



Allan Victor Almeida Faria (190127180), Ananda Almeida de Sá (150117345),  
Bruno Marão Raposo (180098888)

## **Trabalho de Regressão Linear**

Trabalho de Regressão Linear de Análise  
de dados hospitalares.

Universidade de Brasília (UnB)  
Instituto de Ciências Exatas (IE)  
Departamento de Estatística (DE)

Brasília, DF

06/05/2022

# Sumário

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>3</b>
<b>OBJETIVOS</b>	<b>4</b>
<b>METODOLOGIA</b>	<b>5</b>
<b>ANÁLISE</b>	<b>6</b>
<b>RESULTADOS</b>	<b>12</b>
<b>Dividir dados</b>	<b>12</b>
<b>Modelagem para Número de enfermeira(o)s</b>	<b>12</b>
Pressupostos para um modelo inicial	13
Transformação Box-cox	15
Modelagem dos pressupostos do Hospital	15
Comparação entre modelos	17
<b>Duração da internação</b>	<b>18</b>
Comparação entre modelos	21
<b>CONCLUSÃO</b>	<b>24</b>



## Introdução

Realizar uma pesquisa com auxílio das ferramentas estatísticas para avaliar quais são os parâmetros que melhor predizem as questões que são frequentemente levantadas na área da saúde é imprescindível quando o assunto é a melhoria no âmbito do tratamento da sociedade como um todo. O intuito do presente documento é identificar as variáveis que se relacionam o número de enfermeiro(s) e a duração de internação de uma amostra aleatória de 113 hospitais selecionados aleatoriamente dentre 338 pesquisados nos Estados Unidos no período de 1975-1976. Sendo assim, utilizando a análise de regressão, as variáveis definidas no decorrer do documento direcionam melhor qualquer tomada de decisão a ser tomada.



## Objetivos

A fim de estudar sobre a duração da internação nos hospitais dos Estados Unidos no período de 1975-1976, foi retirada uma amostra aleatória de 113 hospitais selecionados entre 338 pesquisados, para isso foram propostas as seguintes hipóteses:

A primeira é verificar se o número de enfermeira(o)s está relacionado às instalações, ou seja, os números de leitos do hospital, e se há diferenças entre os serviços disponíveis pelos hospitais. Além de verificar se a mesma variável resposta mencionada anteriormente varia segundo a região.

Já a segunda é verificar se a duração da internação está associada a características do paciente, seu tratamento e do hospital.



## Metodologia

A metodologia neste estudo usa técnicas de modelagem de regressão linear, na tentativa de construir modelos para a predição do número de enfermeira(o)s e a duração da internação. Dentre a proposta do estudo, para avaliar entre diferentes tipos de modelos empregados, utiliza-se métodos de seleção de variáveis como “Feedforward”, “Backward” e “Stepwise” juntamente com métricas como RSS (Residual Sum of Squares), cp de mallows ( $c(p)$ ), Akaike information criterion (AIC) e testes estatísticos para avaliação destes.

Para avaliar os pressupostos dos modelos lineares, como a homocedasticidade, normalidade e multicolinearidade, o uso da visualização dos gráficos de resíduos vs os valores preditos para avaliar a homocedasticidade, o teste de normalidade de Shapiro-Wilk e para multicolinearidade o uso do Variance inflation factor (VIF) ou GVIF para o caso generalizado. Sobre pontos influentes na estimação dos parâmetros, a utilização dos DFBetas e DFFits e correlação de Pearson também foram utilizadas.

A qualidade do modelo é avaliada sobre os dados de validação com a métrica da raiz do erro quadrático médio (RSME) dado por:

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum(\hat{Y} - Y)^2}}{N}$$

Que avalia o desvio padrão médio das predições do modelo regressão  $\hat{Y}$ , sobre a variável resposta  $Y$ .

O programa utilizado para analisar os dados, modelar e testar com base nos dados será o R Studio, versão 4.2.0.



## Análise

Sobre a Tabela 1, temos a descrição das variáveis disponíveis pelo banco de dados disponibilizado pelo hospital, no qual apenas 2 variáveis, “Filiação a Escola de Medicina” (X7) e “Região” (X8) são variáveis qualitativas.

Tabela 1 – Descrição das variáveis do banco de dados.

