

Chapitre 2

Analyse statistique des images

Analyse statistique des images

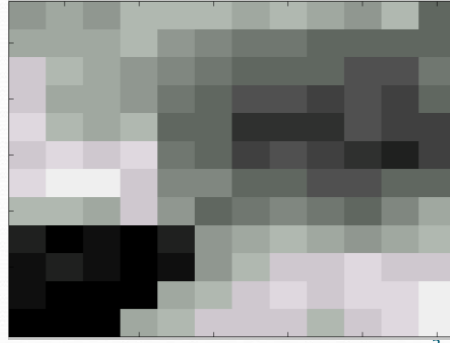
- Point de départ : matrice (MxN)
 - coordonnées des points
 - Niveau de Gris de chaque point (NdG)
- Codage des NdG :
 - n bits \Rightarrow niveaux entre 0 et $2^n - 1$
 - n=8 : noir \Rightarrow 0 et blanc \Rightarrow 255
- Codage :
 - bmp, tif... Gif, jpeg

Analyse statistique des images

- Exemple :
 - image 12x12
 - 16 NdG

10	11	10	12	12	12	11	12	11	10	12	7
11	11	11	12	10	9	8	8	7	7	7	7
13	12	11	10	9	8	7	7	7	6	6	8
13	11	11	10	8	7	6	6	5	6	5	7
14	12	11	12	7	7	4	4	4	6	5	5
13	14	13	14	8	7	5	6	5	4	3	5
14	15	15	13	9	9	7	7	6	6	7	7
12	12	11	13	10	7	8	9	8	7	9	11
3	0	2	1	3	10	11	12	11	10	11	12
2	3	2	1	2	10	12	13	13	14	13	13
2	0	0	0	11	12	13	14	13	14	14	15
1	1	1	11	12	13	13	13	12	13	14	15

Traitement d'images



3

Analyse statistique des images

- Moyenne des niveaux de gris

$$\bar{m} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N L(i, j)$$

- Variance des niveaux de gris

$$\sigma^2 = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (L(i, j) - \bar{m})^2$$

- dispersion des niveaux dans l'image

Traitement d'images

4

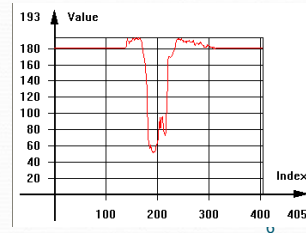
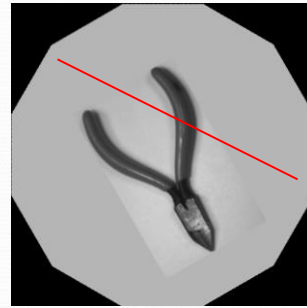
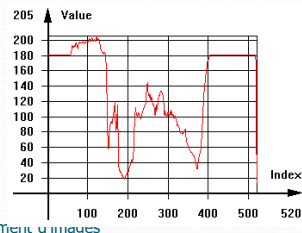
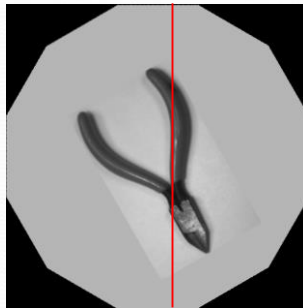
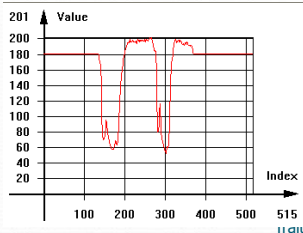
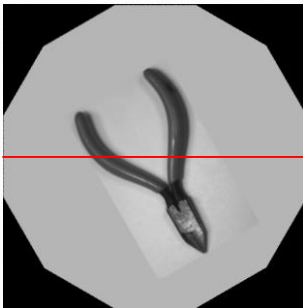
Analyse statistique des images

- Informations immédiates
 - blanc : 255 noir : 0 pour un codage sur 256 niveaux
- extréma
 - position des min et max dans l'image
 - détermination des zones d'intérêt
- Profil
 - Ligne ou colonne

Traitement d'images

5

Analyse statistique des images



Analyse statistique des images

- Normalisation des données
 - modification des données brutes permettant de comparer des images

$$L'(i,j)=L(i,j)-\bar{m} \qquad L'(i,j)=\frac{L(i,j)-\bar{m}}{\sigma}$$

- Quantité d'information
 - La quantité d'information apportée par un niveau est inversement proportionnelle à la probabilité de ce niveau

$$I(n) = \text{Log}\left(\frac{1}{P(n)}\right)$$

Traitement d'images

7

Analyse statistique des images

- Entropie
 - mesure de la quantité moyenne d'information apportée par chaque niveau de l'image

$$E(\text{Image}) = \sum_{n=0}^{2^k-1} P(n) \text{Log}_2\left(\frac{1}{P(n)}\right)$$

