ 上有界闭区域, $\partial G$ 有有线条分段光滑的简单闭曲线构成。假设 $u\in C^{o}(G)$ ,且此在边界上恒为零。证明对任意 $\lambda>0$ ,

$$\lambda \int_G u^2 dx dy + \frac{1}{\lambda} \int_G \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 dx dy \geq \int_G \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dx dy.$$