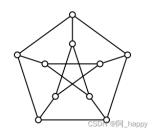
## 数学科学学院 2024-2025 学年第二学期《离散优化》期末考试试卷

- 考试时间:2025 年 5 月 14 日 14:00-15:40
  - 1.(20 分)(1) 写出 Petersen 图的邻接矩阵和关联矩阵, 并计算独立数.
- (2) 判断 Petersen 图是否有完美匹配, 如果存在, 给出一个完美匹配; 如果不存在, 给出一个最大匹配, 并计算匹配数.



- 2.(15 分) 叙述贪婪算法的思想, 给出贪婪算法得到最优解的充要条件并证明.
- 3.(20 分) 分别用 Prim 算法和 Kruskal 算法求图的最小生成树及对应权重.(具体的图忘了.)
- $4.(20\, \mathcal{G})$  有 A, B, C, D, E 五个人和  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  五项工作. 已知 A 可以胜任  $P_1, P_2, P_3, B$  可以胜任  $P_2, P_4, P_5, C$  可以胜任  $P_1, P_3, D$  可以胜任  $P_2, P_3, E$  可以胜任  $P_1, P_2$ . 考虑如何 安排工作使得尽可能多的人有工作干.
  - (1) 将上述问题建模为一个二部图匹配问题, 画出对应的二部图.
  - (2) 叙述 Hall 定理, 并用 Hall 定理判断上述问题是否存在完美匹配方案.
  - 5.(25 分)(1) 叙述中国邮递员问题, 并给出其整数规划模型.
  - (2) 证明无向连通图 G 是 Euler 的当且仅当 G 的每个顶点都是偶度.