Traitement d'images

8

Analyse statistique des images

- Histogramme des niveaux de gris
 - L'histogramme associé à une image en niveaux de gris $([0, L - 1])$ est une fonction discrète $H(r_k) = n_k$, où $r_k, k \in [0, L - 1]$, est le k ème niveau de gris et n_k le nombre de pixels de l'image dont le niveau de gris est r_k
 - idée de l'image en termes d'intensité et de contraste
- Probabilité d'un NdG
- normaliser l'histogramme par rapport au nombre de pixels
 - $p(q) = H(q)/N$

Analyse statistique des images

- Histogramme cumulé
 - à partir de l'histogramme des niveaux

$$H_c(n) = \sum_{q=1}^n H(q)$$

- avec :

$$H_c(0) = H(0)$$

- et :

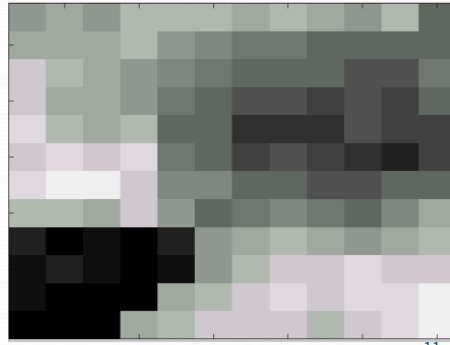
$$H_c(2^k - 1) = P$$

Analyse statistique des images

- Exemple :
 - image 12x12
 - 16 NdG

10	11	10	12	12	12	11	12	11	10	12	7
11	11	11	12	10	9	8	8	7	7	7	7
13	12	11	10	9	8	7	7	7	6	6	8
13	11	11	10	8	7	6	6	5	6	5	7
14	12	11	12	7	7	4	4	4	6	5	5
13	14	13	14	8	7	5	6	5	4	3	5
14	15	15	13	9	9	7	7	6	6	7	7
12	12	11	13	10	7	8	9	8	7	9	11
3	0	2	1	3	10	11	12	11	10	11	12
2	3	2	1	2	10	12	13	13	14	13	13
2	0	0	0	11	12	13	14	13	14	14	15
1	1	1	11	12	13	13	13	12	13	14	15

Traitement d'images



11

Analyse statistique des images

- Exemple
 - sur l'image suivante calculer et représenter
 - valeur moyenne
 - écart type
 - histogramme des niveaux
 - probabilité des niveaux
 - histogramme cumulé
 - probabilité cumulée

Traitement d'images

12

Analyse statistique des images

- Valeur moyenne
 - image M=12x N=12 : P =144 (pixels)
 - NdG entre 0 et 15 : codage sur n=4 bits : 16 codes
 - valeur moyenne

$$\bar{m} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N L(i, j) = 8.81$$

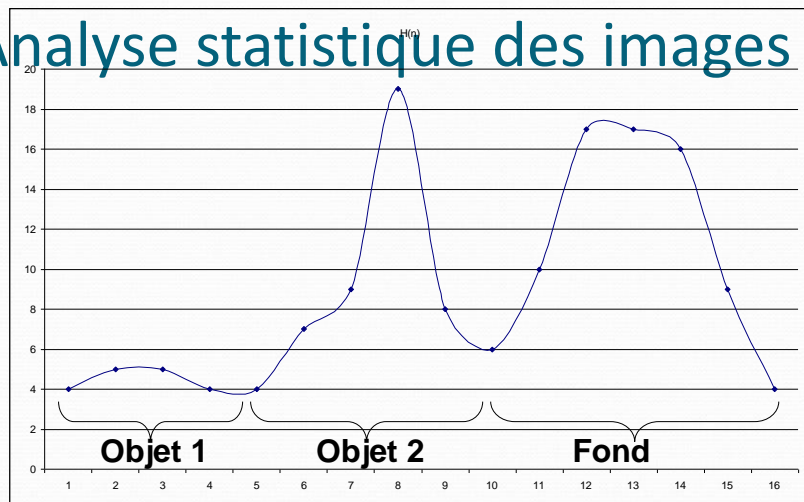
- écart type

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (L(i, j) - \bar{m})^2} = 3.98$$