Nome	Código	Descrição	Classificação
<b>Número de Identificação</b>	ID	1-113	Qualitativa ordinal
<b>Duração da Internação</b>	X1	Duração média da internação de todos os pacientes no hospital (em dias)	Quantitativa contínua
<b>Idade</b>	X2	Idade média dos pacientes	Quantitativa contínua
<b>Risco de Infecção</b>	X3	Probabilidade média estimada de adquirir infecção no hospital (em %)	Quantitativa contínua
<b>Proporção de Culturas de Rotina</b>	X4	Razão do número de culturas realizadas com relação ao número de pacientes sem sinais ou sintomas de infecção adquirida no hospital, vezes 100.	Quantitativa contínua



Tabela 1 – Descrição das variáveis do banco de dados.  
(continued)

Nome	Código	Descrição	Classificação
<b>Proporção de Raio-X de Tórax de Rotina</b>	X5	Razão do número de Raio-X de Tórax realizados com relação ao número de pacientes sem sinais ou sintomas de pneumonia, vezes 100.	Quantitativa contínua
<b>Número de leitos</b>	X6	Número médio de leitos no hospital durante o período de estudo	Quantitativa contínua
<b>Filiação a Escola de Medicina</b>	X7	1 – sim 2 – não	Qualitativa nominal
<b>Região</b>	X8	Região Geográfica, onde: 1 – NE 2- NC 3 – S e 4 – W	Qualitativa nominal
<b>Média diária de pacientes</b>	X9	Número médio de pacientes no hospital por dia durante o período do estudo	Quantitativa contínua
<b>Número de enfermeiro(s)</b>	X10	Número médio de enfermeiros(as) de tempo-integral ou equivalente registrados e licenciados durante o período de estudo ( número de tempos integrais+metade do número de tempo parcial)	Quantitativa contínua



Tabela 1 – Descrição das variáveis do banco de dados.  
(continued)

Nome	Código	Descrição	Classificação
<b>Facilidades e serviços disponíveis</b>	X11	% de 35 potenciais facilidades e serviços que são fornecidos pelo hospital	Quantitativa contínua

A Figura 1, temos que a frequência da variável “sim” (1) da Filiação a Escola de Medicina (X7) é desbalanceada ao comparar com a variável “não” (2). O mesmo observa-se para a “Região” (X8) com menor intensidade de desbalanceada entre suas variáveis. Estes fatores na amostragem podem ser prejudiciais na estimação dos parâmetros, assim opta-se a não utilizar X7 como variável explicativa para a modelagem dos problemas.

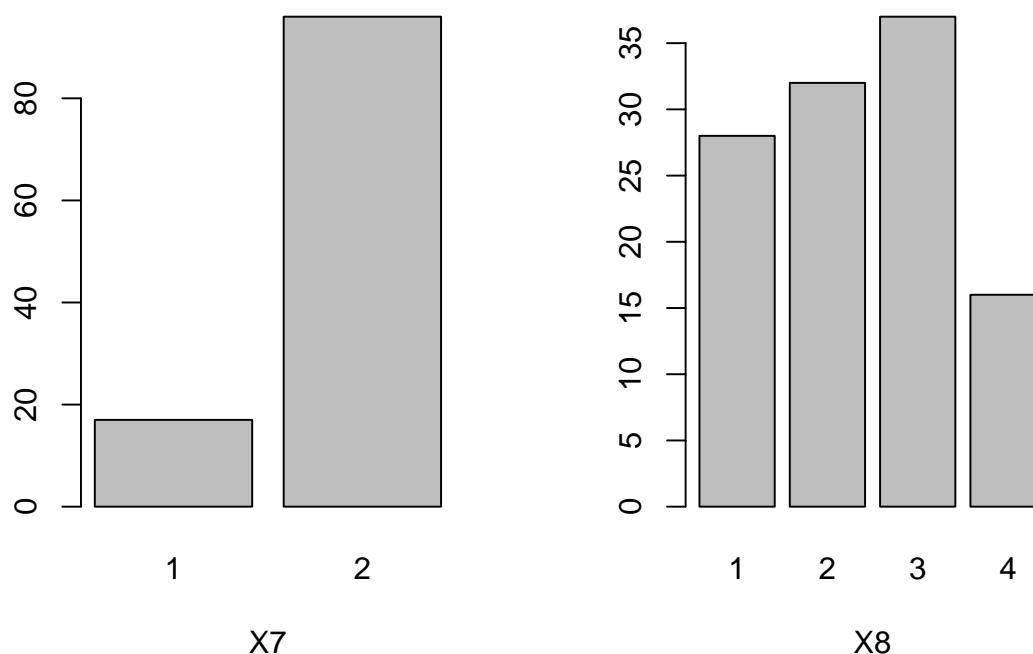


Figura 1 – Frequência dos níveis das variáveis X7 e X8.





Realizando uma breve análise descritiva das variáveis quantitativas, observa-se que na tabela 2 a média destas variáveis são diferentes em magnitude, para avaliar a dispersão destas variáveis, a Figura 2 resume estas variáveis padronizadas, ao passo que esta padronização é feita de tal forma

$$X_{adj} = \frac{X - \bar{X}}{\sigma_X}$$

Logo, com esta padronização é possível comparar entre as diferentes magnitudes das variáveis, com a característica de sua dispersão em relação ao desvio padrão da variável, assim na parte de resultados utilizamos deste resultado para a modelagem do problema.

