

(分值最低应该是 10 分, 没标注的分值我忘记了, 但大致可以猜出来)

1、单李代数定义, 给一个例子。

2、(10)  $\mathfrak{g}$  是一个李代数,  $\text{Der } \mathfrak{g}$  是他的导子代数,  $D \in \text{Der } \mathfrak{g}$ 。  $K = \{x \in \mathfrak{g} | D(x) = 0\}$ , 证明  $K$  是  $\mathfrak{g}$  的一个子代数。

3、 $\mathfrak{g}$  是一个四维李代数,  $\{h, e, f, z\}$  是  $\mathfrak{g}$  的一组基, 他们的关系如下: (其中  $Z(\mathfrak{g})$  是  $\mathfrak{g}$  的中心)

$$[h, e] = e, [h, f] = -f, [e, f] = h, z \in Z(\mathfrak{g})$$

i、计算其 killing 型对应的矩阵; ii、利用 killing 型证明他可解。

4、 $\mathfrak{g}$  是  $\mathfrak{gl}_n$  的子代数, 且含  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ , 其中  $a_i \neq a_j, \forall i \neq j$ 。令  $\mathfrak{h}$  是  $\mathfrak{g}$  中所有对角阵构成的  $\mathfrak{g}$  子代数, 证明他是  $\mathfrak{g}$  的 Cartan 子代数。

5、给出导代数维数为 1 的三维李代数的分类。

6、(20) 一个李代数的素根系  $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ , 它的 Cartan 矩阵为:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

计算对应的 dynkin 图及这个素根系对应的所有正根。

7、写出半单李代数的性质中, 你印象最深刻的四条。

8、(10) i、证明  $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$  可以由两个元素生成;

ii、判断: 是否任意单李代数都可以由两个元素生成?