Traitement d'images

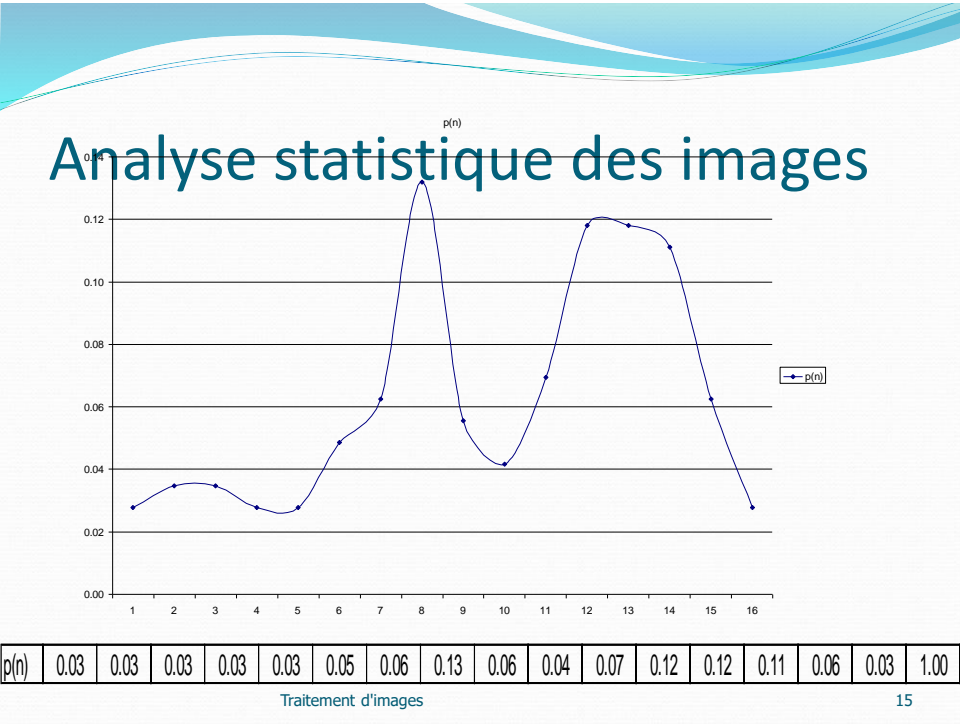
13

Analyse statistique des images

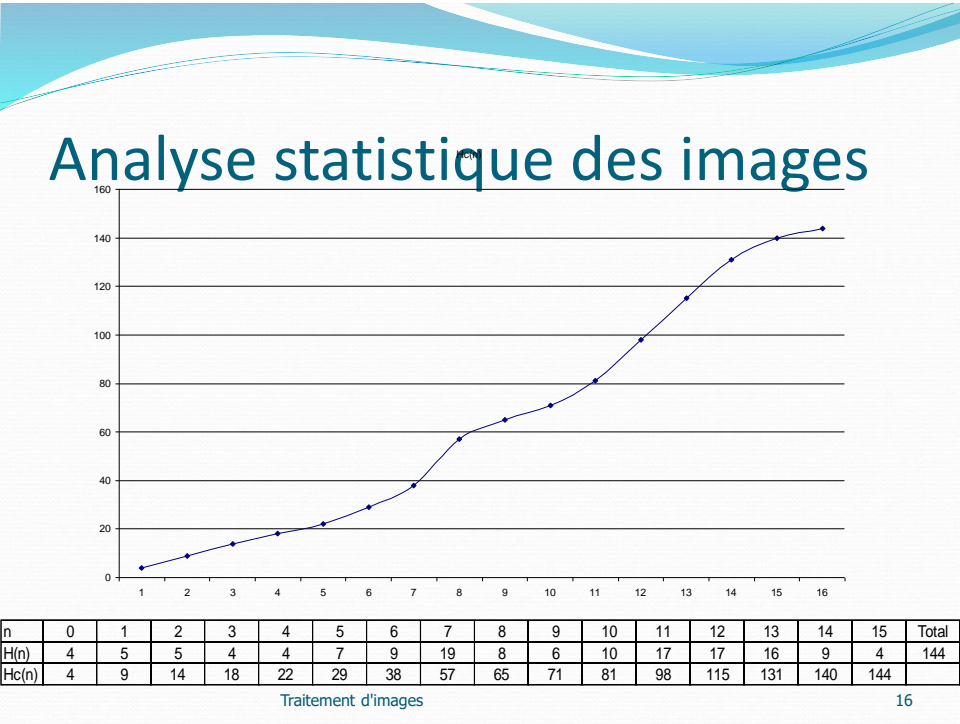


Traitement d'images

14



15



16

Amélioration des images

- histogramme : Outil de base pour l'étude de la dynamique d'une scène, il est utilisé par certains opérateurs d'analyse. On retiendra cependant qu'il ne faut pas considérer l'histogramme comme une caractéristique fondamentale de l'image dans la mesure où on peut le transformer radicalement sans changer significativement l'image.