Tabela 2 – Medidas descritivas para boxplots

Variaveis	Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
Duração da Internação	6.700	8.340	9.420	9.648	10.470	19.560
Idade	38.80	50.90	53.20	53.23	56.20	65.90
Risco de Infecção	1.300	3.700	4.400	4.355	5.200	7.800
Proporção de Culturas de Rotina	1.60	8.40	14.10	15.79	20.30	60.50
Proporção de Raio-X de Tórax de Rotina	39.60	69.50	82.30	81.63	94.10	133.50
Número de leitos	29.0	106.0	186.0	252.2	312.0	835.0
Média diária de pacientes	20.0	68.0	143.0	191.4	252.0	791.0
Número de enfermeiro(s)	14.0	66.0	132.0	173.2	218.0	656.0
Facilidades e serviços disponíveis	5.70	31.40	42.90	43.16	54.30	80.00

As etapas para o estudo da internação dos hospitais foram separadas em duas maneiras, a primeira é a construção e a segunda é a validação do modelo. Para a primeira etapa, foi selecionada uma amostra aleatória simples com 57 observações, para a segunda ficou o restante das observações que compõe o banco. Para as duas hipóteses a modelagem é feita com modelos regressivos lineares múltiplos do tipo:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + e_i, \forall i = 1, \dots, n$$

Onde tem-se,

- $Y_{ij}$  - variável resposta;
- $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik}$  - k variáveis explicativas ou independentes;
- $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  - parâmetros do modelo;
- $e_i$  - são independentes e  $N(0, \sigma^2)$ .

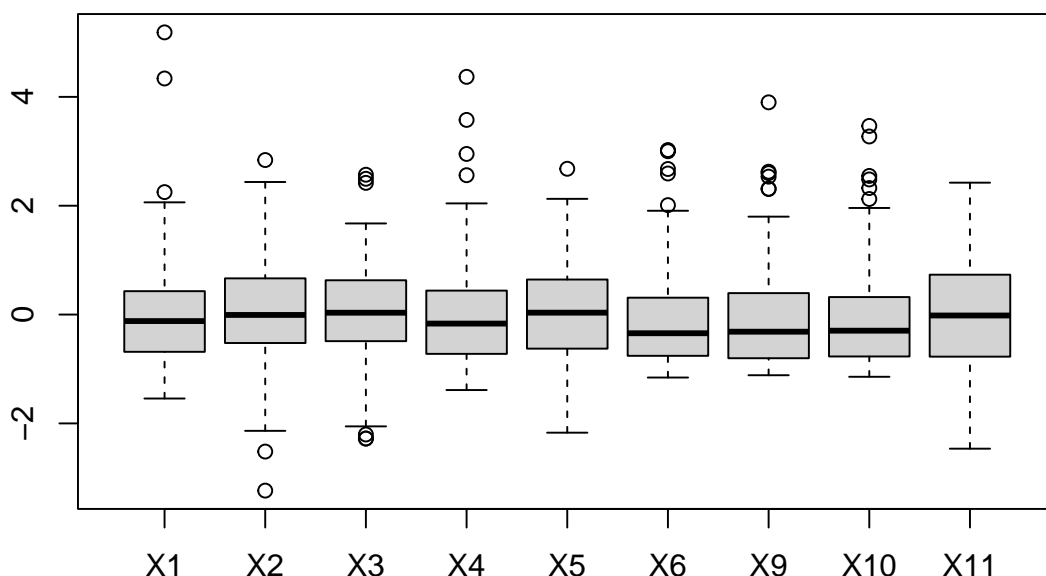


Figura 2 – Gráfico de box-plot das variáveis quantitativas padronizadas.

Para a primeira hipótese, define-se como modelo I aquele que relaciona a variável resposta, Número de enfermeiro(s) (X10), com as variáveis explicativas, duração da internação (X1), instalações (X6), serviços disponíveis pelos hospitais (X11) e a região (X8).

Já o modelo II é definido como aquele que relaciona a variável resposta, Duração da internação (X1), com as variáveis explicativas, a características do paciente (X2), seu tratamento (X4 e X5) e do hospital (X3).

Para verificar a natureza e a força da relação entre as variáveis à identificar lacunas e pontos discrepantes no conjunto de dados, utiliza-se a matriz de correlação. A figura 3, tem-se que as variáveis que estão nas três extremidades externas dos dois eixos apresentam uma correlação forte, então, X10 com X11, X6 com X11 e X10 e X9 com X11, X10 e X6. A maior correlação é apresentada entre as variáveis X6 e X9, que é o número de leitos e a média diária de pacientes, respectivamente, para as variáveis que possuem o “X” marcando-a, pelo teste de correlação de pearson, estas variáveis, com 95% de confiança,

