

Katedra informatiky
Přírodovědecká fakulta
Univerzita Palackého v Olomouci

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Demonstrace práce s datovými strukturami



2018

Vedoucí práce: Mgr. Tomáš Kühn,
Ph.D.

Patrik Becher

Studijní obor: Aplikovaná informatika,
prezenční forma

Bibliografické údaje

Autor:	Patrik Becher
Název práce:	Demonstrace práce s datovými strukturami
Typ práce:	bakalářská práce
Pracoviště:	Katedra informatiky, Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci
Rok obhajoby:	2018
Studijní obor:	Aplikovaná informatika, prezenční forma
Vedoucí práce:	Mgr. Tomáš Kühn, Ph.D.
Počet stran:	56
Přílohy:	1 CD/DVD
Jazyk práce:	český

Bibliographic info

Author:	Patrik Becher
Title:	Data Structure Demonstration
Thesis type:	bachelor thesis
Department:	Department of Computer Science, Faculty of Science, Palacký University Olomouc
Year of defense:	2018
Study field:	Applied Computer Science, full-time form
Supervisor:	Mgr. Tomáš Kühn, Ph.D.
Page count:	56
Supplements:	1 CD/DVD
Thesis language:	Czech

Anotace

Cílem bakalářské práce bylo vytvořit program pro podporu výuky algoritmizace, konkrétně práce se základními stromovými datovými strukturami (binární vyhledávací stromy, AVL stromy, červeno-černé stromy). Výsledná aplikace podporuje vizualizaci vybraných datových struktur, včetně názorné demonstrace běžně prováděných operací s těmito datovými strukturami se souběžným zobrazením pseudokódu prováděné operace.

Synopsis

The main goal of my bachelor thesis was to create a program as a teaching support for algorithms, work with basic tree structures (binary search trees, AVL trees, red-black trees) in particular. Final program supports visualization of selected data structures, including illustrative demonstrations commonly performed operations with these data structures with parallel pseudocode imaging of performed operations.

Klíčová slova: Binární vyhledávací strom, Binární strom, AVL strom, Červeno-černý strom

Keywords: Binary search tree, Binary tree, AVL tree, Red-black tree

Rád bych poděkoval panu Mgr. Tomáši Kührovi Ph.D. za vedení této bakalářské práce a panu RNDr. Arnoštu Večerkovi za odbornou pomoc a poskytnuté materiály k práci. Dále bych chtěl poděkovat mé rodině a přítelkyni za podporu při tvorbě.

Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou práci včetně příloh vypracoval/a samostatně a za použití pouze zdrojů citovaných v textu práce a uvedených v seznamu literatury.

datum odevzdání práce

podpis autora

Obsah

1	Úvod	8
2	Stromy	9
2.1	Binární strom	11
2.2	Binární vyhledávací strom	11
2.2.1	Vyhledávání	12
2.2.2	Vkládání	14
2.2.3	Odebírání	17
2.3	AVL strom	19
2.3.1	Rotace	22
2.3.2	Vyhledávání	23
2.3.3	Vkládání	23
2.3.4	Odebírání	24
2.4	Červeno-černý strom	26
2.4.1	Transformace	27
2.4.2	Vyhledávání	29
2.4.3	Vkládání	29
2.4.4	Odebírání	30
3	Programátorská dokumentace	36
3.1	Programovací jazyk a použité technologie	36
3.1.1	Java	36
3.1.2	JavaFX	36
3.1.3	FXML	36
3.2	Architektura programu	36
3.2.1	Balík <i>application</i>	37
3.2.2	Balík <i>trees</i>	38
3.2.3	Balík <i>graphic</i>	42
4	Uživatelská příručka	49
4.1	Minimální požadavky aplikace	49
4.2	Spuštění	49
4.3	Okno aplikace	49
4.3.1	Popis okna aplikace	50
4.3.2	Klávesové zkratky	52
	Závěr	53
	Conclusions	54
A	Obsah přiloženého CD/DVD	55
	Literatura	56

Seznam obrázků

1	Příklady neorientovaných stromů	9
2	Popis struktury stromu	10
3	Příklad zobrazení binárního stromu	11
4	BVS - stejné hodnoty, ale rozdílná výška	12
5	BVS - postup vyhledávání hodnoty 5	13
6	BVS - postup vkládání hodnoty 6 – hledání	15
7	BVS - postup vkládání hodnoty 6 – vložení	15
8	BVS - postup odebírání hodnoty 4	18
9	Vlastnosti vyváženého stromu	20
10	Výpočet faktoru vyvážení pro uzel u	20
11	Ukázka vyváženého AVL stromu	21
12	AVL - jednoduchá rotace RR	22
13	AVL - jednoduchá rotace LL	22
14	AVL - dvojitá rotace RL	23
15	AVL - dvojitá rotace LR	23
16	AVL - postup vkládání hodnoty 5	24
17	AVL - postup odebírání hodnoty 1	26
18	Ukázka vyváženého ČČ stromu	26
19	ČČ - jednoduchá rotace RR	27
20	ČČ - jednoduchá LL	27
21	ČČ - dvojitá rotace RL	28
22	ČČ - dvojitá rotace LR	28
23	ČČ - přebarvení 1	29
24	ČČ - přebarvení 2	29
25	ČČ - postup vkládání hodnoty 10	30
26	ČČ - odstranění dvojitě obarveného uzlu – jednoduchá rotace	32
27	ČČ - odstranění dvojitě obarveného uzlu – dvojitá rotace	32
28	ČČ - odstranění dvojitě obarveného uzlu – přebarvení	33
29	ČČ - odstranění dvojitě obarveného uzlu – přebarvení a přesun označení	33
30	ČČ - rotace s dvojitě obarveným uzlem – jednoduchá rotace	34
31	ČČ - ukázka odebírání – 1) odebrání 8	34
32	ČČ - ukázka odebírání – 2) vložení NULL list	35
33	ČČ - ukázka odebírání – 3) případ 4	35
34	ČČ - ukázka odebírání – 4) případ 2	35
35	Hlavní okno programu.	49
36	Menu programu.	51
37	Dialogové okno navázané na tlačítko <i>Nový...</i>	52
38	Dialogové okno pro náhodný strom.	52

Seznam zdrojových kódů

1	search - funkce vyhledávání v BVS	13
2	Result - třída pro reprezentaci výsledku	15
3	search - úprava funkce vyhledávání s použitím Result	16
4	insert - funkce vkládání v BVS	16
5	delete - funkce pro odebírání v BVS	19
6	computeFactor - funkce pro výpočet faktoru vyvážení v AVL stromu	21
7	styles.css - ukázka zápisu	38
8	countChildren() - rekurzivní funkce pro určení počtu potomků . .	44
9	Ukázka použití konstruktoru třídy DrawingTree	45
10	Ukázka určení souřadnic nově vloženého uzlu	47
11	Zkrácená ukázka nextAnimation()	48
12	Ukázka výpočtu správného umístění uzlu	48

1 Úvod

Tato aplikace vznikla za účelem výuky základních binárních stromů. Obsahuje podporu pro *Binární vyhledávací*, *AVL* a *Červenočerné stromy*. Tyto stromy jsem vybral ze seznamu stromů zmíněných v zadání bakalářské práce. Kvůli časové náročnosti implementace a testování animací těchto stromů, jsem byl bohužel nucen opustit od původní koncepce programu, který byl navržen na podporu všech zmíněných datových struktur.

Program pomocí animací zobrazuje operace: *Vyhledávání*, *Vkládání* a *Odebírání* prvků ze stromů. Souběžně s animací zobrazuje stručný pseudokód aktuálně prováděné operace. Dále umožňuje *opakovat poslední operaci*, *ukládat a načítat stromy*, *exportovat strom do obrázku* a *generovat stromy s náhodnými prvky*.

Datová struktura *strom* je v informatice velmi často využívána, hlavně jako způsob ukládání dat, kde má následné vyhledávání velmi dobrou časovou složitost. Kvůli této skutečnosti je důležité, aby každý programátor tyto struktury znal. K samotnému pochopení těchto stromů jsem i já osobně využíval různé programy, které umožňovaly graficky vytvářet a provádět operace s těmito stromy. To byla pro mě motivace, abych si vybral bakalářskou práci na toto téma a mohl vytvořit obdobnou aplikaci jako ty, které jsem používal při učení.

Text samotné práce se dělí na tři části: *teoretickou část* – zabývá se teorií vybraných stromů, *programovací část* – popisuje architekturu a samotnou implementaci programu, a *část s uživatelskou příručkou* – zde je vysvětleno uživatelské prostředí a funkcionality.

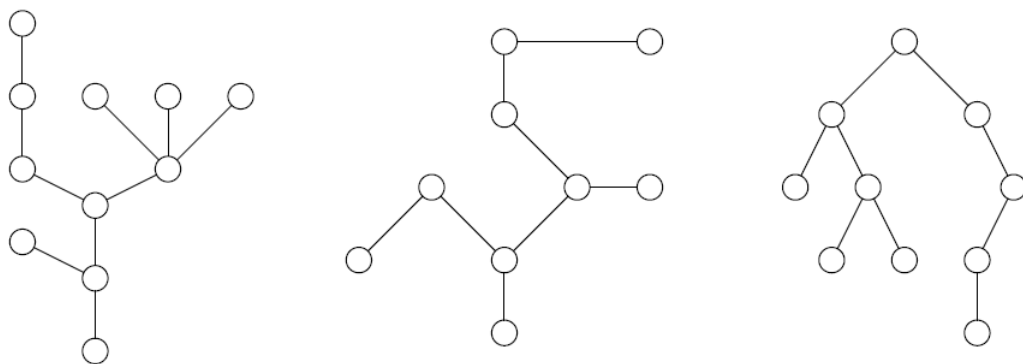
2 Stromy

V kapitole jsou vysvětleny základní pojmy, které jsou nezbytné k pochopení vlastností *stromů* obsažených v aplikaci. V podkapitolách jsou osvětleny principy pro tvorbu a následnou práci s konkrétními *binárními stromy*. Využitím těchto principů byl naprogramován tento výukový nástroj.

Kapitola včetně podkapitol vychází z publikací [1], [2], [3], [4], [5], [6] a [7].

Definice 1 (Strom)

Strom je neorientovaný ¹ souvislý ² graf bez kružnic ³ [1].



Obrázek 1: Příklady neorientovaných stromů

Strom je datová struktura, která představuje stromovou strukturu propojených *uzlů* ⁴. Uzly jsou mezi sebou vzájemně spojeny pomocí *hran* ⁵. Strom složený z uzlů U má $|U - 1|$ hran.

Definice 2 (Kořenový strom)

Kořenový strom je strom, ve kterém je vybrán jeden vrchol (kořen). Může to být kterýkoliv vrchol. Bývá to ale vrchol, který je v nějakém smyslu na vrcholu hierarchie objektů, která je stromem reprezentována. [1]

¹Mezi každými dvěma vrcholy existuje právě jedna cesta.

²Vynecháním libovolné hrany vznikne nesouvislý graf.

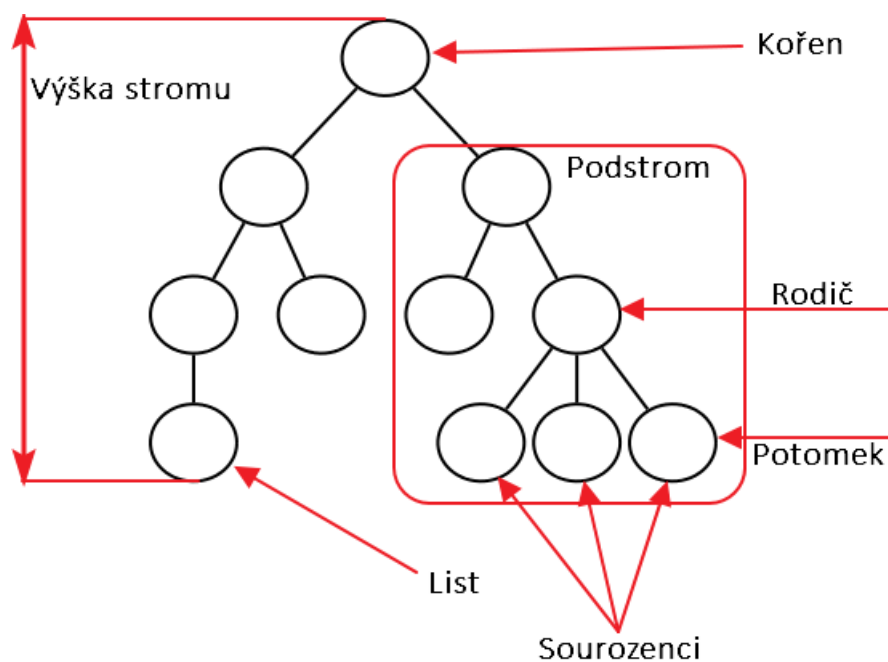
³Přidáním jakékoli hrany vznikne graf s kružnicí.

⁴Prvek obsahující hodnotu.

⁵Představuje cestu mezi spojenými uzly.

Důležité pojmy:

- **Uzel** – Jednoduše jakýkoliv prvek stromu.
- **Kořen** – Jeden konkrétní uzel, který se nachází na vrcholu stromu. Pouze tento uzel nemá *rodiče*.
- **Potomek, následník** – Uzel, který je hranou přímo připojen k jinému uzlu, cestou od kořene.
- **Rodič, předchůdce** – Uzel, který má alespoň jednoho potomka.
- **Sourozenci** – Skupina uzlů, které mají stejného rodiče.
- **Podstrom** – Část stromu, která je úplným stromem s tím, že kořen tohoto podstromu má svého rodiče.
- **Koncový uzel, list** – Uzel bez potomků.
- **Výška stromu** – Nejdelší délka cesty od kořene k uzlu.



Obrázek 2: Popis struktury stromu

Definice 3 (m -ární stromy)

Kořenový strom se nazývá m -ární, právě když každý jeho vrchol má nejvýše m potomků. 2-ární strom se nazývá binární. Kořenový strom se nazývá úplný m -ární, právě když každý jeho vrchol nemá buď žádného nebo má právě m potomků.[2]

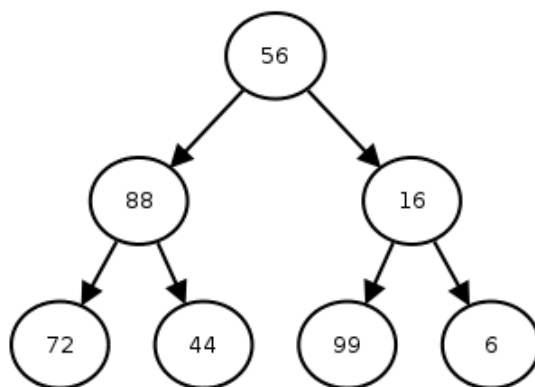
2.1 Binární strom

Definice 4 (Binární strom)

Binární strom je typ kořenových stromů, ve kterém každý obsažený uzel má maximálně 2 potomky.

Každý uzel obsahuje vlastnosti:

- **Klíč** – Hodnota uložená v uzlu.
- **Ukazatel na levého potomka**
- **Ukazatel na pravého potomka**
- **Ukazatel na jednoho rodiče** – Tento ukazatel není povinný.