Modification de la dynamique

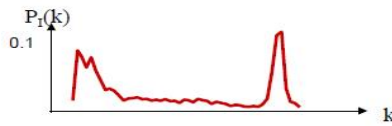
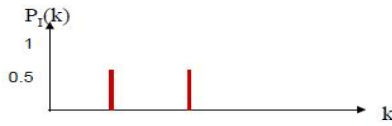
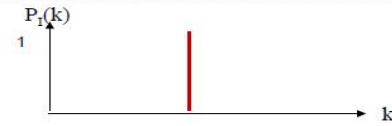
- Modification du contraste
 - Amélioration subjective
 - Image initiale I_1 contraste apparent mauvais
 - Modification de l'intensité de cette image
 - Nouvelle image I_2 permettant la mise en valeur de certaines zones:

$$I_1(i,j) \xrightarrow{G} I_2(i,j)$$

Où G est une application non linéaire indépendante de la position des pixels dans l'image

- Aucune information nouvelle, mais meilleure visualisation de l'image

Dynamique d'une image



Dynamique d'une image = [valeur_min, valeur_max]

Traitement d'images

19

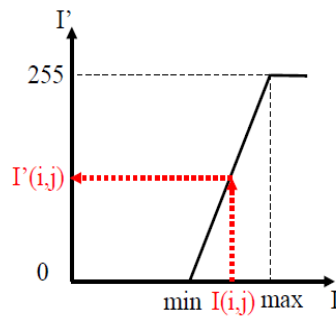
Amélioration du contraste

- Plusieurs méthodes possibles :
 - Transformation linéaire
 - Transformation linéaire avec saturation
 - Transformation linéaire par morceau
 - Transformation non-linéaire
 - Égalisation de l'histogramme

Traitement d'images

20

Transformation linéaire



$$\frac{\max - \min}{I(i,j) - \min} = \frac{255 - 0}{I'(i,j) - 0}$$

Alors :

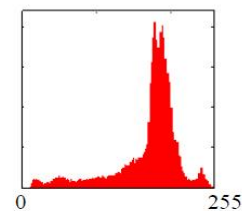
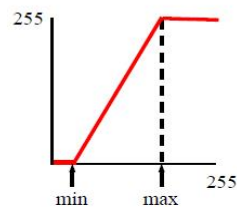
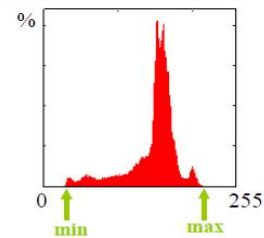
$$I'(i,j) = \frac{255}{\max - \min} (I(i,j) - \min)$$

$$I'(i,i) = \frac{255}{\max - \min} (I(i,j) - \min) \text{ avec } \frac{(I(i,j) - \min)}{\max - \min} \in [0,1]$$

Traitement d'images

21

Transformation linéaire



Traitement d'images

22

Implémentation

```
Pour i=1 à nblig
  Pour j=1 à nbcol
    I'(i,j) = 255*(I(i,j)-minI)
              /(maxI-minI);
```

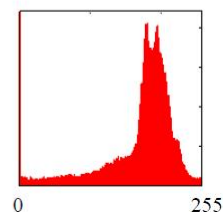
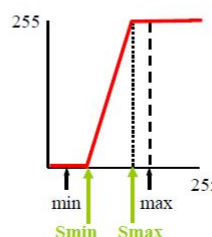
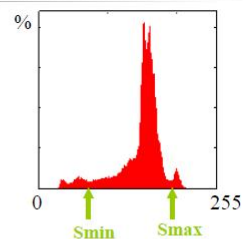
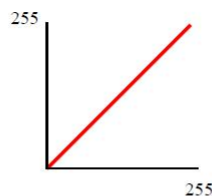
Pas optimal

→ Utilisation d'une LUT (Look Up Table)

```
/* Initialisation de la LUT */
Pour i=0 à 255
  LUT[i]=255*(i-minI)/(maxI-minI);

/* Initialisation de la LUT */
Pour i=1 à nblig
  Pour j=1 à nbcol
    I'(i,j) =LUT[I(i,j)];
```

Transformation linéaire avec saturation



Transformation linéaire avec saturation

$$I'(i, j) = \frac{255}{S_{\max} - S_{\min}} (I(i, j) - S_{\min})$$

$$I'(i, j) \leq 0 \Rightarrow I'(i, j) = 0$$

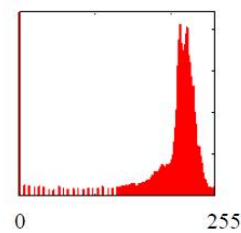
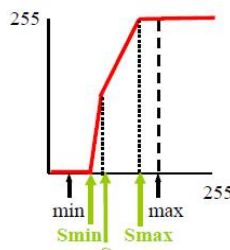
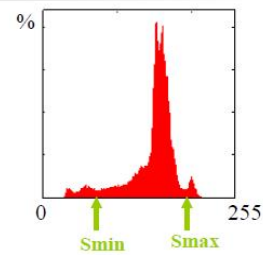
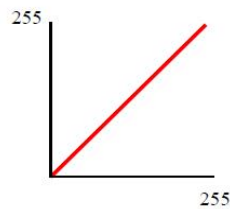
$$I'(i, j) \geq 255 \Rightarrow I'(i, j) = 255$$