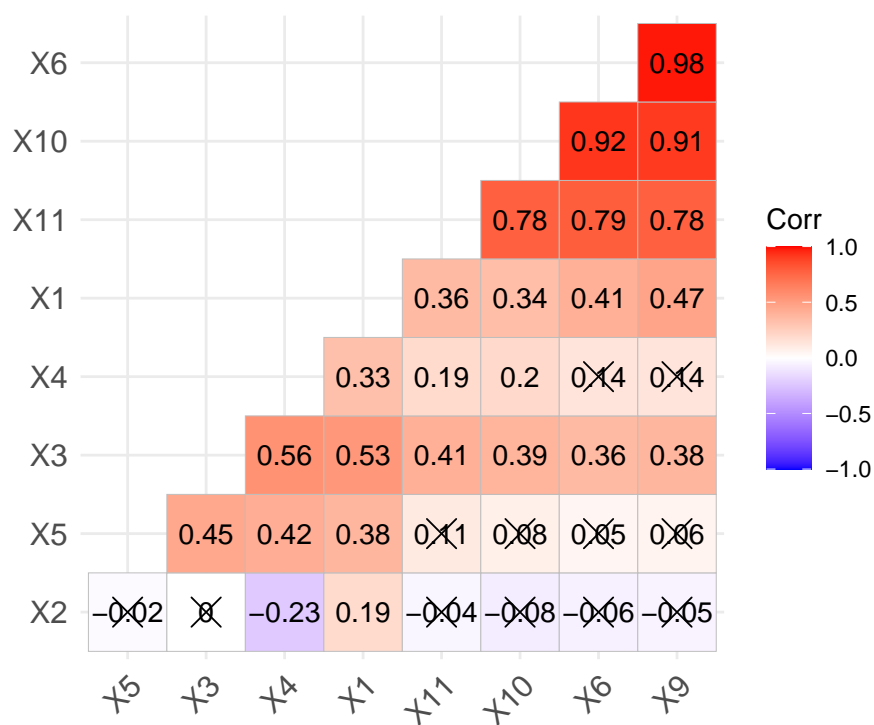


Figura 3 – Gráfico de calor da correlação entre as variáveis dos dados.

não possuem correlação.



## Resultados

### Dividir dados

Para efetuar estimar os parâmetros do modelo, separa-se o banco em teste e treino no qual 57 observações foram para o treino, dentre elas na Tabela 3, observa-se que os dados amostrados são proporcionais aos de validação, assim, ao passo da modelagem, a estimação dos parâmetros será mais representativa.

Tabela 3 – Proporção de observações dos dados no banco de treino e validação sobre a variável X8.

X8	Train Size	Valid Size
1	14	14
2	17	15
3	18	19
4	8	8

### Modelagem para Número de enfermeira(o)s

Para o pressuposto da interação com a região, verifica-se pelo teste ANOVA a dispersão destes dados sobre o número de enfermeiros, no qual a Figura 4, observa-se que os valores centrais estão bem próximos e sobre a Tabela 4, percebe-se que há evidência de não rejeitar a hipótese de igualdade das médias de cada grupo da variável X8,  $\mu_1 = \dots = \mu_4$ , no qual indica que estes valores não influenciam na resposta do número de enfermeiros.

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
X8	3	14239.94	4746.65	0.22	0.8798
Residuals	53	1126692.10	21258.34		

Tabela 4 – ANOVA para o X8 vs X10.

Deseja-se estudar se o número de enfermeira(o)s está relacionado às instalações, ou seja, os números de leitos do hospital, e se há diferenças entre os serviços disponíveis pelos hospitais. Neste caso, a variável resposta é o número de enfermeira(o)s e outras variáveis são explicativas.