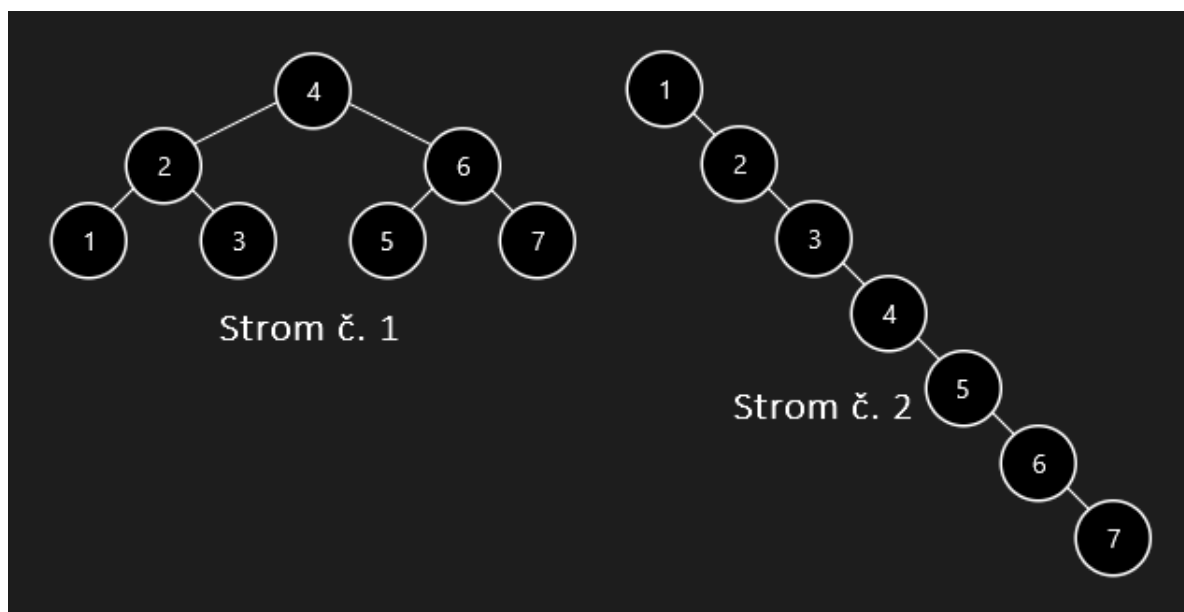
Obrázek 3: Příklad zobrazení binárního stromu

2.2 Binární vyhledávací strom

Binární *vyhledávací* strom (zkratka BVS) je speciální typ binárního stromu, kde platí následující:

- Každý **pravý** potomek P rodiče R má vyšší hodnotu h než jeho rodič. Platí tedy: $P.h > R.h \Rightarrow$ Pravý podstrom uzlu R obsahuje pouze uzly, které mají vyšší hodnotu než uzel R .
- Každý **levý** potomek L rodiče R má nižší hodnotu h než jeho rodič. Platí tedy: $P.h > L.h \Rightarrow$ Levý podstrom uzlu R obsahuje pouze uzly, které mají nižší hodnotu než uzel R .
- Ve stromě se nenachází dva uzly se stejnou hodnotou.

Toto uspořádání uzlů v BVS usnadňuje vyhledávání. Operace nad BVS stromem s výškou h mají časovou složitost $\theta(h)$. V nejhorším případě může mít BVS výšku rovnu $n - 1$, kde n je počet uzlů. Oba případy jsou zobrazeny na obrázku 4.



Obrázek 4: BVS - stejné hodnoty, ale rozdílná výška

2.2.1 Vyhledávání

Operace *vyhledávání* patří k nejčastěji používané operaci s BVS. Při *vyhledávání* je potřeba zadat hodnotu x , kterou chceme vyhledat. Postupně dochází k porovnávání hodnot uzlů s x . Výsledkem vyhledávání je buď uzel, který obsahuje hodnotu x nebo takový uzel neexistuje.

Přesný postup vyhledávání:

1. krok – počáteční

Na začátku vyhledávání je třeba určit aktuální uzel, který označíme u . Hledanou hodnotu označíme x .

V tomto kroku u bude kořen stromu, pokud strom nemá kořen, hodnota x je nenalezena a tím vyhledávání končí.

2. krok – průběžný

Zde dochází k porovnávání x a hodnoty aktuálního uzlu u . Hodnotu u označíme $u.h$.

Pokud je u prázdný, vyhledávání končí neúspěchem.

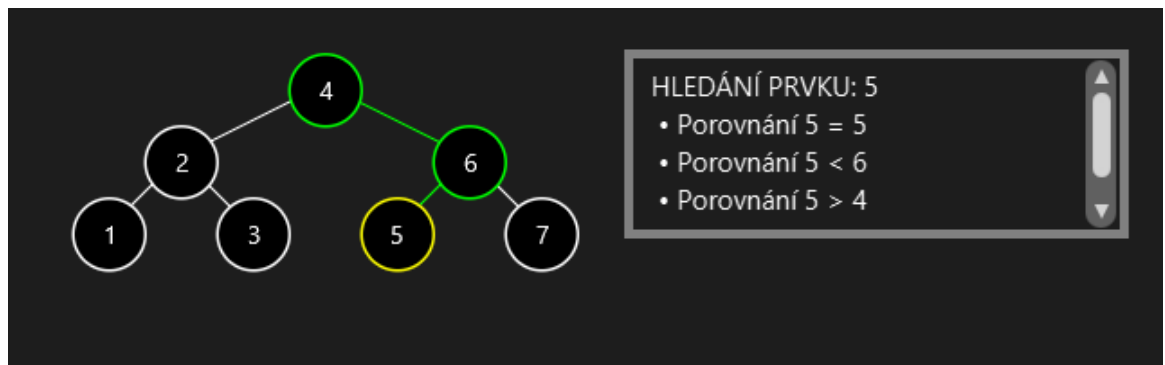
Při porovnávání mohou nastat tyto možnosti:

- $x > u.h$

V tomto případě jako u nastavíme pravého potomka u . A znovu provedeme 2. krok.

- $x < u.h$
V tomto případě jako u nastavíme levého potomka u . A znovu provedeme 2. krok.
- $x = u.h$
Hledaná hodnota x byla nalezena v u . Vyhledávání tedy končí.

Na obrázku 5 je zvýrazněna cesta průchodů stromem při vyhledávání uzlu s hodnotou 5. Na obrázku je i zaznamenána historie porovnávání.



Obrázek 5: BVS - postup vyhledávání hodnoty 5

Zdrojový kód vyhledávání v jazyku Java:

```

1 Node search(int value, Node node) { //value je hledaná hodnota, node
    je při prvním volání kořen
2     if (node == null) {
3         return null; //uzel nebyl nalezen
4     }
5
6     if (value > node.getValue()) { //pokud je hledaná hodnota vyšší než
        má aktuální uzel
7         search(value, node.getRight()); //nastavím uzel na pravého potomka
8     } else if (value < node.getValue()) { //pokud je hledaná hodnota
        vyšší než má aktuální uzel
9         search(value, node.getLeft()); //nastavím uzel na levého potomka
10    } else { //pokud není vyšší ani nižší, tak se musí rovnat
11        return node; //vrátím nalezený uzel
12    }
13 }
```

Zdrojový kód 1: search - funkce vyhledávání v BVS

2.2.2 Vkládání

Při *vkládání* zadané hodnoty x je nejprve nutné prohledat strom, jestli se zde x již nenachází. Pokud je nalezen uzel s hodnotou x , je výsledkem operace nalezený uzel. V případě, že daný strom tento uzel neobsahuje, je jako potomek posledního prohledávaného uzlu vložen nový uzel s hodnotou x .

Přesný postup vkládání:

1. krok – počáteční

Na začátku vkládání je třeba určit aktuální uzel, který označíme u . Vkládanou hodnotu označíme x .

V tomto kroku u bude kořen stromu. Pokud strom nemá kořen, vytvoříme nový uzel s hodnotou x a ten vložíme do stromu. Uzel se stane kořenem stromu, čímž vkládání končí.

2. krok – vyhledávání, vkládání

Před vkládáním je nejprve nutno ověřit, zda se ve stromu nenachází uzel s hodnotou x .

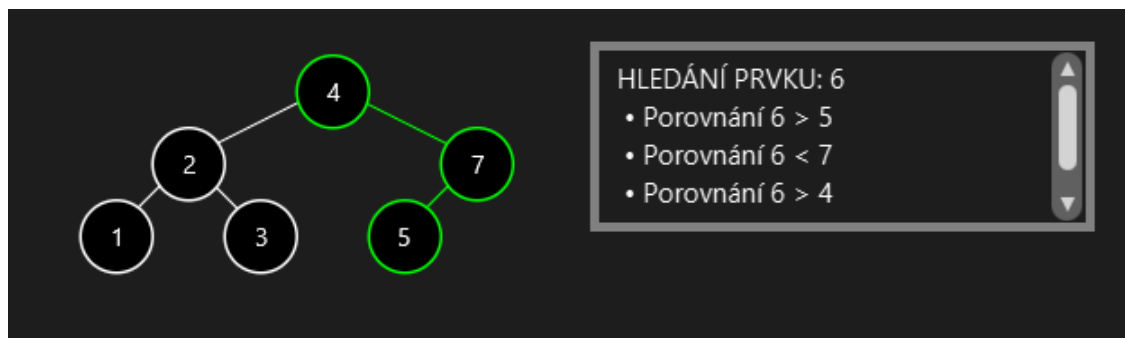
Vyhledávání může dopadnout těmito způsoby:

- Prvek byl nalezen.
Pokud byl uzel s hodnotou x nalezen, vkládání končí neúspěchem.
- Prvek nebyl nalezen, přičemž platí $x > u.h^6$.
Vytvoříme nový uzel s hodnotou x a vložíme jako pravého potomka u^7 .
- Prvek nebyl nalezen, přičemž platí $x < u.h^6$.
Vytvoříme nový uzel s hodnotou x a vložíme jako levého potomka u^7 .

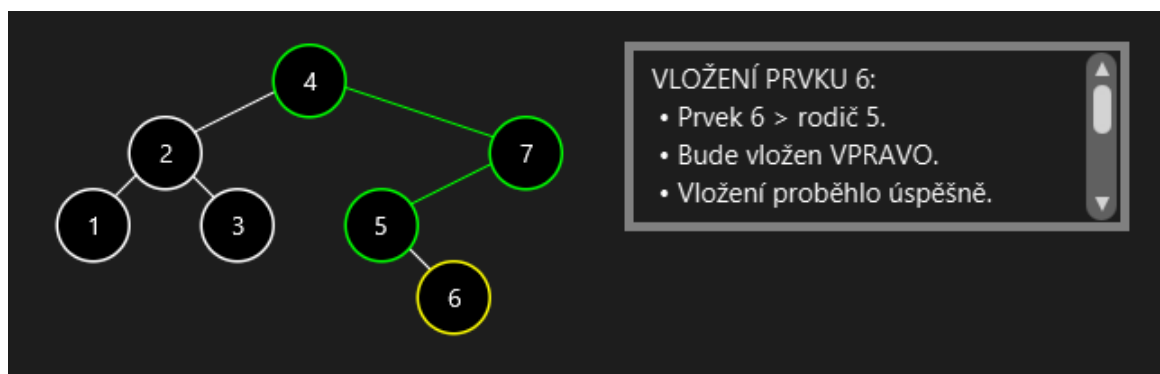
Na obrázku 6 je zvýrazněna cesta průchodů stromem při vyhledávání uzlu s hodnotou 6. Samotné vložení je na obrázku 7.

⁶Hodnota posledního navštíveného uzlu při hledání.

⁷Poslední navštívený uzel při hledání.



Obrázek 6: BVS - postup vkládání hodnoty 6 – hledání



Obrázek 7: BVS - postup vkládání hodnoty 6 – vložení

Zdrojový kód vkládání v jazyku Java:

Před samotnou funkcí insert je třeba vytvořit třídu Result, která bude dále použita:

```

1 Class Result() {
2     private Node node; //poslední navštívený uzel (hledaný/rodič)
3     private boolean isFind; //atribut pro určení zda byl uzel nalezen
4
5     public Result(Node node, boolean isFind) { //konstruktor
6         ...
7     }
8     ...
9 }
  
```

Zdrojový kód 2: Result - třída pro reprezentaci výsledku

Dále je potřeba trochu poupravit již známou funkci `search` 1:

```
1 Result search(int value, Node node) { //value je hledaná hodnota,  
    node je při prvním volání kořen  
2     if (value > node.getValue()) {  
3         if (node.getRight() != null) {  
4             search(value, node.getRight()); //pokud má pravého potomka  
5         } else {  
6             return new Result(node, false); //pokud nemá pravého potomka,  
                node = rodič vkládaného  
7         }  
8     } else if (value < node.getValue()) {  
9         if (node.getLeft() != null) {  
10            search(value, node.getLeft()); //pokud má levého potomka  
11        } else {  
12            return new Result(node, false); //pokud nemá levého potomka,  
                node = rodič vkládaného  
13        }  
14    } else {  
15        return new Result(node, true);  
16    }  
17 }
```

Zdrojový kód 3: `search` - úprava funkce vyhledávání s použitím `Result`

Nyní funkce `insert`:

```
1 Node insert(int value) {  
2     Result result = search(value); //nejprve vyhledáme value  
3     if (result.isFind()) { //pokud byl uzel s danou hodnotou nalezen  
4         return result.getNode();  
5     } else { //dále vkládáme nově vytvořený uzel:  
6         if (value > result.getNode().getValue()) {  
7             result.getNode().setRight(new Node(value)); //bude pravý potomek  
8         } else {  
9             result.getNode().setLeft(new Node(value)); //bude levý potomek  
10        }  
11    }  
12    return null;  
}
```

Zdrojový kód 4: `insert` - funkce vkládání v BVS

2.2.3 Odebírání

Při *odebírání* zadané hodnoty x je stejně jako u vkládání nejprve nutné prohledat strom, zda se odebíraný uzel s hodnotou x ve stromě nachází. Pokud je uzel nalezen, je následně smazán a struktura stromu případně upravena.

Přesný postup odebírání:

1. krok – počáteční

Na začátku odebírání je třeba určit aktuální uzel, který označíme u . Odebíranou hodnotu označíme x .

V tomto kroku u bude kořen stromu. Pokud strom nemá kořen odebírání končí, uzel s hodnotou x nebyl nalezen.

2. krok – vyhledávání

Před odebíráním je nejprve nutno uzel s hodnotou x vyhledat.

Vyhledávání může dopadnout těmito způsoby:

- Prvek nebyl nalezen.
Pokud se uzel s hodnotou x ve stromě nenachází, odebírání končí neúspěchem.
- Prvek byl nalezen.
Nyní můžeme nalezený uzel u odebrat.