$$\min(I(i, j)) \leq S_{\min} < S_{\max} \leq \max(I(i, j))$$

Traitement d'images

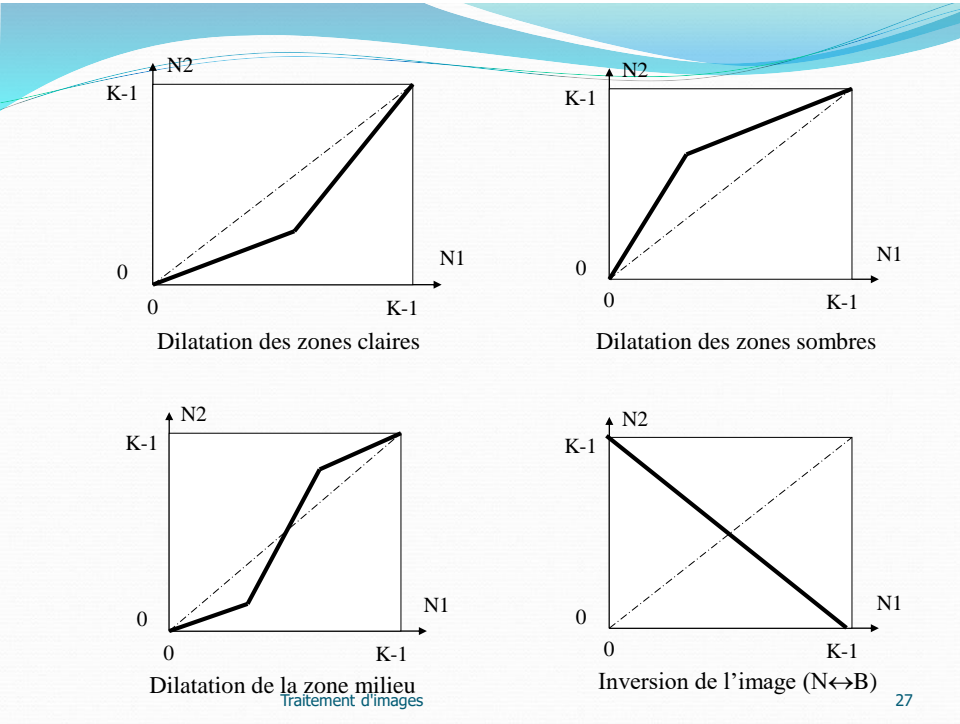
25

Transformation linéaire par morceaux

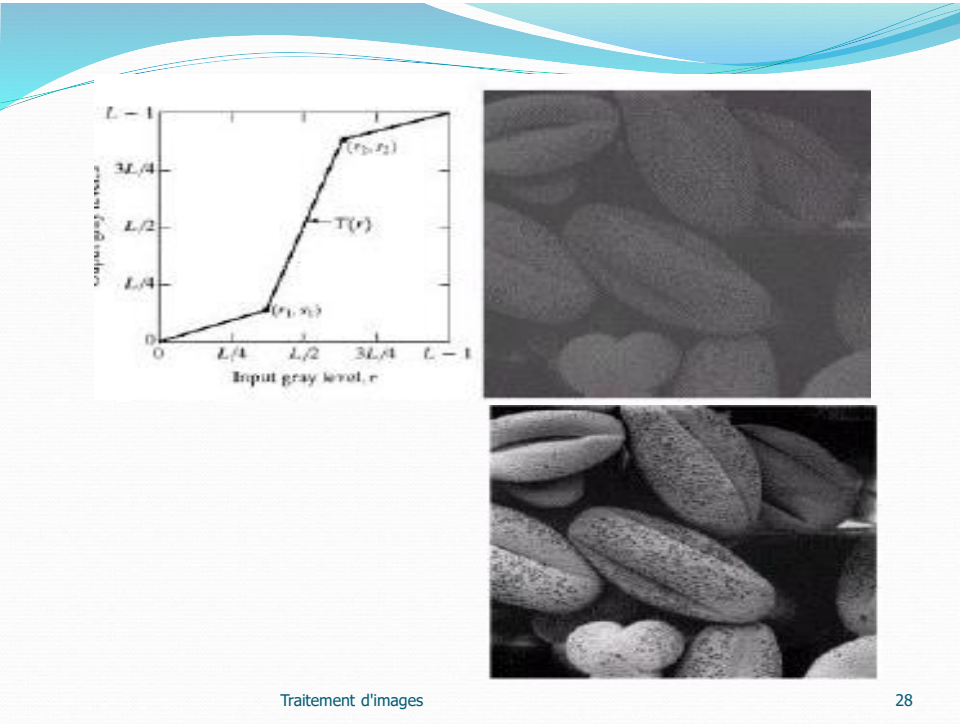


Traitement d'images

26



27

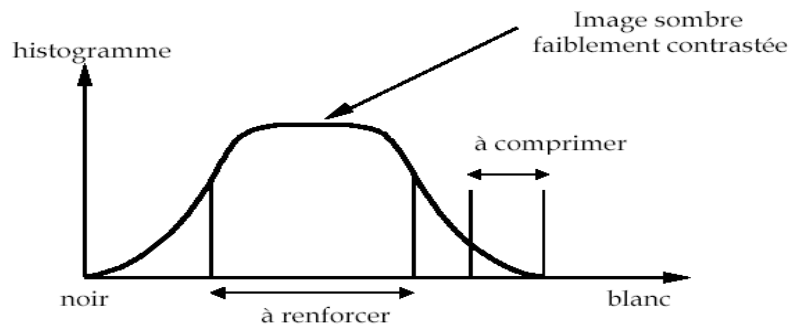


Traitement d'images

28

Egalisation d'histogramme

- Égalisation de l'histogramme
 - L'idée de base à cette technique est de renforcer le contraste des parties intéressantes de l'image.

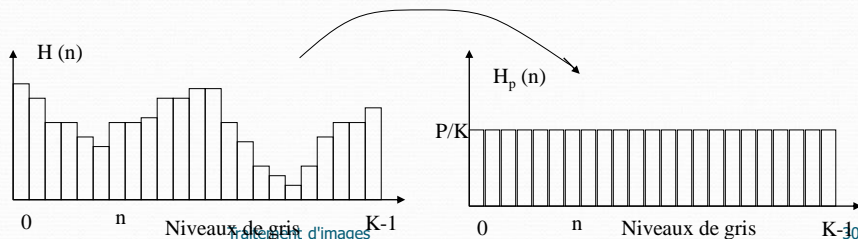


Traitement d'images

29

Principe(1)

- Augmentation du contraste visuel
- Ajuster l'histogramme de l'image
- Histogramme plat = Entropie maximum
- Normalisation des informations (comparaison)
- Égalisation de l'histogramme pour tendre vers un histogramme plat



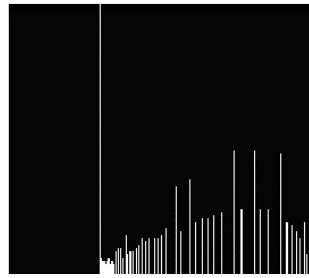