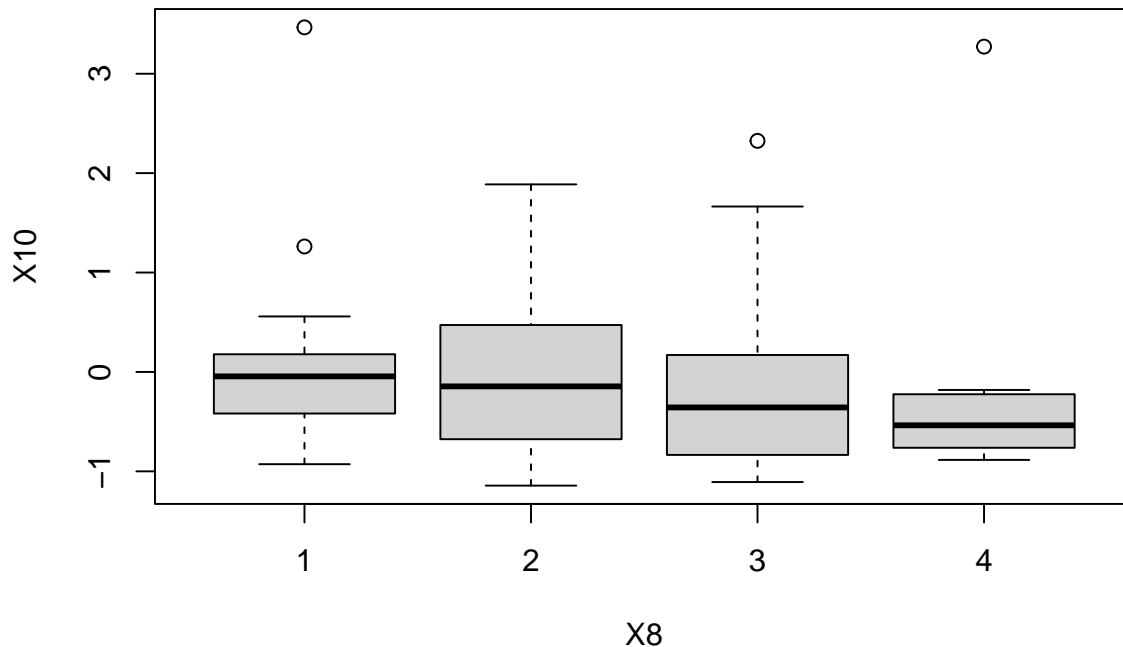


Figura 4 – Box-plot das variável resposta X8 com base na  $X10_{adj}$ .

Para isso, faz-se necessário a aplicação da regressão linear múltipla. No qual, na Figura 4, o gráfico da dispersão sobre as variáveis explicativas normalizadas  $X6_{adj}$  e  $X11_{adj}$ , sobre a influência do número de enfermeiros  $X10_{adj}$ , correlacionada com a  $X8$ , verifica-se que as aproximações podem ser retas de primeira ordem mas há dispersão não explicada sobre essas retas, com a densidade destes pontos focalizadas na origem.

## Pressupostos para um modelo inicial

Para primeira etapa é definido um modelo inicial para explicar a variável de número de enfermeiros  $X10_{adj}$  que é dada por

$$\begin{aligned}
 X10_{adj} = & \beta_0 + \beta_{X1_{adj}}X1_{adj} + \beta_{X6_{adj}}X6_{adj} + \beta_{X8}X8 + \beta_{X11_{adj}}X11_{adj} \\
 & + \beta_{X1_{adj},X8}(X1X8) + \beta_{X6_{adj},X8}(X6_{adj}X8) + \beta_{X8}(X8) + \beta_{X11_{adj},X8}(X11_{adj}X8)
 \end{aligned}$$

No qual presume que o modelo é explicado pela “duração da internação” ( $X1_{adj}$ ),