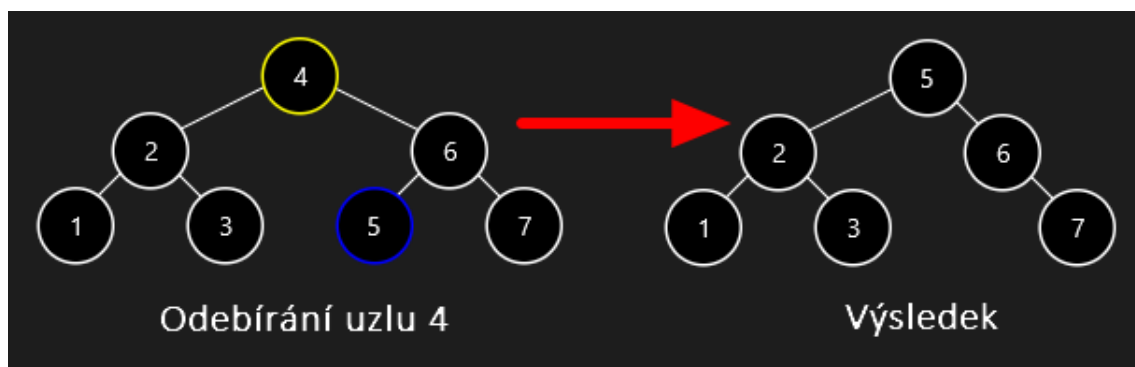
3. krok – odebírání

Odebírání u má tyto možnosti:

- Pokud u je list⁸.
List u může být odebrán.
- u má jednoho potomka.
 u bude nahrazen podstromem potomka.
- u má dva potomky.
 - u bude nahrazen *nejlevějším* prvkem z *pravého* podstromu.
 - u bude nahrazen *nejpravější* prvkem z *levého* podstromu.

V následujícím obrázku 8 je ukázka mazání uzlu s hodnotou 4, který je následně nahrazen uzlem s hodnotou 5, který je *nejlevější* prvek z *pravého* podstromu.

⁸Nemá žádné potomky.



Obrázek 8: BVS - postup odebírání hodnoty 4

Zdrojový kód⁹ odebírání v jazyku Java:

⁹Tento kód je pouze zjednodušená implementace k lepšímu pochopení odebírání.

```

1 boolean delete(int value) {
2     Node removeNode = result.getNode();
3     Node helpNode; //pomocná proměnná
4
5     Result result = search(value); //vyhledám hodnotu
6
7     if (!result.isFind()) { //pokud ho nenajdu
8         return false;
9     }
10
11     if ((removedNode.getLeft() != null) && (removedNode.getRight() !=
12         null)) { //Pokud má dva potomky
13         helpNode = removeNode.getRight(); //dosadím pravého potomka
14
15         while (helpNode.getLeft() != null) { //a hledám nejlevějšího
16             helpNode = helpNode.getLeft();
17         }
18         removeNode.setNode(helpNode);
19     } else if (removedNode.getLeft() != null) { //pouze levý potomek
20         removeNode.setNode(removedNode.getLeft());
21     } else if (removedNode.getRight() != null) { //pouze pravý potomek
22         removeNode.setNode(removedNode.getRight());
23     } else { //pokud je to list
24         removeNode.delete(); //odstraním list ze stromu
25     }
26
27     return true;
28 }

```

Zdrojový kód 5: delete - funkce pro odebírání v BVS

2.3 AVL strom

Určitým způsobem by se dalo tvrdit, že *AVL strom* je binární vyhledávací strom, který má ale jednu zásadní odlišnost. Složitost všech operací u BVS je závislá na výšce stromu, je tedy žádoucí udržovat výšku stromu co nejnižší. *AVL strom* je tedy vyvážený binární vyhledávací strom.

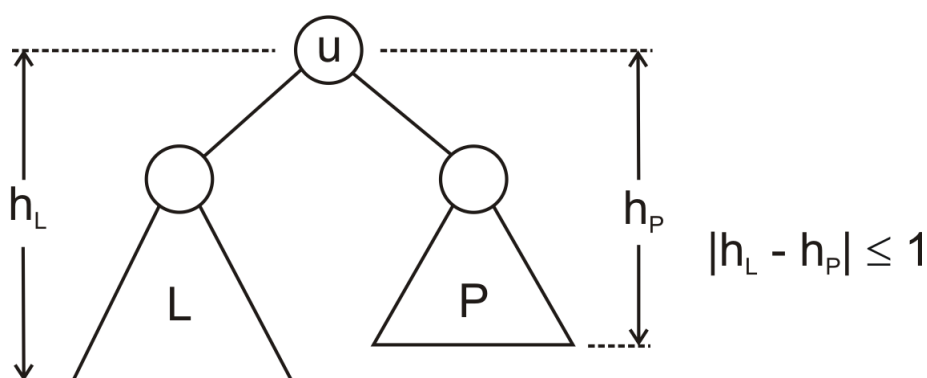
Definice 5 (Vyvážený strom)

Strom je vyvážený tehdy a jen tehdy, je-li rozdíl výšek každého uzlu nejvýše 1.^{[6][4]}

Kvůli udržování vyváženosti stromu mají operace *ukládání* a *odebírání* složitost $\theta(\log(n))$.

V následujícím obrázku 9 je předchozí definice o vyváženém stromu názorně vysvětlena. Nejprve je třeba zavést pojmy:

- u – aktuální uzel.
- L – levý podstrom u .
- P – pravý podstrom u .
- h_L – výška levého podstromu.
- h_P – výška pravého podstromu.

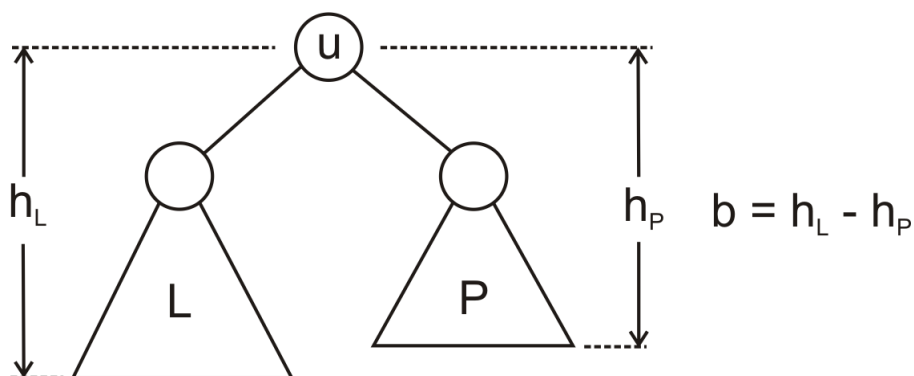


Obrázek 9: Vlastnosti vyváženého stromu

Faktor vyvážení

Pro kontrolu dodržení pravidla o vyvážení je třeba pro každý uzel zavést novou vlastnost *faktor vyvážení uzlu*. Tuto vlastnost budeme značit b (anglicky balance). b obsahuje informaci o aktuálním vyvážení daného podstromu.

Nabývá hodnot $\langle -2, 2 \rangle$, přičemž uzel je vyvážený pokud jeho faktor b je 1, 0 nebo -1. Při operaci přidávání nebo odebírání může být b rovno 2 nebo -2, pak je ale nutné provést transformaci, která dosáhne vyvážení daného uzlu.

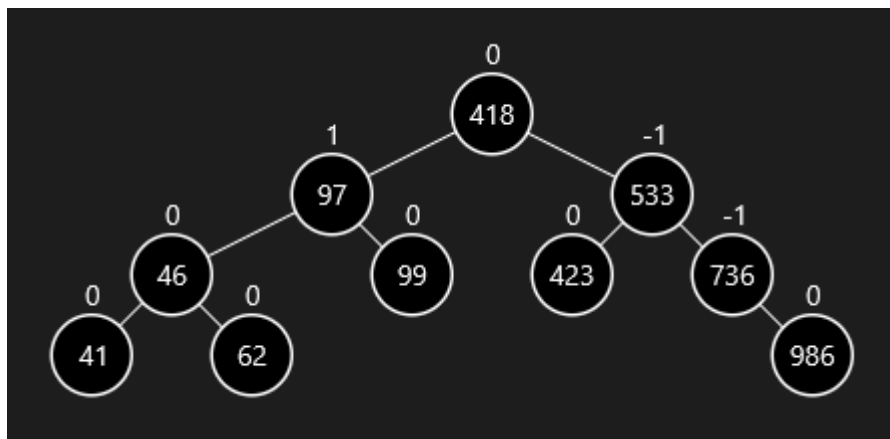


Obrázek 10: Výpočet faktoru vyvážení pro uzel u

Zdrojový kód rekursivního výpočtu faktoru v jazyku Java:

```
1 int computeFactor() {
2     int lHeight = 0; //výška levého podstromu
3     int rHeight = 0; //výška pravého podstromu
4
5     if (left != null) { //pokud má levý podstrom
6         lHeight = left.computeFactor();
7     }
8
9     if (right != null) { //pokud má pravý podstrom
10        rHeight = right.computeFactor();
11    }
12
13    factor = lHeight - rHeight;
14
15    return Math.max(rHeight, lHeight) + 1;
16 }
```

Zdrojový kód 6: computeFactor - funkce pro výpočet faktoru vyvážení v AVL stromu



Obrázek 11: Ukázka vyváženého AVL stromu

Každý uzel ALV stromu obsahuje tyto vlastnosti:

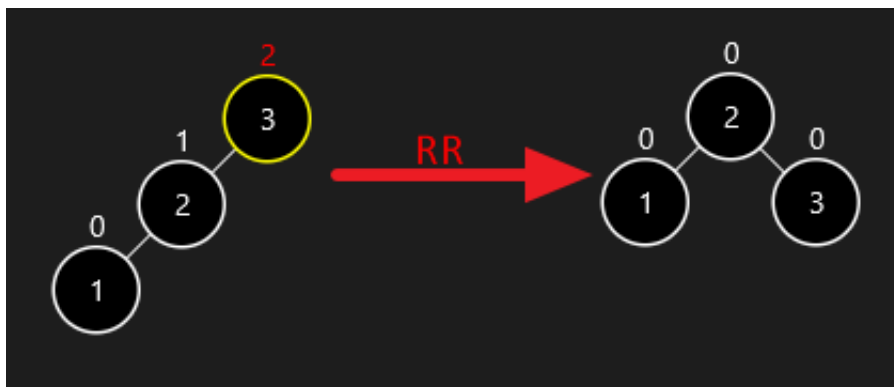
- **Klíč** – Hodnota uložená v uzlu.
- **Faktor vyvážení** – Faktor vyvážení daného uzlu.
- **Ukazatel na levého potomka**
- **Ukazatel na pravého potomka**
- **Ukazatel na jednoho rodiče**

2.3.1 Rotace

K obnově vyváženosti uzlů se používají *rotace*. *Rotace* pouze změní ukazatele uzlů v nevyvážené části stromu, aby došlo k opětovnému vyvážení. V AVL stromu se k vyvažování podle typu nevyvážené části stromu používají tyto rotace:

Jednoduchá rotace RR

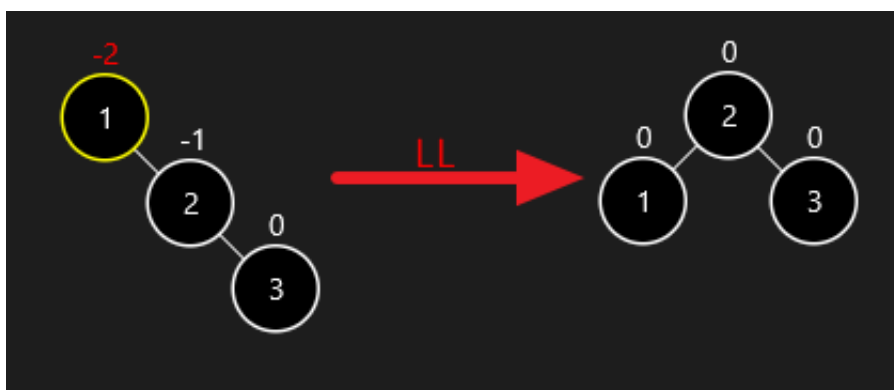
Nevyvážený uzel má $b = 2$, jeho *levý potomek* má $b = 0$ nebo $b = 1$.



Obrázek 12: AVL - jednoduchá rotace RR

Jednoduchá rotace LL

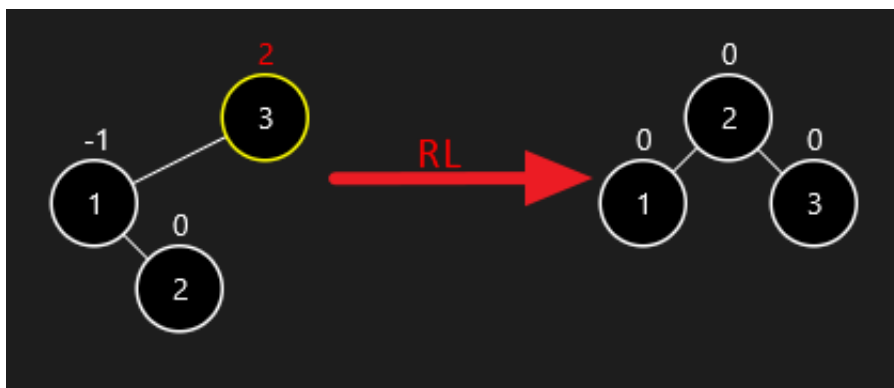
Nevyvážený uzel má $b = -2$, jeho *pravý potomek* má $b = -1$ nebo $b = 0$.



Obrázek 13: AVL - jednoduchá rotace LL

Dvojitá rotace RL

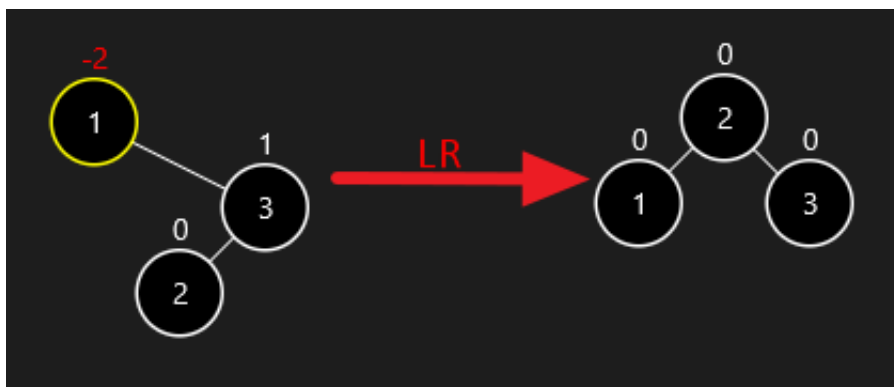
Nevyvážený uzel má $b = 2$, jeho *levý potomek* má $b = 1$.



Obrázek 14: AVL - dvojitá rotace RL

Dvojitá rotace LR

Nevyvážený uzel má $b = -2$, jeho *pravý potomek* má $b = 1$.



Obrázek 15: AVL - dvojitá rotace LR

2.3.2 Vyhledávání

Vyhledávání u AVL stromu se nijak neliší od toho v BVS.

2.3.3 Vkládání

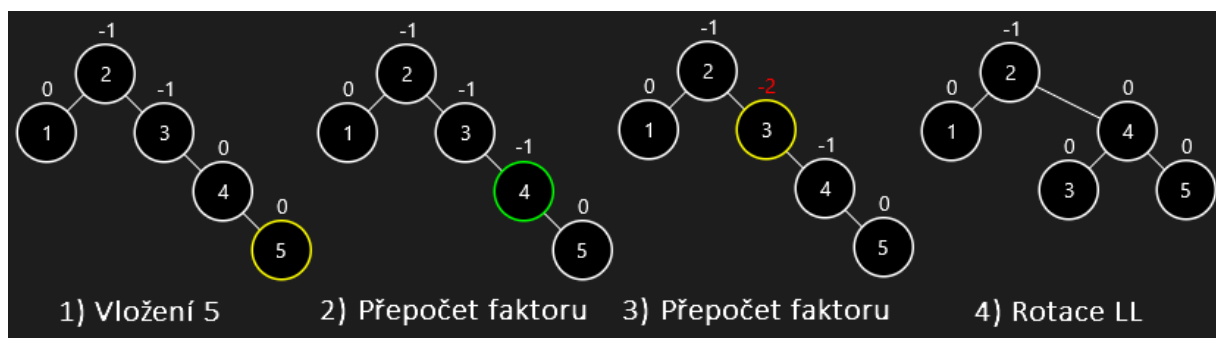
Vkládání je založeno na *vkládání* u BVS. Navíc je zde přidán krok aktualizace faktoru vyvážení, kde od nově vloženého uzlu postupně u určitých uzlů přepočítáváme b . Pokud se strom kvůli vložení nového uzlu stává nevyváženým, provedeme jednu z rotací, čímž daný strom vyvážíme.