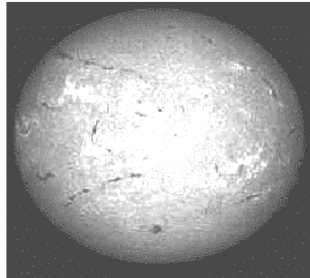
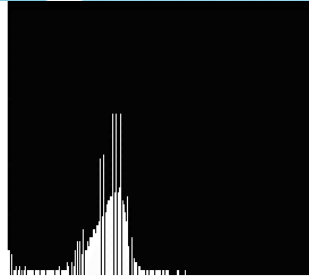
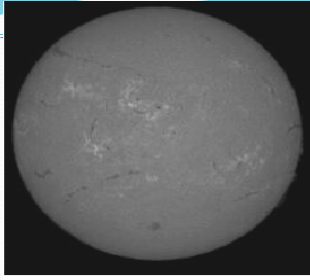
Principe (2)

- Histogramme plat
 - I_2 transformée de I_1
 - $H(I_2)$ plat
 - Chaque niveau avec R pixels
 - P pixels
 - K NdG
 - $R=P/K$
- Inconvénients
 - éclatement d'un niveau sur plusieurs
 - baisse de contraste

Principe (3)

- Histogramme égalisé
 - Approcher au maximum l'histogramme plat
 - Resserrement des classes faibles
 - Pseudo dilatation des classes fortes par insertion de classe vides
 - Une classe n'est jamais fractionnée
- Méthode employée
 - Atteindre une densité de probabilité uniforme dont la loi est :
$$p(n)=1/K$$
 - Utilisation des probabilités cumulées
 - n_1 transformation du niveau n
 - $n_1 = \text{Ent}(A)$ avec $A=(K-1)xp_c(n)$