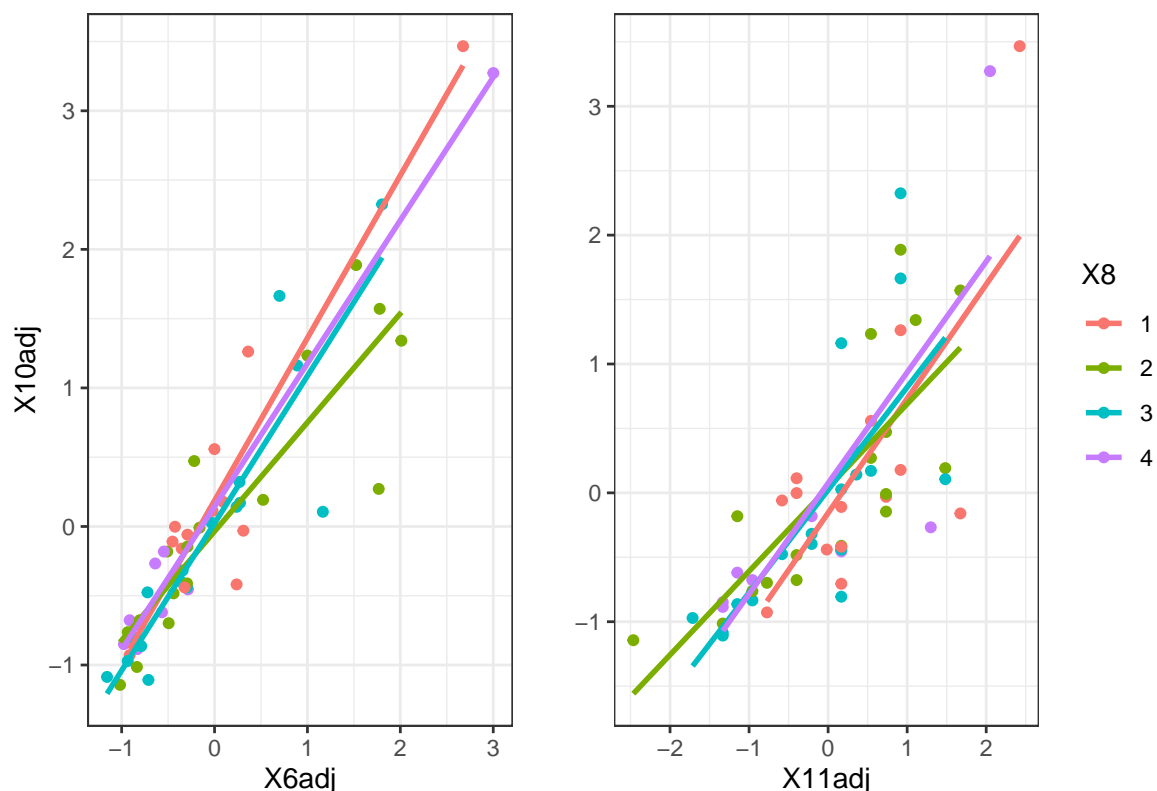


Figura 5 – Gráficos de dispersão das variáveis explicativas normalizadas  $X6_{adj}$ ,  $X11_{adj}$  e  $X8$  sobre a variável  $X10_{adj}$ , número de enfermeira(o)s.

“Número de leitos” ( $X6_{adj}$ ), “Duração da internação” ( $X1_{adj}$ ), “Facilidades e serviços disponíveis” ( $X11_{adj}$ ) com a “Região” ( $X8$ ).

Aplicando o teste de ausência de Regressão, Tabela 5, obtém-se que as variáveis explicativas com diferença significativa para o modelo são:  $X1_{adj}$ ,  $X8_{adj}$  :  $X1_{adj}$ , e  $X6_{adj}$ . As interações com a região  $X8$ , foram descartadas por estar perto do limite do p-value 0.05 e por  $X8_{adj}$  não ser significativa.

Agora construindo um novo modelo de regressão, o modelo segue a forma

$$\hat{Y}_{X10_{adj}} = \beta_0 + \beta_{X1_{adj}} X1_{adj} + \beta_{X6_{adj}} X6_{adj}$$

Mas analisar a regressão dado na Tabela 6, a variável que possui diferença significativa é  $X6_{adj}$  no qual o modelo final é dado por



	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
X1adj	1	219271.01	219271.01	79.35	0.0000
X8	3	22596.11	7532.04	2.73	0.0564
X6adj	1	727219.51	727219.51	263.18	0.0000
X11adj	1	6462.84	6462.84	2.34	0.1339
X1adj:X8	3	32650.88	10883.63	3.94	0.0147
X8:X6adj	3	15046.20	5015.40	1.82	0.1595
X8:X11adj	3	4395.21	1465.07	0.53	0.6641
Residuals	41	113290.29	2763.18		

Tabela 5 – Modelo - ANOVA

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	180.6618	7.6879	23.50	0.0000
X1adj	9.6295	10.6282	0.91	0.3689
X6adj	132.1270	8.8946	14.85	0.0000

Tabela 6 – Modelo de regressão -  $X10_{adj} = \beta_{X1_{adj}}X1_{adj} + \beta_{X6_{adj}}X6_{adj}$

$$X10 = \beta_0 + \beta_{X6adj}X6adj \quad (1.0)$$

Testando a normalidade do modelo atual encontramos um (p-value: 0.0026539), no qual rejeitamos a normalidade. Dessa forma sera aplicado uma transformação nos dados para ajustar sua normalidade.

## Transformação Box-cox

A transformação box-cox é dada por  $Y_{cox} = \frac{(Y^\lambda - 1)}{\lambda}$  no qual para o Número de enfermeira(o)s ( $X10$ ) esta transformação é dada por  $X10_{cox} = \frac{(X10_{adj}^\lambda - 1)}{\lambda}$  onde lambda é igual  $\lambda = 0.5858586$  e assim o Shapiro teste para os resíduos do modelo com box-cox (p-value: 0.3074418), não rejeita a normalidade do novo modelo proposto.

Logo o modelo é dado por

$$X10_{cox} = \beta_0 + \beta_{X6adj}X6adj \quad (\text{Modelo 1.1})$$

## Modelagem dos pressupostos do Hospital

Levando em consideração a Hipótese do Hospital, o modelo será definido utilizando a transformação box-cox e variáveis ajustadas como:



$$X10_{\text{cox}} = \beta_0 + \beta_{X6\text{adj}}X6\text{adj} + X6\text{adj}^2 + \beta_{X11\text{adj}}X11\text{adj} + \beta_{X11\text{adj}}X11\text{adj}^2 + \beta_{X8}X8 \quad (\text{Modelo 1.2})$$

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	34.6154	1.7953	19.28	0.0000
X6adj	14.0058	1.6170	8.66	0.0000
I(X6adj^2)	-0.5905	0.8758	-0.67	0.5033
X3adj	2.8509	0.9815	2.90	0.0055
I(X3adj^2)	-0.8250	0.5256	-1.57	0.1229
X82	-3.0844	2.1414	-1.44	0.1561
X83	-1.5135	2.1923	-0.69	0.4932
X84	-1.2894	2.7867	-0.46	0.6456

Tabela 7 – Regressão do modelo 1.2

Ajustando o modelo de acordo com a Regressão dado pela tabela 7, temos que selecionando as variáveis com diferença significativa obtemos:

$$X10_{\text{cox}} = \beta_0 + X6\text{adj} + \beta_{X3\text{adj}}X3\text{adj} \quad (\text{Modelo 1.3})$$

Temos que a normalidade do modelo é atendida (p-value 0.0576297), a multicolinearidade é fraca, Tabela 8 e  $R_{\text{adj}}^2 = 0.8534112$ , ou seja, o modelo atende as pressuposições básicas de um modelo de regressão linear.