Přesný postup vkládání:

- 1. krok** – počáteční
Stejně jako u BVS.
- 2. krok** – vyhledávání, vkládání
Novému uzlu po vložení nastavíme faktor vyvážení na 0 a u nastavíme na předchůdce nově vloženého uzlu.
Pokud nově vložený uzel je kořen, vkládání úspěšně končí.
- 3. krok** – výpočet faktoru vyvážení
V tomto kroku v aktuálním uzlu u aktualizujeme faktor vyvážení b .

Po aktualizaci $u.b$ mohou nastat tyto případy:

- $u.b = 1$ nebo $u.b = -1$
Pokud u je kořen, vkládání úspěšně končí. Jinak u nastavíme na rodiče u a znovu opakujeme krok 3.
- $u.b = 2$ nebo $u.b = -2$
Provede se příslušná rotace.
Pokud po provedení rotace je $u.b = 0$ nebo je nyní u kořen, vkládání úspěšně končí. Jinak u nastavíme na předchůdce u a znovu opakujeme krok 3.
- $u.b = 0$
Vkládání úspěšně končí.



Obrázek 16: AVL - postup vkládání hodnoty 5

2.3.4 Odebírání

Odebírání je založeno na stejnojmenné operaci u BVS. Navíc je zde jako u *vkládání* přidán krok aktualizace faktoru vyvážení, kde od odstraněného uzlu postupně u určitých uzlů přepočítáváme b . Pokud se strom kvůli odebrání uzlu stává nevyváženým, tak provedeme jednu z rotací, čímž daný strom vyvážíme.

Přesný postup odebírání:

1. **krok** – počáteční
Stejně jako u BVS.
2. **krok** – vyhledávání
Stejně jako u BVS.
3. **krok** – odebírání

Odebírání u má tyto možnosti:

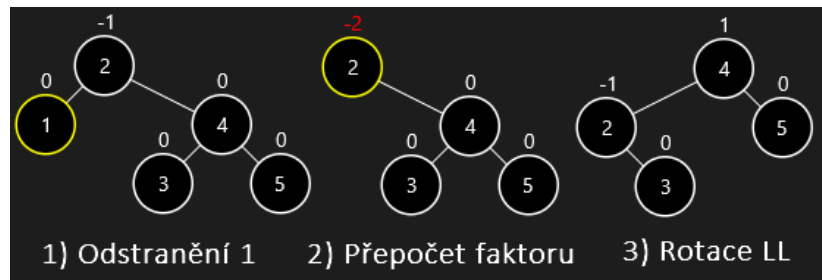
- Pokud u je list.
List u může být odebrán.
Pokud byl u kořen, odebírání úspěšně končí. Jinak nastavíme u na rodiče u .
- u má jednoho potomka.
 u bude nahrazen podstromem potomka. Pokud byl u kořen, odebírání úspěšně končí. Jinak nastavíme u na rodiče u .
- u má dva potomky.
 - u bude nahrazen *nejlevějším* prvkem z *pravého* podstromu, zároveň tento prvek získá faktor vyvážení z u .
 - u bude nahrazen *nejpravějším* prvkem z *levého* podstromu, zároveň tento prvek získá faktor vyvážení z u .

Rodiče uzlu, který nahradil u , uložíme do u .

4. **krok** – výpočet faktoru vyvážení
V tomto kroku v aktuálním uzlu u aktualizujeme faktor vyvážení b .

Po aktualizaci $u.b$ mohou nastat tyto případy:

- $u.b = \langle -1, 1 \rangle$
Pokud u je kořen, odebírání úspěšně končí. Jinak u nastavíme na rodiče u a znovu opakujeme krok 4.
- $u.b = 2$ nebo $u.b = -2$
Provede se příslušná rotace.
Pokud po provedení rotace je $u.b = 0$ nebo je nyní u kořen, odebírání úspěšně končí. Jinak u nastavíme na předchůdce u a znovu opakujeme krok 4.



Obrázek 17: AVL - postup odebírání hodnoty 1

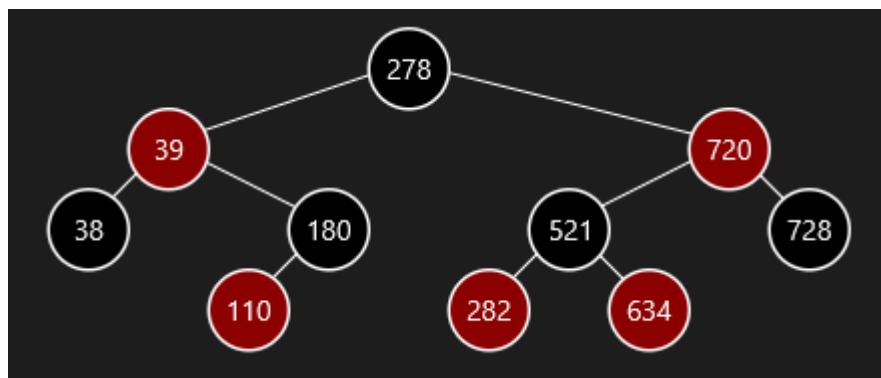
2.4 Červeno-černý strom

Červeno-černý strom (zkratka ČČ) vyvážený BVS. Na rozdíl od AVL stromu je ČČ strom vyvažován na základě barevného označení uzlů. Tímto vyvažováním má časovou složitost operací *vlození* a *odebírání* $\theta(\log(n))$.

„Červeno-černý strom zajišťuje, že žádná cesta z kořene do libovolného listu stromu nebude dvakrát delší než kterákoli jiná, to znamená, že strom je přibližně vyvážený.“^[4]

ČČ strom musí splňovat tyto vlastnosti:

- Každý uzel má červenou nebo černou barvu.
- Kořen stromu má vždy barvu černou.
- Ve stromu se nenacházejí dva po sobě jdoucí červené uzly.
- Každý červený uzel, který není list, má dva černé potomky.
- Cesta od kořene ke všem listům obsahuje vždy stejný počet černých uzlů.¹⁰



Obrázek 18: Ukázka vyváženého ČČ stromu

¹⁰Je zde započítán i samotný list, pokud má černou barvu.

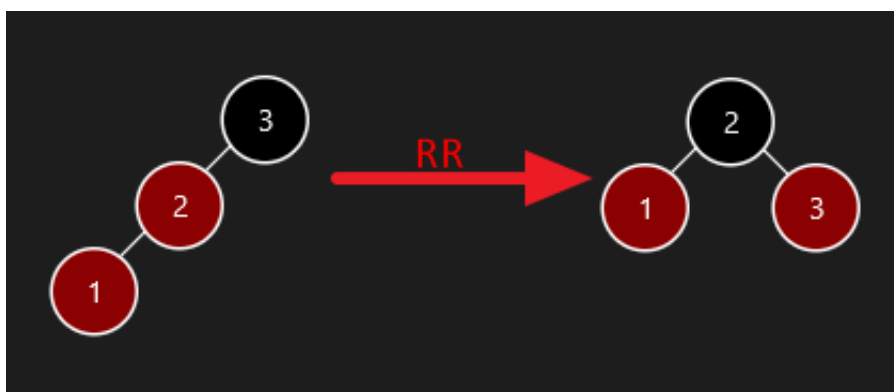
Každý uzel ČČ stromu obsahuje tyto vlastnosti:

- Klíč – Hodnota uložená v uzlu.
- Obarvení uzlu – Barva uzlu.
- Ukazatel na levého potomka
- Ukazatel na pravého potomka
- Ukazatel na jednoho rodiče

2.4.1 Transformace

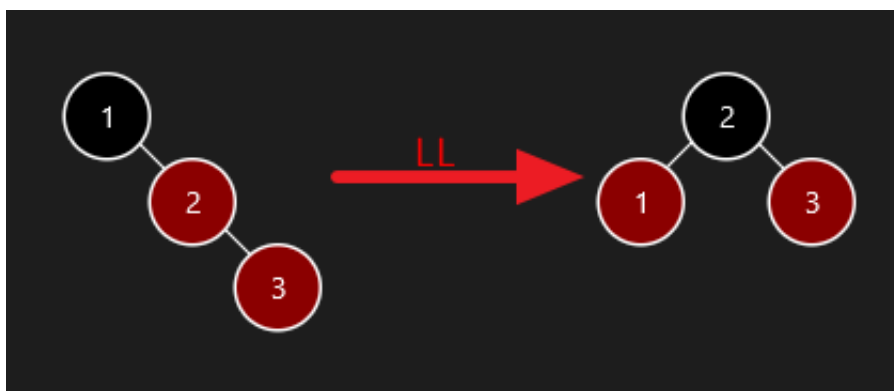
K obnově vyváženosti uzlů se používají *transformace*. Používají se zde stejně jako u AVL stromu *Rotace* a navíc je zde nová transformace *přebarvení*. Tyto *transformace* se používají k opětovnému vyvážení nevyváženého stromu.

Jednoduchá rotace RR



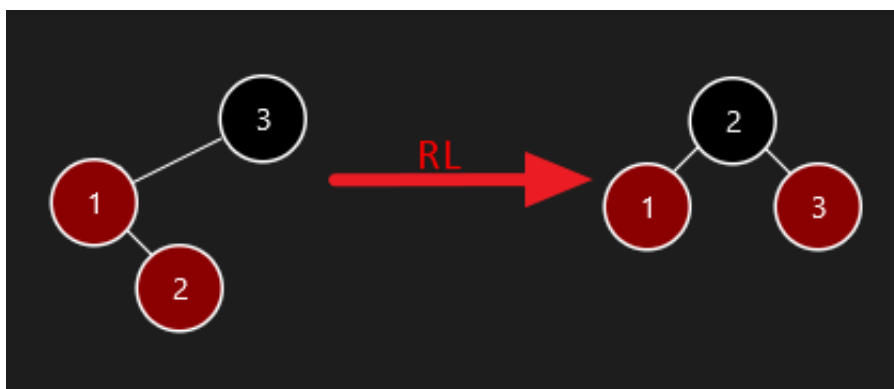
Obrázek 19: ČČ - jednoduchá rotace RR

Jednoduchá rotace LL



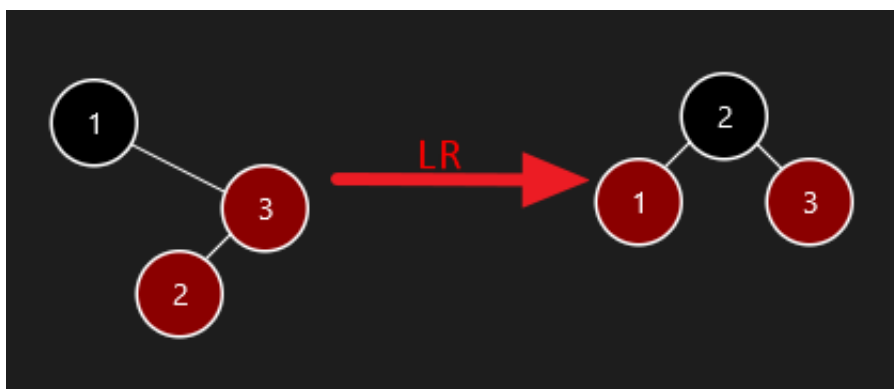
Obrázek 20: ČČ - jednoduchá LL

Dvojitá rotace RL



Obrázek 21: ČČ - dvojitá rotace RL

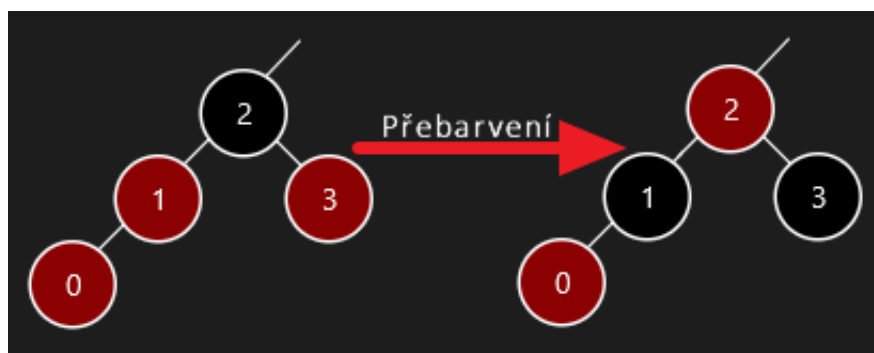
Dvojitá rotace LR



Obrázek 22: ČČ - dvojitá rotace LR

Přebarvení + symetrické případy

Pokud má ten vyšší z dvojice červených po sobě jdoucích uzlů červeného sourozence, tak on i jeho sourozenec získá černou barvu a jejich rodič, pokud se nejedná o kořen, získá červenou barvu.



Obrázek 23: ČČ - přebarvení 1



Obrázek 24: ČČ - přebarvení 2

2.4.2 Vyhledávání

Vyhledávání u ČČ stromu se nijak neliší od toho v BVS.

2.4.3 Vkládání

Vkládání je založeno na *vkládání* u BVS. Navíc je zde kvůli vyvážení stromu přidán krok kontroly barev. Pokud se ve stromu po vložení objeví dva po sobě jdoucí uzly s červenou barvou, provedeme příslušné transformace, aby strom splňoval vlastnosti ČČ stromu.

Každý nový uzel má při vkládání automaticky červenou barvu.