E



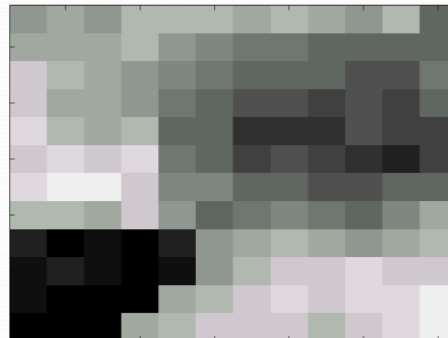
Traitement d'images

33

Modification de l'histogramme

- Exemple :
 - image 12x12
 - 16 NdG

10	11	10	12	12	12	11	12	11	10	12	7
11	11	11	12	10	9	8	8	7	7	7	7
13	12	11	10	9	8	7	7	7	6	6	8
13	11	11	10	8	7	6	6	5	6	5	7
14	12	11	12	7	7	4	4	4	6	5	5
13	14	13	14	8	7	5	6	5	4	3	5
14	15	15	13	9	9	7	7	6	6	7	7
12	12	11	13	10	7	8	9	8	7	9	11
3	0	2	1	3	10	11	12	11	10	11	12
2	3	2	1	2	10	12	13	13	14	13	13
2	0	0	0	11	12	13	14	13	14	14	15
1	1	1	11	12	13	13	13	12	13	14	15



Traitement d'images

34

Modification de l'histogramme

- Égalisation d'histogramme
- Exemple 1; $n=0$
 - Accumulation des n_i à 0
 - $H_{eg}(0) = 4+5=9$
- Exemple 2; $n=4$
 - Pas de niveaux 4 en $n_1 \Rightarrow H_{eg}(4) = 0$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total
H(n)	4	5	5	4	4	7	9	19	8	6	10	17	17	16	9	4	144
H _c (n)	4	9	14	18	22	29	38	57	65	71	81	98	115	131	140	144	
p(n)	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,05	0,06	0,13	0,06	0,04	0,07	0,12	0,12	0,11	0,06	0,03	1
p _c (n)	0,03	0,06	0,10	0,13	0,15	0,20	0,26	0,40	0,45	0,49	0,56	0,68	0,80	0,91	0,97	1,00	1
H _p (n)	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	144
A	0,42	0,94	1,46	1,88	2,29	3,02	3,96	5,94	6,77	7,40	8,44	10,21	11,98	13,65	14,58	15,00	
n ₁	0	0	1	1	2	3	3	5	6	7	8	10	11	13	14	15	
H _{eg} (n)	9	9	4	16	0	19	8	6	10	0	17	17	0	16	9	4	144

Ecart type de l'image

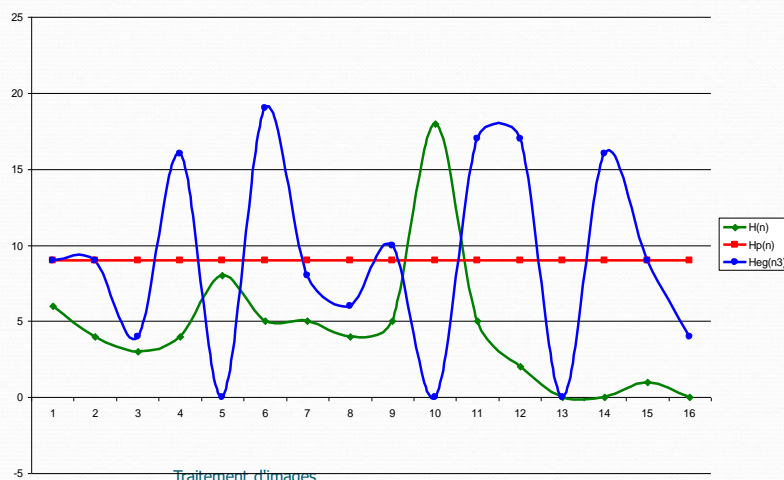
3,9759

Traitement d'images

35

Modification de l'histogramme

- Les différents histogrammes



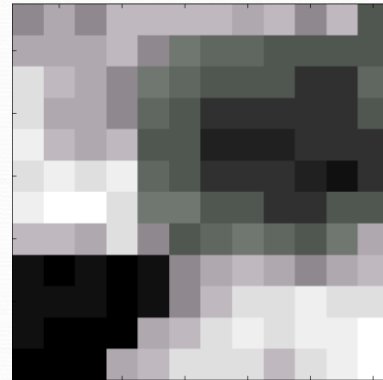
Traitement d'images

36

Modification de l'histogramme

- Égalisation d'histogramme

8	10	8	11	11	11	11	10	11	8	11	5
10	10	10	11	8	7	6	6	5	5	5	5
13	11	10	8	7	6	5	5	5	3	3	6
13	10	10	8	6	5	3	3	3	3	3	5
14	11	10	11	5	5	2	2	2	3	3	3
13	14	13	14	6	5	3	3	3	2	1	3
14	15	15	13	7	7	5	5	3	3	5	5
11	11	10	13	8	5	6	7	6	5	7	10
1	0	1	0	1	8	10	11	10	8	10	11
1	1	1	0	1	8	11	13	13	14	13	13
1	0	0	0	10	11	13	14	13	14	14	15
0	0	0	10	11	13	13	13	11	13	14	15