	VIF
X6adj	1.15
X3adj	1.15

Tabela 8 – VIF para o modelo 1.3

	df	AIC
Modelo 1.2	9.00	372.76
Modelo 1.3	4.00	369.36

Tabela 9 – AIC para os modelos 1.2 e 1.3

Comparando os modelos, 1.2 e 1.3 com teste linear geral e o AIC, o teste linear geral(p-value: 0.3214056), indica que não há diferença entre o modelo linear e o modelo de segunda ordem. Temos que o modelo proposto pelo hospital não tem diferença significativa, e assim, o modelo escolhido foi o que possui primeira ordem (1.3).





## Comparação entre modelos

Agora comparando os modelos 1.1 e 1.3, o teste linear geral (p-value:  $3.264323 \times 10^{-4}$ ) temos evidência para acreditar que existe diferença significativa entre os dois modelos, e assim, na tabela 9, observa-se que o modelo 1.3 possui valores mais baixos nas métricas AIC, RSS e RMSE onde representa o erro quadrático médio do modelo aplicado no banco de validação.

	df	AIC	RSS	RMSE	R2
Modelo 1.1	3.00	381.12	2407.13	6.56	0.83
Modelo 1.3	4.00	369.36	1891.07	6.61	0.83

Tabela 10 – Métricas avaliadas nos dados de validação sob os modelos 1.1 e 1.3.

Comparando os modelos 1.3 e 1.1, o teste linear geral sob o p-value  $3.264323 \times 10^{-4}$  temos que evidência para acreditar que existe diferença significativa entre os dois modelos, e assim, na tabela 9, observa-se que o modelo 1.3 possui valores mais baixos nas métricas AIC, RSS e RMSE onde representa o erro quadrático médio do modelo aplicado no banco de validação.

Dessa forma, o modelo selecionado 1.3, na Figura 6, temos que o modelo é adequado e segue os pressupostos da regressão linear e as estimativas para a regressão são dados pela Tabela.

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	31.6669	0.7839	40.40	0.0000
X6adj	13.2987	0.8796	15.12	0.0000
X3adj	3.2335	0.8423	3.84	0.0003

Tabela 11 – Regressão do modelo 1.3

$$X10_{\text{cox}} = 31.6669 + 13.2987X6_{\text{adj}} + 3.2335X3_{\text{adj}} \quad (\text{Modelo 1.3})$$