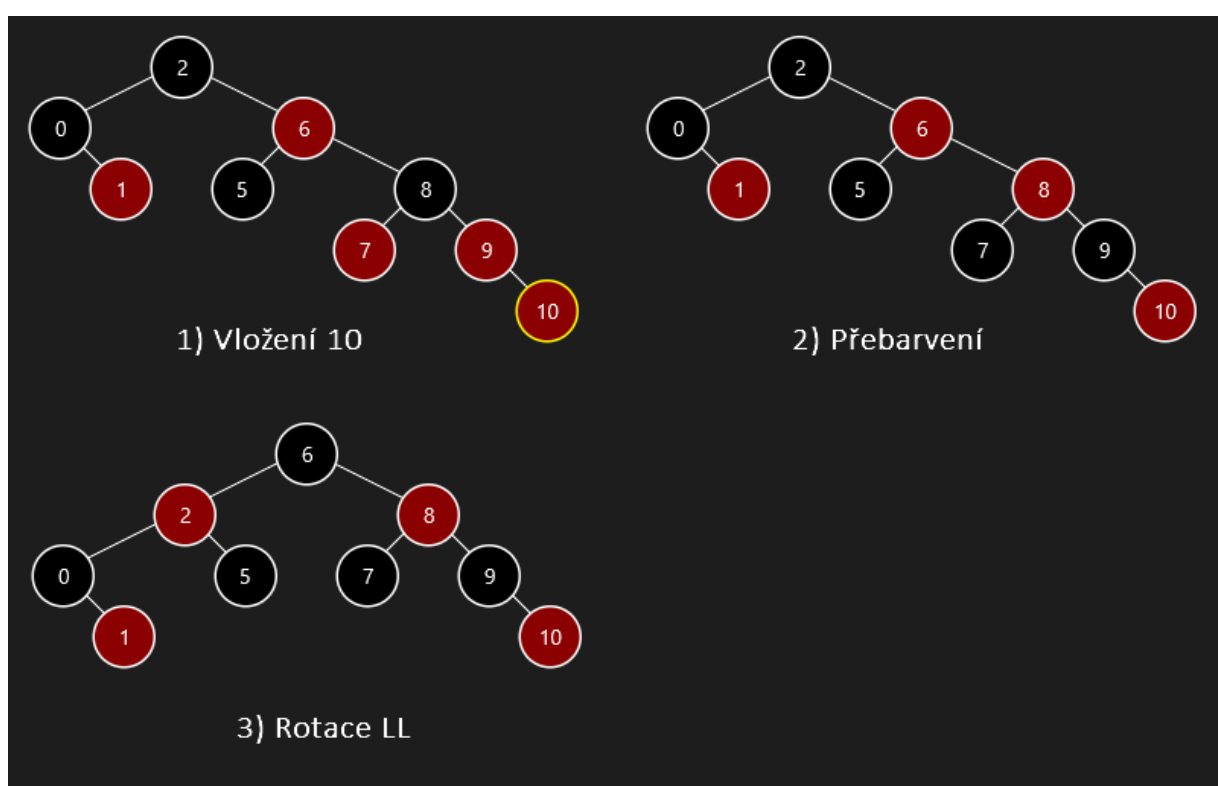
Přesný postup vkládání:

1. **krok** – počáteční
Stejně jako u BVS.
2. **krok** – vyhledávání, vkládání
Vložíme nový uzel u na příslušné místo a u nastavíme na předchůdce tohoto uzlu, je-li nový uzel kořen, nastavíme mu černou barvu a vkládání úspěšně končí.

3. krok – kontrola obarvení stromu

Pokud má u černou barvu, vkládání úspěšně končí. Jinak provedeme příslušnou transformaci:

- Rotaci
Po provedení rotace se strom stává vyváženým a vkládání úspěšně končí.
- Přebarvení
Po přebarvení nastavíme u na předchůdce u .
Pokud je nyní u černý, tak se jedná o kořen a vkládání úspěšně končí.
Jinak nastavíme u na rodiče u a znovu provedeme krok 3.



Obrázek 25: ČČ - postup vkládání hodnoty 10

2.4.4 Odebírání

Odebírání u ČČ stromu je o trochu složitější než u předchozích stromů. Je to způsobeno tím, že musíme zaručit dodržování počtu a umístění černých uzlů, aby po odstranění byla dále splněna vlastnost: *cesta od kořene ke všem listům obsahuje vždy stejný počet černých uzlů*.

U *odebírání* tedy musíme sledovat barvu odebíraného uzlu i těch, které nahrazují odebraný uzel. Pokud odebraný (přesunutý) černý uzel nahradí červený, získá

černou barvu a strom zůstává vyvážený. Jinak na jeho původní místo vložíme do stromu *dvojitě obarvený černý uzel s NULL hodnotou*. Tento uzel i samotné *dvojitě obarvení* nám značí, že je daný strom nevyvážený a pomocí transformací strom upravíme, aby jsme *NULL uzel* i *dvojitě označení* odstranili a tím strom vyvážili.

Přesný postup odebírání:

1. **krok** – počáteční
Stejně jako u BVS.
2. **krok** – vyhledávání
Stejně jako u BVS.
3. **krok** – odebírání

Odebírání u má tyto možnosti:

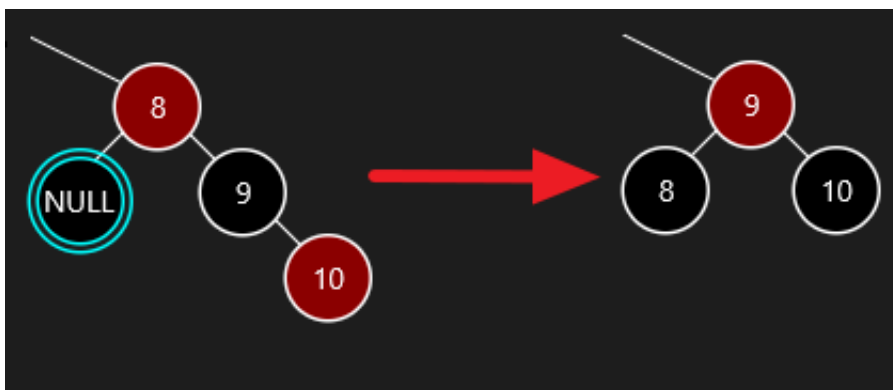
- Pokud u je list.
List u odebereme.
Pokud u neměl černou barvu nebo se jednalo o kořen, odebírání úspěšně končí.
- u má jednoho potomka.
Do u dosadíme hodnotu potomka. Pokud je potomek červený můžeme ho odstranit a odebírání úspěšně končí. Jinak u nastavíme na tohoto potomka a znovu zopakujeme krok 3.
- u má dva potomky.
 - do u dosadíme hodnotu z *nejlevějšího* prvku z *pravého* podstromu. Pokud je tento prvek červený, odstraníme ho a odebírání úspěšně končí. Jinak u nastavíme na tento prvek a znovu zopakujeme krok 3.
 - do u dosadíme hodnotu z *nejpravějšího* prvku z *levého* podstromu. Pokud je tento prvek červený, odstraníme ho a odebírání úspěšně končí. Jinak u nastavíme na tento prvek a znovu zopakujeme krok 3.
- 4. **krok** – Odstranění NULL listu
V tomto kroku na místo smazaného uzlu u vložíme dvojitě obarvený NULL list. Dále pokračujeme odstraňováním dvojitě obarveného černého uzlu, které je vysvětleno níže.

Odstranění dvojité obarveného černého uzlu:

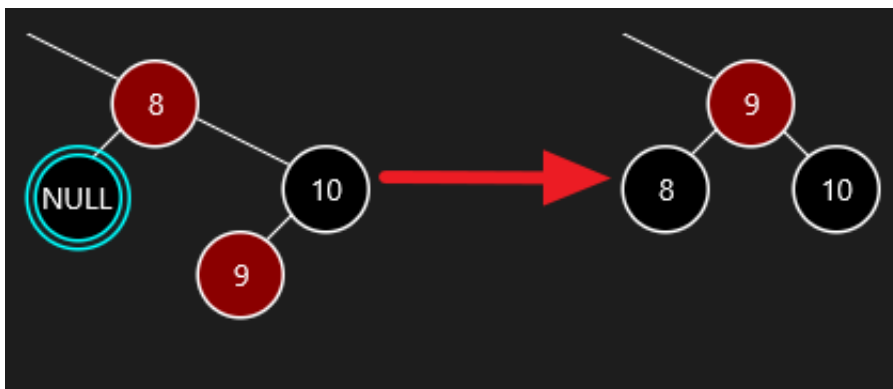
Případ 1 – rotace + symetrické případy:

Pokud má dvojité obarvený uzel černého sourozence, který má pravého nebo levého potomka červené barvy. Předchůdce dvojité obarveného uzlu může mít jakoukoliv barvu a tuto barvu pak získá uzel, který se po dokončení rotace dostane na jeho místo.

V obrázku 26 a 27 může před rotací uzel s hodnotou 8 mít černou barvu. Tuto barvu by po rotaci pak získal uzel s hodnotou 9.



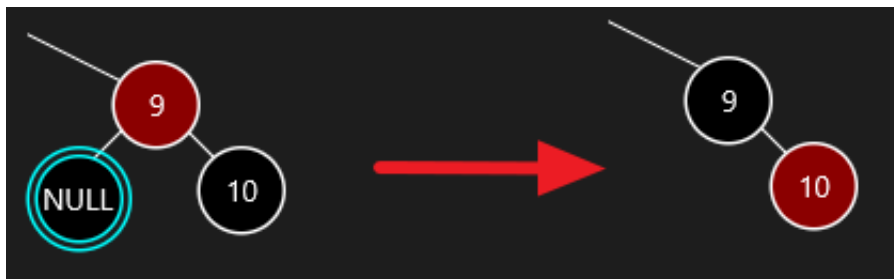
Obrázek 26: ČČ - odstranění dvojité obarveného uzlu – jednoduchá rotace



Obrázek 27: ČČ - odstranění dvojité obarveného uzlu – dvojitá rotace

Případ 2 – přebarvení + symetrický případ:

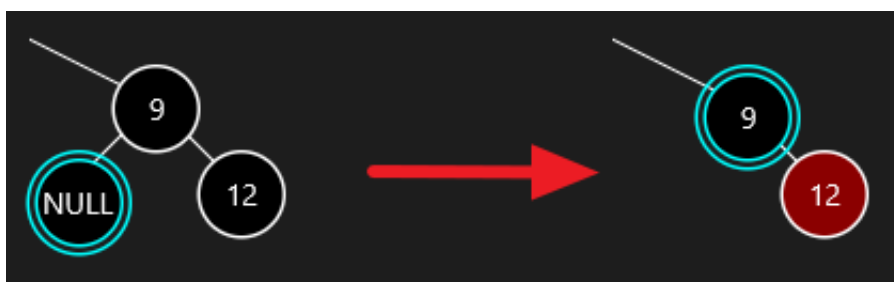
Pokud sourozenec dvojité obarveného uzlu je černý, ale nemá červené potomky a zároveň dvojité obarvený uzel má červeného předchůdce.



Obrázek 28: ČČ - odstranění dvojité obarveného uzlu – přebarvení

Případ 3 – přebarvení a přesun označení + symetrický případ:

Pokud sourozenec dvojité obarveného uzlu je černý, ale nemá červené potomky a zároveň dvojité obarvený uzel nemá červeného předchůdce.

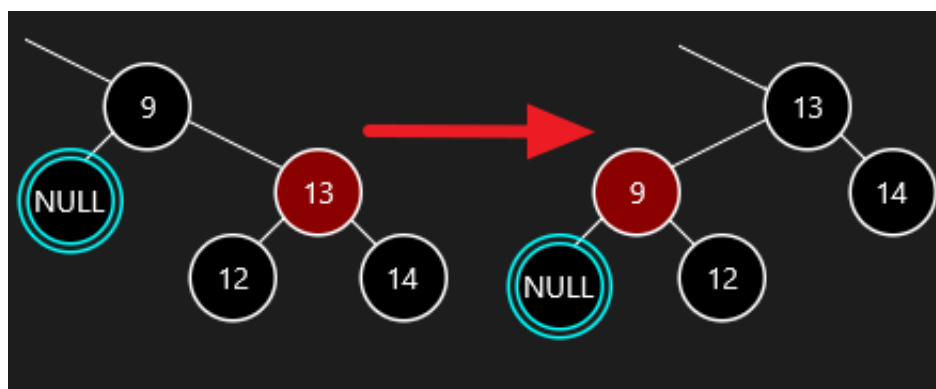


Obrázek 29: ČČ - odstranění dvojité obarveného uzlu – přebarvení a přesun označení

Pokud předchůdce dvojité obarveného uzlu není kořen, tak získá dvojité obarvení a dále pokračujeme s odstraněním tohoto označení.

Případ 4 – rotace (bez odstranění dvojité obarveného uzlu) + symetrický případ:

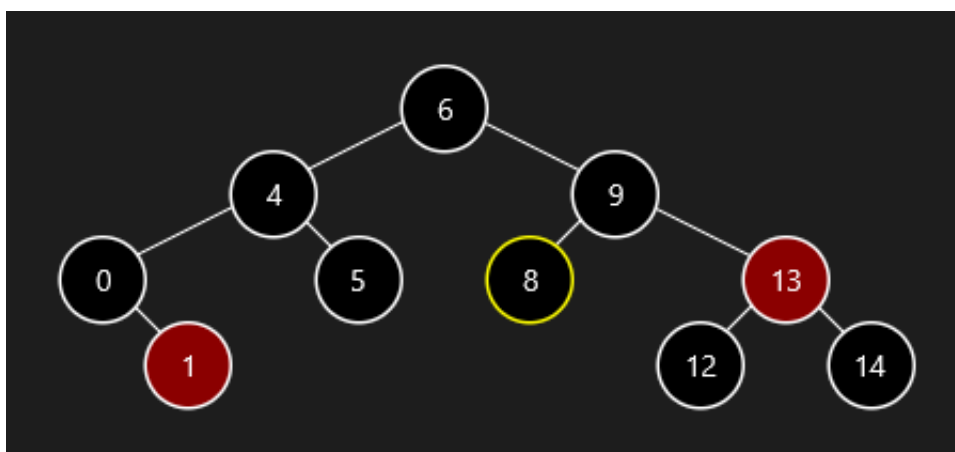
Pokud sourozenec dvojité obarveného uzlu je červený.



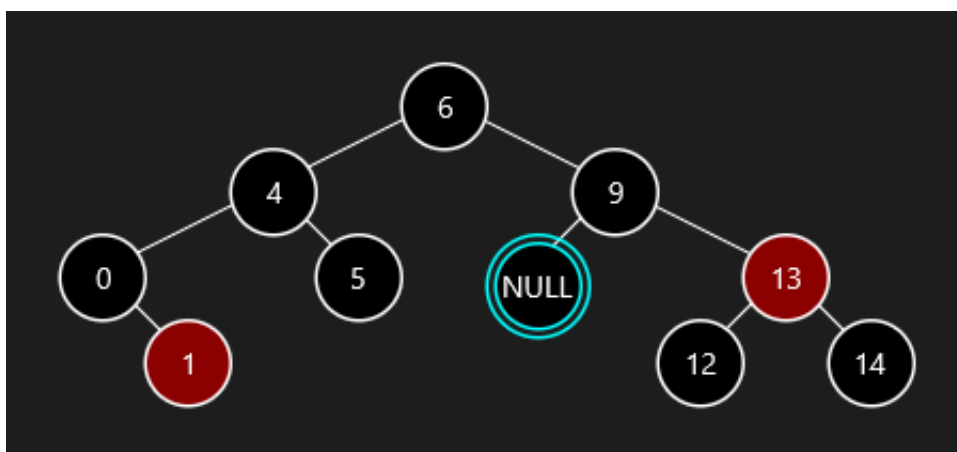
Obrázek 30: ČČ - rotace s dvojité obarveným uzlem – jednoduchá rotace

Po rotaci dále pokračujeme s odstraněním dvojité obarveného uzlu.