Traitement d'images

37

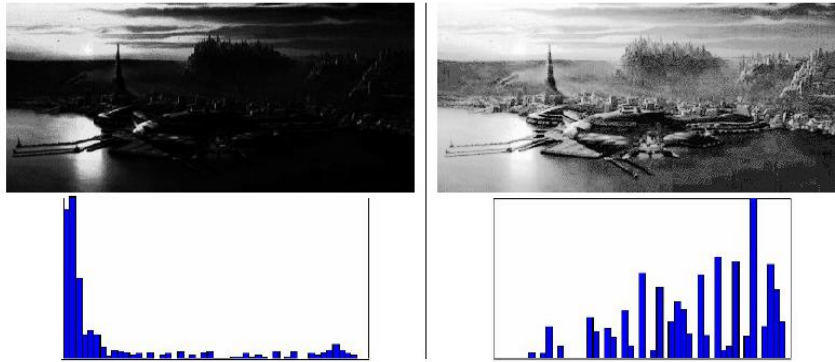
Remarque

- Problèmes posés par la technique d'égalisation d'histogramme
 - l'histogramme caractérise toute l'image,
 - des niveaux de gris inintéressants peuvent être largement représentés,
 - l'égalisation peut renforcer les domaines inintéressants.
- Solution: traiter uniquement la région intéressante, en délimitant la région d'intérêt, en calculant son histogramme, et en modifiant uniquement cette zone.

Traitement d'images

38

Exemple



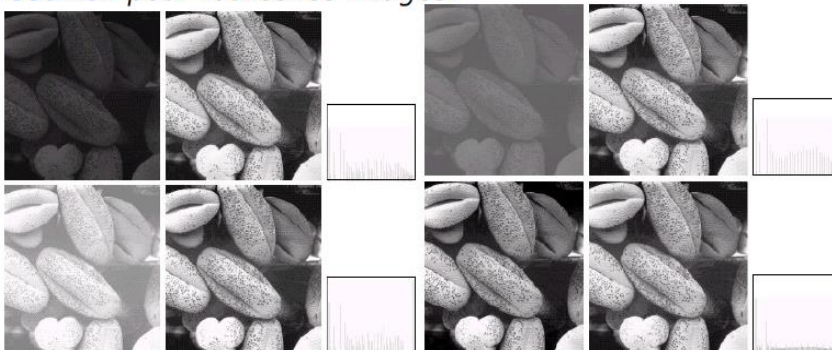
L'égalisation d'histogramme peut améliorer une image là où la correction de dynamique de l'histogramme est inefficace.

Traitement d'images

39

Egalisation d'histogramme

Si on prend la **même image** avec des **contrastes différents**, l'égalisation d'histogramme donne le **même résultat** pour toutes les images.



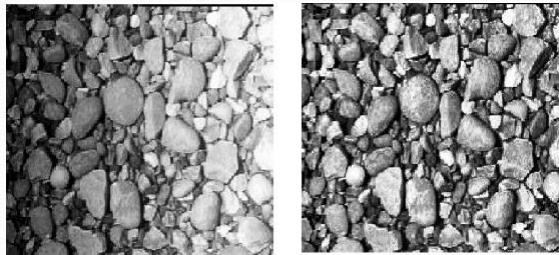
Traitement d'images

40

Egalisation (locale) de l'histogramme

- appliquer l'égalisation d'histogramme sur une *fenêtre* glissant sur l'image, de sorte que l'on ne considère qu'un voisinage local pour l'égalisation.

Egalisation d'histogramme par une fenêtre 40 x 40 (la variation lente de luminance a disparu)

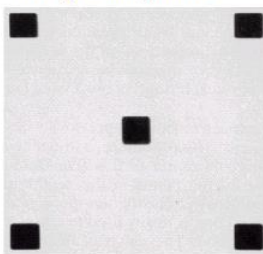


Traitement d'images

41

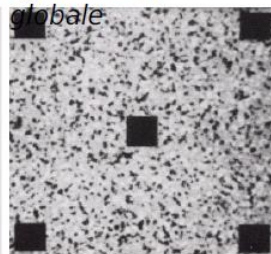
Egalisation (locale) de l'histogramme

Image originale



a b c

Egalisation
globale



Egalisation locale

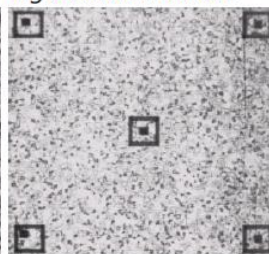


FIGURE 3.23 (a) Original image. (b) Result of global histogram equalization. (c) Result of local histogram equalization using a 7×7 neighborhood about each pixel.

L'égalisation **locale** de l'histogramme est faite en prenant une fenêtre de 7×7 autour de chaque pixel.

Traitement d'images

42