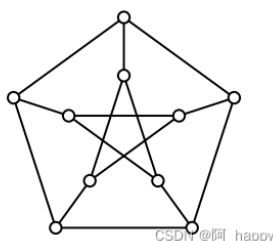


## 数学科学学院 2024-2025 学年第二学期《离散优化》期末考试试卷

- 考试时间:2025 年 5 月 14 日 14:00-15:40

1.(20 分)(1) 写出 Petersen 图的邻接矩阵和关联矩阵, 并计算独立数.

(2) 判断 Petersen 图是否有完美匹配, 如果存在, 给出一个完美匹配; 如果不存在, 给出一个最大匹配, 并计算匹配数.



2.(15 分) 叙述贪婪算法的思想, 给出贪婪算法得到最优解的充要条件并证明.

3.(20 分) 分别用 Prim 算法和 Kruskal 算法求图的最小生成树及对应权重.(具体的图忘了.)

4.(20 分) 有  $A, B, C, D, E$  五个人和  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  五项工作. 已知  $A$  可以胜任  $P_1, P_2, P_3$ ,  $B$  可以胜任  $P_2, P_4, P_5$ ,  $C$  可以胜任  $P_1, P_3$ ,  $D$  可以胜任  $P_2, P_3$ ,  $E$  可以胜任  $P_1, P_2$ . 考虑如何安排工作使得尽可能多的人有工作干.

(1) 将上述问题建模为一个二部图匹配问题, 画出对应的二部图.

(2) 叙述 Hall 定理, 并用 Hall 定理判断上述问题是否存在完美匹配方案.

5.(25 分)(1) 叙述中国邮递员问题, 并给出其整数规划模型.

(2) 证明无向连通图  $G$  是 Euler 的当且仅当  $G$  的每个顶点都是偶度.

第三题图大致如下：