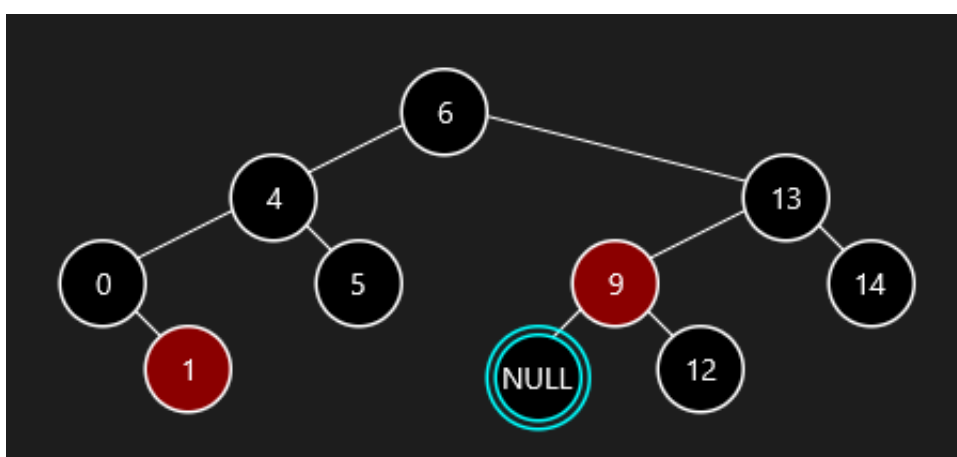
Ukázka odebrání v ČČ stromu:



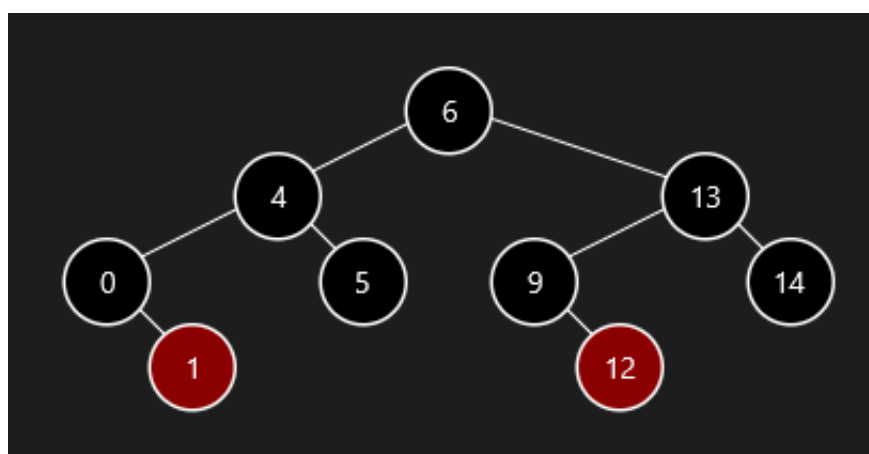
Obrázek 31: ČČ - ukázka odebrání – 1) odebrání 8



Obrázek 32: ČČ - ukázka odebrání – 2) vložen NULL list



Obrázek 33: ČČ - ukázka odebrání – 3) případ 4



Obrázek 34: ČČ - ukázka odebrání – 4) případ 2

3 Programátorská dokumentace

V této kapitole budou popsány technologie, které byly použity pro tvorbu aplikace. Dále zde bude popsána architektura a implementace programu. V této kapitole vycházím ze zdrojů [9], [10] a [11].

3.1 Programovací jazyk a použité technologie

Program je napsán v jazyce Java, přesněji ve verzi 8. Na uživatelské prostředí je použita platforma JavaFX. Při výběru vhodného programového jazyka pro tuto aplikaci byla pro mě důležitá zkušenost s tímto jazykem a taky přenositelnost mezi operačními systémy, protože aplikaci jsem psal střídavě ve Windows 10 a macOS 10.13 High Sierra. Pro psaní zdrojového kódu jsem použil vývojové prostředí Eclipse Oxygen.

3.1.1 Java

Java je objektově orientovaný programovací jazyk, který vznikl v roce 1995. Nyní je nově (od březnu roku 2018) ve verzi 10. Dle *TIOBY indexu* se Java v poslední době nachází stále na 1. místě nejpoužívanějších programovacích jazyků.[12] Program v Javě je možné spustit i bez instalace, stačí mít nainstalovanou správnou verzi JVM¹¹.

3.1.2 JavaFX

Pro tvorbu grafického uživatelského prostředí (zkratka GUI) aplikace jsem využil *JavaFX*. Je to platforma pro tvorbu GUI v programech Java, která je součástí knihovny Java od verze 8. Nahrazuje zastaralý *Swing*. *JavaFX* navíc umožňuje tvorbu animací a podporuje stylování pomocí CSS¹².

3.1.3 FXML

FXML je značkovací jazyk založen na jazyku XML¹³. Tento jazyk se používá k návrhu GUI v JavaFX.

3.2 Architektura programu

Program obsahuje tyto balíky:

- application
- trees
- graphic

¹¹Java Virtual Machine.

¹²Cascading Style Sheets.

¹³Extensible Markup Language.

3.2.1 Balík *application*

Tento balík vytváří a má kontrolu nad GUI. Dále zprostředkovává komunikaci mezi logickou a grafickou částí programu.

Seznam souborů v balíku:

- Main
- WindowController
- styles – typu CSS
- Window – typu FXML

Třída *Main*

Třída dědí z třídy *Application*, která umožňuje vytvořit JavaFX aplikaci. Tato třída obsahuje funkci `main(String[] args)`, což je hlavní funkce programu, která se spustí hned při spuštění aplikace. Poté se spustí funkce `start(Stage primaryStage)`, která inicializuje GUI.

Třída *WindowController*

Tato třída obsluhuje všechny prvky okna vytvořené v FXML. Pomocí anotace `@FXML` získá tato třída reference na prvky GUI. Její hlavní činnost spočívá ve vykonávání metod, které jsou v souboru `Window.fxml` definovány pro prvky okna. Mezi hlavní metody navázané na prvky okna patří:

- `changeTree(ActionEvent event)` – metoda pro změnu aktuálního stromu, ta volá další funkce, které připraví prostředí pro zvolený strom.
- `searchNumber()`, `insertNumber()`, `deleteNumber()` – metody pro práci s aktuálním stromem, tyto metody zavolají příslušnou obsluhu aktuálního stromu `tree`, což je objekt typu `ITree` (3.2.2). Tento objekt provede operaci s daným stromem a vrátí výsledek typu `Result` (3.2.2). Ten je dále předán příslušné metodě objektu `graphicTree` typu `DrawingTree` (3.2.3).
- `repeatLastAnimation` – zaručuje obnovení předchozího stromu a zopakování poslední operace.
- `dialogNewTree` – obsluha pro tlačítko *Nový...*, které vyvolá dialog pro možnosti nového stromu.
- `checkEnableButtons` – funkce, která aktivuje a deaktivuje tlačítka podle logiky jejich možnosti použití (*např. pokud je aktuální strom prázdný, je deaktivováno tlačítko Vyhledat a Smazat*).

Její další činnost spočívá v komunikaci mezi logickou a grafickou částí programu. Což hlavně zajišťují již zmíněné metody: `searchNumber()`, `insertNumber()`, `deleteNumber()`. Navíc jsou zde funkce pro generování náhodného stromu: `newRandomTree()` a `generateRandomTreeList()` nebo pro ukládání předchozího stromu a jeho následné obnovení: `createHistory()`, `createHistoryRecursion(Object object)` (*pomocná metoda pro rekurzivní uložení rozložení hodnot v aktuálním stromu*) a `getHistoryTree()`.

Soubor kaskádových stylů *styles*

Obsahuje popis způsobu zobrazování elementů v okně aplikace. Tyto styly jsou zapsány podobně jako CSS styly pro jazyk *HTML*, s tím rozdílem, že se před každou vlastností známou ze stylování HTML stránek dává prefix `-fx-` např.:

```
1 .menu-text, Label {
2     -fx-font-size: 14.0pt;
3     -fx-font-family: "Segoe UI Light";
4     -fx-fill: white;
5 }
```

Zdrojový kód 7: `styles.css` - ukázka zápisu

Celá podrobná dokumentace CSS pro JavaFX aplikace je dostupná na adrese: <https://docs.oracle.com/javafx/2/api/javafx/scene/doc-files/cssref.html>.

Soubor FXML *Window*

V tomto FXML souboru je napsána celá struktura GUI aplikace, která je navázána na příslušný controller `application.WindowController`. Jsou zde na jednotlivé elementy okna navázány příslušné metody pro obsluhu akcí s těmito elementy (*např. pokud uživatel klikne na tlačítko Vložit, je zavolána metoda `insertNumber()` z třídy `WindowController`*).

3.2.2 Balík *trees*

Tento balík se stará o logiku stromů. Jsou zde implementovány všechny stromy a jejich příslušné operace, které byly výše popsány.

Seznam souborů v balíku:

- `ITree` – interface¹⁴
- `INode` – interface

¹⁴Rozhraní Java.

- `BinaryTree`
- `AVLTree`
- `RedBlackTree`
- `BinaryNode`
- `AVLNode`
- `RedBlackNode`
- `RecordOfAnimation`
- `Result`
- `AnimatedAction` – enum¹⁵
- `Color` – enum
- `Side` – enum

Rozhraní *ITree*

Toto rozhraní zobecňuje práci se stromy, kdy každý typ stromu implementuje toto rozhraní a tím prakticky většina metod nerozlišuje s jakým typem stromu pracuje, ale pouze používá objekt typu `ITree` a volá metody, které mají pro všechny typy stromů stejný název, ale rozdílnou implementaci. Kvůli tomuto rozhraní je zdrojový kód programu velmi zjednodušen a ušetřen o spoustu řádků, které by musely řešit o jaký strom se jedná a teprve potom volat příslušné metody. Například již zmíněné metody třídy `WindowController`: `searchNumber()`, `insertNumber()`, `deleteNumber()` (3.2.1) pracují pouze s objektem typu `ITree`.

Hlavní definované metody rozhraní jsou:

- `search(int value)`, `insert(int value)`, `delete(int value)` – definice metod pro základní operace se stromy. Metody vrací objekt typu `Result`.
- `getRoot()` – metoda vrátí kořen daného stromu typu `INode`.

Třídy *BinaryTree*, *AVLTree*, *RedBlackTree*

Jsou to třídy, které reprezentují typy stromů. Implementují rozhraní `ITree`, což zaručuje, že každá instance těchto tříd obsahuje všechny základní operace. Kvůli rozdílnému fungování těchto stromů musí každá z těchto tříd tyto operace implementovat po svém. `BinaryTree` prakticky implementuje pouze metody definované v rozhraní `ITree`, zatímco `AVLTree` a `RedBlackTree` obsahují metody navíc.

¹⁵Výčtový typ Javy.

Vybrané metody `AVLTree`:

- `balanceTree(Result result, AVLNode startNode)` – metoda, která se volá kvůli vyvážení AVL stromu. Tato metoda ověří faktory vyvážení příslušných uzlů, jestliže je strom nevyvážený volá potřebnou rotaci. Metoda vrací objekt typu `Result`.
- `llBalance(Result result, AVLNode nodeB),`
`rrBalance(Result result, AVLNode nodeB),`
`lrBalance(Result result, AVLNode nodeC),`
`rlBalance(Result result, AVLNode nodeC)` – metody, které provádí rotace. Vrací objekt typu `Result`.

Vybrané metody `RedBlackTree`:

- `balanceTree(Result result, RedBlackNode startNode)` – metoda, která se volá kvůli vyvážení ČČ stromu. V této metodě se ověří vyváženost stromu, případně je zde provedeno přebarvení, pokud je potřeba jsou volány i metody rotace. Metoda vrací objekt typu `Result`.
- `llBalance(Result result, RedBlackNode nodeB),`
`rrBalance(Result result, RedBlackNode nodeB),`
`lrBalance(Result result, RedBlackNode nodeC),`
`rlBalance(Result result, RedBlackNode nodeC)` – metody, které provádí rotace a s tím související přebarvení. Vrací objekt typu `Result`.
- `doubleBlack(Result result, RedBlackNode parent, Side side)` – tato funkce řeší odstranění dvojité obarvených uzlů, které se mohou vyskytnout při operaci odebírání. Funkce vrací objekt typu `Result`.

Rozhraní *INode*

Rozhraní `INode` obsahuje definice všech důležitých `get` a `set` metod, které jsou potřeba k práci s jakýmkoliv uzlem. Je zde definována i metoda `equals(Object obj)`, která slouží k porovnávání uzlů. Toto rozhraní zobecňuje práci s uzly stromů a umožňuje měnit a číst jejich atributy, aniž by muselo být známo o jaký typ stromu, a tedy i uzlu, se jedná.

Třídy *BinaryNode*, *AVLNode*, *RedBlackNode*

Reprezentují uzly stejnojmenných stromů. Implementují rozhraní `INode`. Třídy obsahují tyto atributy:

- `value` – číselná hodnota uzlu.
- `parent` – ukazatel na rodiče.
- `left` – ukazatel na levého potomka.
- `right` – ukazatel na pravého potomka.

- `graphicNode` – grafická reprezentace uzlu.
- `factor`(pouze u `AVLNode`) – číselná hodnota faktoru vyvážení.
- `color`(pouze u `RedBlackNode`) – barva uzlu. Reprezentována pomocí výčtového typu `Color`.

Třída `AVLNode` navíc implementuje zmíněnou rekurzivní funkci `computeFactor()` [6](#).

Třída *RecordOfAnimation*

Tato třída slouží k zaznamenávání animací, které budou následně zpracovány v grafické části aplikace.

Třída obsahuje tyto atributy:

- `action` – typ animace reprezentovaný výčtovým typem `AnimatedAction`.
- `node` – ukazatel na grafický uzel, kterého se daná animace týká. Tato proměnná je typu `IGraphicNode` ([3.2.3](#)).
- `object` – pomocná proměnná, která je používána na různé typy objektu podle druhu animace.

Třída *Result*

Objekty této třídy jsou používány jako návratové hodnoty všech logických operací se stromy. Tento objekt má v sobě uloženy důležité informace pro následné zpracování všech grafických operací včetně animací. Ve třídě `WindowController` metody: `searchNumber()`, `insertNumber()`, `deleteNumber()` ([3.2.1](#)) nejprve zavolají příslušnou metodu u aktuálního logického stromu typu `ITree`. Ta vytvoří objekt typu `Result`, do kterého postupně uloží všechny animace potřebné ke grafickému zobrazení volané operace a tento objekt na závěr vrátí. Tyto metody vrácený výsledek dále předávají objektu typu `DrawingTree` ([3.2.3](#)), který strom vykreslí a vykoná příslušné animace.

Třída obsahuje tyto atributy:

- `node` – výsledný uzel dané operace reprezentován pomocí `INode`.
- `side` – pozice výsledného uzlu (*při vkládání je to například strana na kterou má být uzel vložen*), která je výčtového typu `Side`.
- `way` – seznam všech navštívených uzlů při provádění dané operace. Je typu `ArrayList<IGraphicNode>`. Využívá se při animování vyhledávání uzlu.
- `recordOfAnimations` – seznam záznamů všech animací. Je typu `ArrayList<RecordOfAnimation>`.

Vybrané metody:

- `addNodeToWay(IGraphicNode node)` – přidává do kolekce `way` navštívený uzel.
- `addAnimation(AnimatedAction action, IGraphicNode node, Object object)` – metoda, která přidá do `recordOfAnimations` nový záznam animace.

Výčtový typ *AnimatedAction*

Obsahuje například hodnoty: `SEARCH`, `INSERT`, `DELETE`, `MOVEVALUE`, `MOVENODE`, `RR`, `LL`, `RL`, `LR`... a další.

Výčtový typ *Color*

Obsahuje hodnoty: `RED`, `BLACK`;

Výčtový typ *Side*

Obsahuje hodnoty: `LEFT`, `RIGHT`, `NONE`;

3.2.3 Balík *graphic*

Tento balík se stará o grafické zobrazování stromů, animování všech operací a zobrazování zjednodušeného popisu.

Seznam souborů v balíku:

- `IGraphicNode` – interface
- `AVLGraphicNode`
- `BinaryGraphicNode`
- `RedBlackGraphicNode`
- `DrawingTree`

Rozhraní *IGraphicNode*

Toto rozhraní definuje všechny důležité `get`, `set` a další metody, které jsou potřeba pro práci s jakýmkoliv objektem reprezentující grafický uzel zmíněných stromů. Je ním zobrazena práce třídy `DrawingTree`, která může vykreslovat a provádět animace aniž by znala typ stromu.

Objekty typu `IGraphicNode` reprezentují obecný grafický uzel všech stromů a jsou prakticky používány ve všech částech programu. Výjimku tvoří funkce, které jsou specifické pro určitý typ stromu, ty si objekty typu `IGraphicNode` přetypují do `BinaryGraphicNode`, `AVLGraphicNode` nebo `RedBlackGraphicNode` (Například u AVL stromu je potřeba změnit atribut `factor`, který obsahuje a má k němu přístup pouze `AVLGraphicNode`).

Hlavní definované metody jsou:

- `createStackPaneNode()` – vytvoří grafickou reprezentaci listu (*vytvoří kruh a doprostřed vloží hodnotu listu, to celé pak vloží do StackPane*).
- `highlightFindNode()` – metoda pro zvýraznění nalezeného grafického uzlu.
- `countChildren()` – metoda, které vypočítá a uloží počet všech pravých a levých potomků daného uzlu. Metoda vrací součet všech potomků. Používá se pro rozpočítání vzdáleností mezi uzly, aby se ve vykresleném stromu žádné nepřekrývaly. Implementace metody je zde [8](#).

Třída *BinaryGraphicNode*

Třída implementuje rozhraní `IGraphicNode`. Reprezentuje grafický uzel stejnojmenného stromu. Pouze implementuje všechny metody z rozhraní. Obsahuje tyto atributy:

- `radiusSize` – velikost vykreslených uzlů. Hodnota je typu `final int` inicializovaná na 20.
- `parent` – ukazatel na rodiče uzlu. Typu `IGraphnicNode`.
- `left` – ukazatel na levého potomka. Typu `IGraphnicNode`.
- `right` – ukazatel na pravého potomka. Typu `IGraphnicNode`.
- `side` – pozice vůči rodiči. Výčtového typu `Side`.
- `leftChildrenCount` – počet všech levých potomků.
- `rightChildrenCount` – počet všech pravých potomků.
- `value` – ukazatel na hodnotu uzlu. Typu `Text`.
- `circle` – grafický prvek kruh o poloměru `radiusSize`. Typu `Circle`.
- `stacPaneNode` – `StackPane`, který představuje grafický uzel. V něm je vložen objekt `value` a `circle`.
- `x` – souřadnice `stacPaneNode` x. Typu `DoubleProperty`.
- `y` – souřadnice `stacPaneNode` y. Typu `DoubleProperty`.
- `branch` – představuje větev¹⁶ mezi tímto uzlem a jeho rodičem. Typu `Line`.

¹⁶Spoj mezi uzlem a jeho rodičem.

```

1  @Override
2  public int countChildren() {
3      if (left != null) {
4          leftChildrenCount = 1 + left.countChildren();
5      } else {
6          leftChildrenCount = 0;
7      }
8
9      if (right != null) {
10         rightChildrenCount = 1 + right.countChildren();
11     } else {
12         rightChildrenCount = 0;
13     }
14
15     return leftChildrenCount + rightChildrenCount;
16 }

```

Zdrojový kód 8: countChildren() - rekurzivní funkce pro určení počtu potomků

Třídy *AVLGraphicNode* a *RedBlackGraphicNode*

Tyto třídy dědí ze třídy `BinaryGraphicNode` => zároveň pro ně automaticky platí, že implementují rozhraní `IGraphicNode`. Tyto třídy reprezentují grafické uzly svých stejnojmenných stromů, ale prakticky se od `BinaryGraphicNode` příliš neliší.

`AVLGraphicNode` pouze přidává atribut `factor` a k němu příslušnou `get` a `set` metodu. Faktor vyvážení je reprezentován objektem typu `Text`. Tento atribut následně vloží do zděděného atributu `stackNode`.

`RedBlackGraphicNode` používá červenou a černou barvu výplně zděděného atributu `circle`, kvůli tomu je přidán atribut `color` výčtového typu `Color` a jeho příslušnou `get` a `set` metodu. Dále přidává metodu pro označení dvojité obarveného listu.

Třída *DrawingTree*

Nejrozsáhlejší třída aplikace, která ovládá grafické zobrazování všech stromů, animací a zobrazování popisku aktuálně prováděných operací. `WindowController` při vytvoření nového stromu vytvoří objekt `graphicTree`, který je instancí `DrawingTree`. Objektu `graphicTree` jsou pak pomocí metod předávány výsledky (typu `Result`) zpracovaných operací v logické reprezentaci stromu. Tyto výsledky jsou následně graficky zpracovány a po provedení poslední animace je program připraven na přijímání dalších požadavků od uživatele.

Parametry konstruktoru:

1. `paneTree` – ukazatel na prvek okna typu `Pane`, do kterého se stromy budou kreslit.

2. `animationSpeed` – ukazatel na property¹⁷ prvku okna typu `Slider`. Parametr je typu `DoubleProperty`. Tato hodnota reprezentuje aktuální zvolenou hodnotu uživatelem pomocí *slideru* pro nastavení rychlosti animace.
3. `stageWidthProperty` – ukazatel na property šířku okna aplikace. Je typu `ReadOnlyDoubleProperty`.
4. `stageHeightProperty` – ukazatel na property výšku okna aplikace. Je typu `ReadOnlyDoubleProperty`.
5. `WindowController` – ukazatel na samotný objekt `windowController`, který tento konstruktor volá. To proto, aby tato třída měla přístup k metodám pro deaktivování prvků okna při průběhu animace.

```

1 g = new DrawingTree(paneTree, sliderSpeed.valueProperty(), window.
    widthProperty(), window.heightProperty(), this);
2 /**
3  * window - je okno aplikace
4  * this - WindowController ve kterém je tento konstruktor volán
5  */

```

Zdrojový kód 9: Ukázka použití konstruktoru třídy `DrawingTree`

Třída má spoustu atributů, které jsou hlavně využívány funkcemi týkajícími se animací. Animace po skončení automaticky volají funkce, které nemají přístup k lokálně uloženým datům a proto musí pracovat s atributy třídy, ke kterým je přístup ze všech funkcí dané třídy. Některé atributy třídy:

- `value` – hodnota vložená uživatelem načtená z `TextArea`.
- `newIGraphicNode` – ukazatel na nově vkládaný uzel.
- `graphicNodeSize` – rozměr grafického uzlu. Při vkládání kořene je do tohoto atributu vložen jeho rozměr.
- `xAnimatedNode`, `yAnimatedNode` – `DoubleProperty` sloužící k ukládání, které jsou dále používány v animacích.
- `DOWNMARGIN` – představuje velikost zobrazené mezery mezi potomkem a rodičem. Je typu `final int` a má hodnotu 40.
- `listGraphicNodes` – seznam všech aktuálně zobrazených uzlů. Typu `ArrayList<IGraphicNode>`.

¹⁷Vlastnost objektu v JavaFX, které lze *naslouchat* a reagovat na změny. Tyto vlastnosti jsou obvykle typovány na typ objektu, který uchovávají např. `DoubleProperty`. Jdou propojit (*nabíndovat*) s jinými property stejného typu => pokud se změní hodnota v property, tak se změní i hodnota ve všech, které jsou s ní propojeny.

- `recordOfAnimations` – seznam aktuálně prováděných animací. Typu `ArrayList<RecordOfAnimation>`.
- `animationIndex` – index poslední provedené animace.
- `wayList` – aktuální seznam všech navštívených uzlů, pro animování vyhledávání. Typu `ArrayList<IGraphicNode>`.
- `wayIndex` – index posledního zvýrazněného uzlu.
- `balanceIndex` – index aktuálně kontrolovaného uzlu, používá se ve funkci `balanceTreeNext()`.
- Dále obsahuje všechny uložené parametry z konstruktoru jako je: `paneTree`, `animationSpeed`, `stageWidthProperty`, `stageHeightProperty`, `windowController`.

Vybrané metody:

- `insertRoot(INode root)` – metoda animuje vložení kořene. Kvůli skutečnosti, že uživatel může měnit velikost okna aplikace, musí mít kořen souřadnice, které se přizpůsobují aktuální šířce okna. K tomu slouží již zmíněná `stageWidthProperty`. S tímto atributem propojím `x` (`DoubleProperty`) kořene, navíc ji vydělím dvěma, abych pozicoval uzel přímo doprostřed okna. Tím zaručím, že kořen bude vždy uprostřed okna.
- `insertNode(Result result, int value)` – metoda je volána z `WindowController` při kliknutí uživatele na tlačítko *Vložit*. Nejprve se vkládanému uzlu uloženého v `result` nastaví počáteční souřadnice a je vložen do okna, zároveň je uložen do `newIGraphicNode`. Poté je zavolána metoda `startAnimation(result.getRecordOfAnimations())`.
- `deleteNode(Result result, int value)` – pokud je mazaný uzel nalezen volá `startAnimation(result.getRecordOfAnimations())`. Při nenalezení pouze zobrazí animaci hledání.
- `searchNode(Result result, int value)` – připraví prostředí na hledání a zavolá `startAnimation(result.getRecordOfAnimations())`.
- `startAnimation(ArrayList<RecordOfAnimation> recordOfAnimations)` – tato funkce pouze připraví prostředí pro spuštění animací. Tato příprava spočívá v nastavení všech potřebných atributů na výchozí hodnoty, určení rychlosti animace, uložení aktuálního seznamu animací, atd.). Dále volá funkci `nextAnimation()`.
- `nextAnimation()` – funkce má na starost postupné vykonávání animací ze seznamu `recordOfAnimations`. Obsahuje `switch`, který podle typu animace zavolá příslušnou funkci. Ukázka této funkce naleznete zde [11](#).

- `insertNodeAnimation()` – zde je prováděna animace vkládání nového uzlu. Souřadnice nově umístěného uzlu určím pomocí tohoto kódu 10. Po dokončení animace je zavolána funkce `insertNodeAnimationFinished()`, která tyto souřadnice uloží do vloženého uzlu a zařídí pokračování dalších animací, tak že navýší `animationIndex` o 1 a zavolá funkci `nextAnimation()`.
- `createBranch(IGraphicNode node)` – funkce vytvoří pro daný uzel *větev*, nebo-li hranu mezi tímto uzlem a jeho rodičem.
- `checkBranches()` – funkce ověří, zda všechny vykreslené uzly, mají zobrazené příslušné *větve*. Pokud se tam nějaká větev nenachází, tak jí zobrazí. Neobsahuje-li uzel větev, která by se měla zobrazit, tak je nejprve vytvořena a pak i zobrazena.
- `balanceTree()` a `balanceTreeNext()` – funkce, která zajišťuje korektní zobrazení stromů. `balanceTree()` je volána při dokončení všech animací. Uvnitř funkce se pomocí rekurzivní funkce `countChildren()` aktualizuje počet potomků u všech uzlů. Pak je zavolána funkce `balanceTree()` a ta pomocí rekurze postupně prochází `listGraphicNodes`. Pro každý uzel vypočítá správné souřadnice a porovná je s aktuálním umístěním uzlu. Pokud se souřadnice liší, tak je potřeba uzel posunout na správné místo. Tímto postupem je zaručeno, že se žádný uzel nebude překrývat. Ukázka funkce je zde 12.
- Dále jsou zde implementovány metody na příslušné animace:
`deleteNodeAnimation()`, `moveNodeAnimation()`, `moveValueAnimation()`,
`updateFactor()`, `rrAnimation()`, `rlAnimation()`, `llAnimation()`,
`lrAnimation()`.

```

1 DoubleProperty x = new SimpleDoubleProperty();
2 DoubleProperty y = new SimpleDoubleProperty();
3
4 if (result.getSide() == Side.LEFT) {
5     x.bind(new IGraphicNode.getParent().getX().subtract(graphicNodeSize
6         ));
7 } else {
8     x.bind(new IGraphicNode.getParent().getX().add(graphicNodeSize));
9 }
10 y.bind(new IGraphicNode.getParent().getY().add(DOWNMARGIN));
11 new IGraphicNode.setX(x);
12 new IGraphicNode.setY(y);

```

Zdrojový kód 10: Ukázka určení souřadnic nově vloženého uzlu

```

1 private void nextAnimation() {
2     //pokud už proběhly všechny animace
3     if (animationIndex >= recordOfAnimations.size()) {
4         balanceTree();
5         return;
6     }
7
8     switch (recordOfAnimations.get(animationIndex).getAction().) {
9     case SEARCH:
10         wayIndex = 0;
11         nextSearchNode();
12         break;
13
14     case INSERT:
15         insertNodeAnimation();
16         break;
17
18     case DELETE:
19         deleteNodeAnimation();
20         break;
21
22     case MOVENODE:
23         moveNodeAnimation();
24         break;
25     ...

```

Zdrojový kód 11: Zkrácená ukázka nextAnimation()

```

1 xAnimatedNode = new SimpleDoubleProperty();
2 IGraphicNode iGraphicNode = listGraphicNodes.get(balanceIndex);
3
4 if (iGraphicNode.getSide() == Side.LEFT) {
5     xAnimatedNode.bind(iGraphicNode.getParent().getX().subtract(
6         graphicNodeSize).subtract(graphicNodeSize * iGraphicNode.
7         getRightChildrenCount()));
8
9 } else {
10     xAnimatedNode.bind(iGraphicNode.getParent().getX().add(
11         graphicNodeSize).add(graphicNodeSize * iGraphicNode.
12         getLeftChildrenCount()));
13 }
14
15 //pokud uzel nemá správné souřadnice provedu posunutí
16 if (iGraphicNode.getX().get() != xAnimatedNode.get()) {
17     ...
18 }

```

Zdrojový kód 12: Ukázka výpočtu správného umístění uzlu

4 Uživatelská příručka

Uživatelská příručka obsahuje návod, který popisuje jak aplikaci spustit a její funkčnost. Jsou zde popsány i všechny komponenty okna a práce s nimi.

4.1 Minimální požadavky aplikace

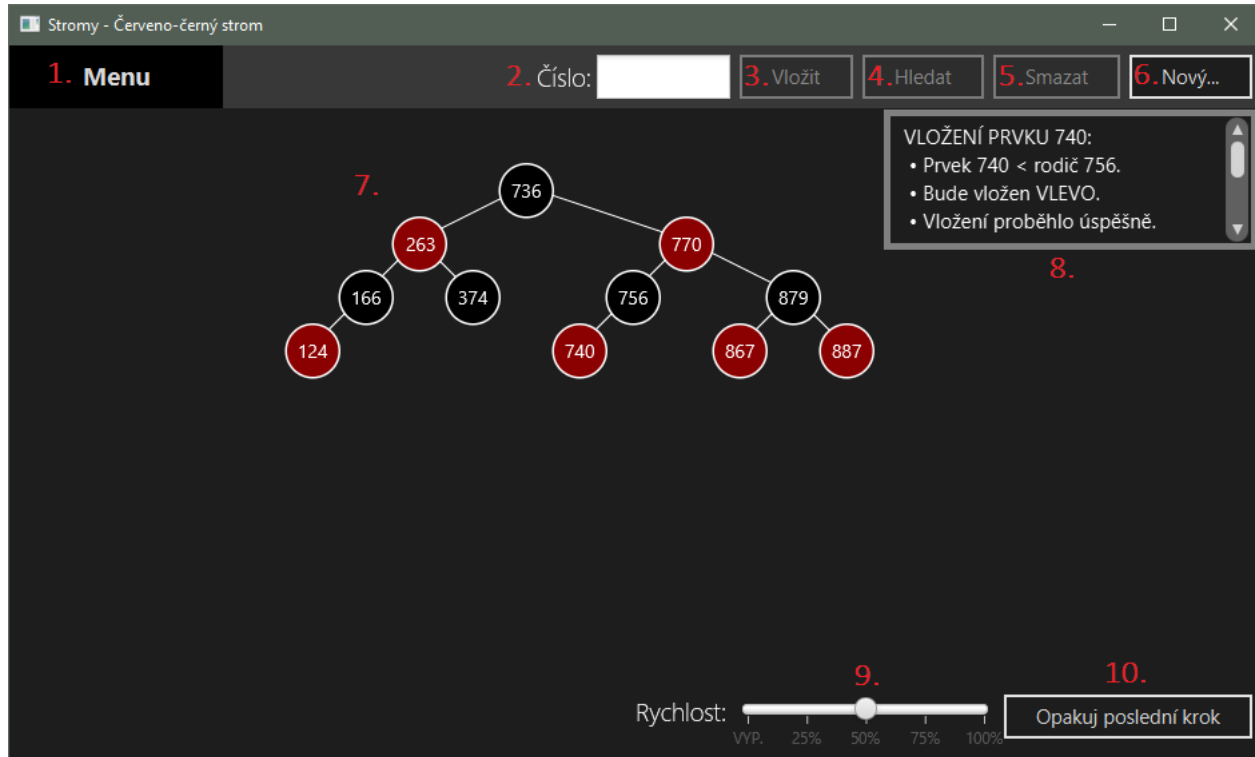
- Windows 10 nebo macOS 10.12 Sierra.
- JVM verze 8.
- Rozlišení obrazovky aspoň 1366×768.

4.2 Spuštění

Aplikaci není třeba instalovat. Před samotným spuštěním je pouze potřeba mít nainstalovaný JVM verze 8, který dostupný z adresy: <https://java.com/en/download/>. Samotnou aplikaci STROMY.JAR stačí zkopírovat z adresáře bin/ a spustit.

4.3 Okno aplikace

Po spuštění se zobrazí hlavní okno programu viz. obrázek 35. V titulku okna je název aktuálně zvoleného stromu.



Obrázek 35: Hlavní okno programu.

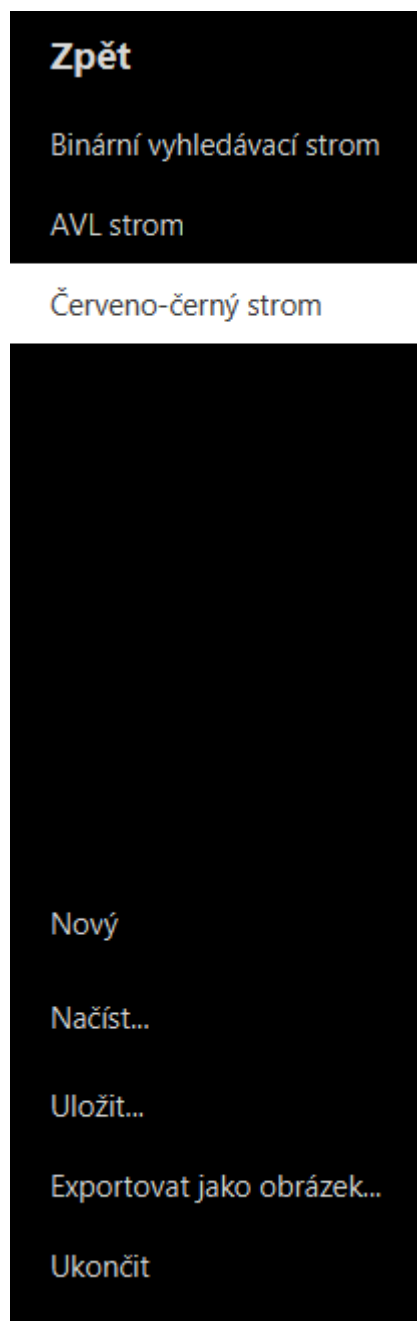
4.3.1 Popis okna aplikace

1. Menu – slouží k výběru stromu viz. obrázek 36. Aktuální strom je v menu zvýrazněn bílou barvou. Menu skryjeme po kliknutí na položku *Zpět*.

Další funkce menu:

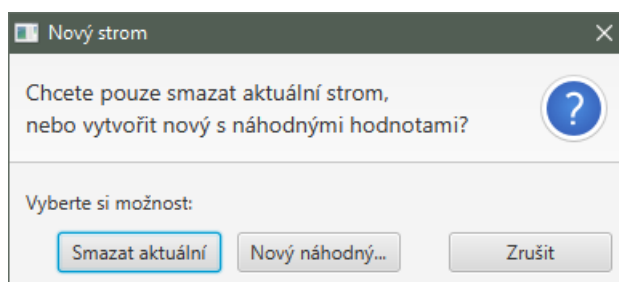
- *Nový* – Smaže aktuální strom.
 - *Načíst...* – Zobrazí standardní okno pro výběr umístění uloženého souboru *název.tree*.
 - *Uložit...* – Zobrazí standardní okno pro výběr umístění a názvu ukládaného souboru. Na dané místo uloží aktuální strom jako *název.tree*.
 - *Exportovat jako obrázek...* – Zobrazí standardní okno pro výběr umístění a názvu obrázku. Na dané místo uloží obrázek aktuálního stromu jako *název.png*.
 - *Ukončit* – Ukončí aplikaci.
2. Textové pole – pro uživatelské zadávání číselných hodnot. Rozmezí čísla je 0 až 10 000. Při zadání čísla se automaticky tlačítka, které je možné v daném případě použít stávají aktivními.
 3. Tlačítko *Vložit* – slouží ke vkládání uživatelem zadané hodnoty do aktuálního zobrazeného stromu. Je aktivní vždy, pokud uživatel zadá nějakou hodnotu.
 4. Tlačítko *Hledat* – slouží k hledání uživatelem zadané hodnoty v aktuálním zobrazeném stromu. Je aktivní, pokud strom má alespoň kořen a textové pole obsahuje nějakou uživatelem zadanou hodnotu.
 5. Tlačítko *Smazat* – slouží k odebrání uzlu s uživatelem zadanou hodnotou v aktuálně zobrazeném stromu. Je aktivní, pokud strom má alespoň kořen a textové pole obsahuje nějakou uživatelem zadanou hodnotu.
 6. Tlačítko *Nový...* – po kliknutí zobrazí dialog 37. V tomto dialogu je možno aktuální strom vymazat nebo vytvořit náhodný strom. Při výběru *Nový náhodný...* se zobrazí dialog 38, kde zadáme počet hodnot ve stromě a po potvrzení je strom vytvořen.
 7. Kreslicí plocha – zde je vykreslován strom, jsou zde i prováděny animace.
 8. Popis operací – stručný popis aktuálně prováděných operací, který si lze pročíst i po provedení animace. Tento popis lze přesunout, pomocí chycení šedého okraje, kamkoliv po kreslicí ploše programu.
 9. Rychlost animací – před prováděním animace, lze vybrat její rychlost, případně i animace vypnout.

10. Tlačítko *Opakuj poslední krok* – po kliknutí na tlačítko se zopakuje poslední provedená operace. Toto tlačítko je aktivní, pokud je uložena nějaká předchozí operace.

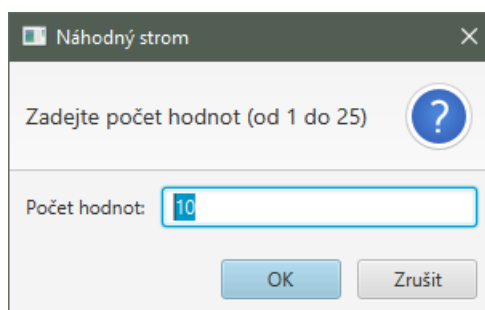


Obrázek 36: Menu programu.

Dialogové okna aplikace:



Obrázek 37: Dialogové okno navázané na tlačítko *Nový...*



Obrázek 38: Dialogové okno pro náhodný strom.

4.3.2 Klávesové zkratky

Při zadávání hodnoty do textového pole, je možné volat operace pomocí klávesových zkratk:

- *ENTER* – zavolá operaci *Vložit*.
- *F* – zavolá operaci *Hledat*.
- *DELETE* – zavolá operaci *Smazat*.

Závěr

Výsledkem bakalářské práce je aplikace STROMY, která může sloužit k potřebě výuky *Binárních vyhledávacích*, *AVL* a *červeno-černých stromů*. Aplikace názorně animuje operace *Vyhledávání*, *Vkládání* a *Odebírání*. Tyto operace jsou zároveň stručně popsány, navíc je možnost je znovu zopakovat, což umožňuje lepší pochopení dané operace. Aplikace dále umožňuje ukládat a načítat vytvořené stromy a exportovat je jako obrázek. Tento obrázek se pak dá vytisknout nebo použít v textu studijních materiálů.

Aplikace je naprogramována s důrazem na jednoduchost a obecnost. Toto zobecnění hlavních částí programu umožňuje v budoucnu doprogramovat další typy stromů, aniž by se musela předělávat celá aplikace.

Program se dá rozšířit například o datové struktury: *B strom*, *B+ strom*, *2-3-4 strom* a jiné. Další rozšíření bych osobně viděl v tom, že bych přidal podporu pro testování znalostí uživatele na náhodných příkladech stromů, kde by uživatel sám upravoval zobrazený strom na základě programem zadané operace. Tento uživatelem upravený strom by byl následně vyhodnocen, případně zobrazeno správné řešení. Do aplikace by i mohl být přidán seznam všech typů animací, které by byly při výběru zobrazeny. Tyto animace by se týkaly všech možných operací a jejich případů. Například při operaci odebírání by bylo možné si zobrazit odebírání kořene s počtem potomků 0, 1 nebo 2. Přitom u 2 potomků by byly na výběr opět všechny možné situace. Tak by bylo možné si zobrazit všechny druhy animací, bez nutnosti předem vytvořit potřebně vypadající strom. Mezi další vylepšení bych určitě zařadil možnost upravení grafického vzhledu programu. K tomuto bych využil možnosti *JavaFx*, která umožňuje měnit způsob zobrazování elementů okna pomocí kaskádových stylů.

Conclusions

The result of this bachelor thesis is the application STROMY, which can be used to teach about *Binary Search*, *AVL* and *Red-Black Trees*. The application displays animations of the operations *Search*, *Insertion*, and *Removal*. These operations are briefly described, there is also a possibility to repeat them again, which allows better understanding of the operation. The application also allows you to save and load created trees and export them as an image. This image can then be printed or used in the text of the study materials.

The application is programmed with emphasis on simplicity and generality. This generalization of the major parts of the program allows you to program additional types of trees in the future without having to remodel the entire application.

The program can be expanded for example by data structures: *B tree*, *B+ tree*, *2-3-4 tree* and others. I would see another extension myself by adding support for testing user's knowledge on random tree examples where the user would modify the tree displayed by the program's specified operation. This user-modified tree would then be evaluated or the correct solution would be displayed. A list of all the types of animations that would be displayed during selection could be added to the app as well. These animations would cover all possible operations and their cases. For example, in the removal operation, it would be possible to display root removal with 0, 1 or 2 descendants. In the case of 2 offspring, all possible situations could be selected again. This would allow you to view all sorts of animations without the need to pre-create the necessary looking tree. Among other improvements I would certainly have included the possibility to adjust the graphical interface of the program. For this I would use the JavaFx option, which allows you to change the way the window elements are displayed using cascading styles.

A Obsah přiloženého CD/DVD

bin/

Program STROMY, spustitelné přímo z CD/DVD.

doc/

Text práce ve formátu PDF, vytvořený s použitím závazného stylu KI PřF UP v Olomouci pro závěrečné práce, včetně všech příloh, a všechny soubory potřebné pro bezproblémové vygenerování PDF dokumentu textu (v ZIP archivu), tj. zdrojový text textu, vložené obrázky, apod.

src/

Kompletní zdrojové kódy programu STROMY.

readme.txt

Instrukce pro spuštění programu STROMY, včetně všech požadavků pro jeho bezproblémový provoz.

Navíc CD/DVD obsahuje:

literature/

Vybrané položky bibliografie.

Literatura

- [1] BĚLOHLÁVEK, Radim. Algoritmická matematika 2 – část 1 [online]. 2012-05-15. [cit. 2018-07-07]. Dostupné z: <http://belohlavek.inf.upol.cz/vyuka/algoritmicka-matematika-2-1.pdf>
- [2] BĚLOHLÁVEK, Radim; VYCHODIL, Vilém. Diskrétní matematika pro informatiky II [online]. 2010-10-16. [cit. 2018-07-07]. Dostupné z: <http://belohlavek.inf.upol.cz/vyuka/dm2.pdf>
- [3] VEČERKA, Arnošt. Poznámky k přednáškám z předmětu Algoritmická matematika 2. Univerzita Palackého v Olomouci, 2018.
- [4] DVORSKÝ, Jiří. Algoritmy I.[online]. 2007-02-27. [cit. 2018-07-07]. Dostupné z: <http://www.cs.vsb.cz/dvorsky/Download/SkriptaAlgoritmy/Algoritmy.pdf>
- [5] FINLAYSON, Ian. Binary Search Trees [online]. [cit. 2018-07-07]. Dostupné z: <http://ianfinlayson.net/class/cpsc340/notes/20-binary-search-trees>
- [6] ADELSON-VELSKII, G. M.; LANDIS, E. M. An algorithm for the organization of information. Soviet Mathematics Doklady, 3:1259–1263, 1962. [online]. [cit. 2018-07-07] Dostupné z: <http://professor.ufabc.edu.br/jesus.mena/courses/mc3305-2q-2015/AED2-10-avl-paper.pdf>
- [7] CORMEN, Thomas H.; LEISERSON, Charles E.; RIVEST, Ronald L.; STEIN, Clifford. Introduction to Algorithms, 978-0-262-03384-8, 1990. [online]. 2011-04-04 [cit. 2018-07-07]. Dostupné z: <http://belohlavek.inf.upol.cz/vyuka/Cormen-RB-trees.pdf>
- [8] GALLES, David. Data Structure Visualizations [online]. [cit. 2018-07-07] Dostupné z: <https://www.cs.usfca.edu/galles/visualization/Algorithms.html>
- [9] ORACLE Java documentation [online]. [cit. 2018-07-07] Dostupné z: <https://docs.oracle.com/javase/8/javase-clienttechnologies.htm>
- [10] BLOCH, Joshua. Effective Java – Second Edition, 978-0321356680, 2001.
- [11] POMALORI, Andreas. JavaFX Programming Cookbook [online]. [cit. 2018-07-07] Dostupné z: <https://www.javacodegeeks.com/minibook/javafx-programming-cookbook>
- [12] TIOBY [online]. [cit. 2018-07-07] Dostupné z: <https://www.tiobe.com/tiobe-index/>