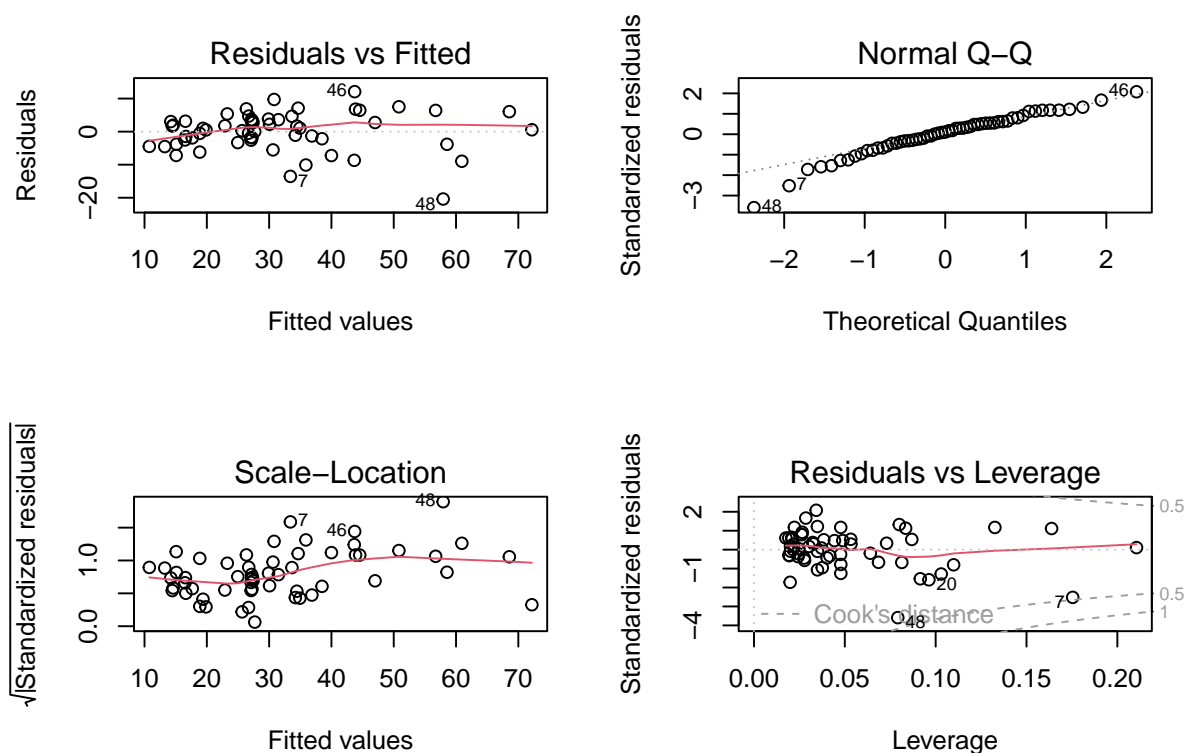


Figura 6 – Análise de valores residuais do modelo 1.3.

## Duração da internação

Como já mencionado anteriormente, o intuito do modelo II seria avaliar as possíveis relações que as variáveis explicativas apresentam em relação a duração de internação ( $X_1$ ). Para isso, realizando o teste ANOVA, Tabela 12, considerando o nível de significância de 5%, temos que pelos testes de igualdade de parâmetros iguais a zero, deu diferença significativa as variáveis explicativas  $X_{3adj}$ ,  $X_{6adj}$  e  $X_{9adj}$ .

Considerando as variáveis explicativas, tem-se o modelo inicial dado por:

$$X_{1adj} = \beta_0 + \beta_1 X_{3adj} + \beta_2 X_{6adj} + \beta_3 X_{9adj} \quad (2.0)$$

Utilizando o Fator de Inflação da Variância (VIF), obtém-se os valores para  $X_{3adj}$ ,  $X_{6adj}$  e  $X_{9adj}$ , através da Tabela 13, como 1,19, 30,10 e 30,74, respectivamente. Pode-se analisar que o máximo dele é maior que 10, indicando assim a presença de



	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
X2adj	1	0.08	0.08	0.29	0.5902
X3adj	1	16.33	16.33	58.71	0.0000
X4adj	1	1.10	1.10	3.97	0.0521
X5adj	1	0.12	0.12	0.43	0.5132
X6adj	1	1.49	1.49	5.35	0.0251
X9adj	1	2.97	2.97	10.69	0.0020
X10adj	1	0.61	0.61	2.19	0.1458
X11adj	1	0.40	0.40	1.43	0.2380
Residuals	48	13.35	0.28		

Tabela 12 – ANOVA - model 2.1

multicolinearidade. Conclui-se que a variável  $X6_{adj}$  e  $X9_{adj}$  estão correlacionadas, o que é verificado anteriormente através da força do resultado do coeficiente de correlação.

	VIF
X3adj	1.19
X6adj	30.10
X9adj	30.74

Tabela 13 – VIF Modelo 2.0

Com isso, não é necessário o uso das duas variáveis, basta uma para representar no modelo. Para selecionar qual a variável é a melhor para representar, avalia-se primeiramente as correlações da variável resposta com as duas explicativas, através da Figura 3 obtida anteriormente, o valor para  $X1$  e  $X6$  é de 0,43, enquanto o de  $X1$  e  $X9$  é de 0,48. Com isso, temos que pela análise dos coeficientes de correlação, a variável  $X9_{adj}$  apresenta uma maior correlação com a variável resposta, então é a sugerida para a validação. Ainda na seleção de variáveis entre  $X6_{adj}$  e  $X9_{adj}$ , tem-se os modelos para avaliar qual prediz melhor:

$$X1 = \beta_0 + \beta_{X3}X3_{adj} + \beta_{X9}X9_{adj} \quad (\text{Modelo 2.1})$$

$$X1 = \beta_0 + \beta_{X3}X3_{adj} + \beta_{X6}X6_{adj} \quad (\text{Modelo 2.2})$$

No qual nas Tabelas 14 e 15, temos a regressão destes modelos

Com a tabela 16, é possível verificar através do coeficiente de determinação aplicado no banco de validação, também conhecido como  $R^2$ , que, novamente, a variável explicativa que melhor se adequa ao modelo é a variável  $X9_{adj}$ , visto que o valor do



	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-0.0433	0.0766	-0.57	0.5739
X3adj	0.4512	0.0832	5.42	0.0000
X9adj	0.2268	0.0880	2.58	0.0127

Tabela 14 – Regressao - model 2.1

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-0.0459	0.0781	-0.59	0.5588
X3adj	0.4707	0.0839	5.61	0.0000
X6adj	0.1825	0.0876	2.08	0.0420

Tabela 15 – Regressao - model 2.2

	df	AIC	RSS	RMSE	R2	Normal Test
Modelo 2.1	4.00	104.23	18.05	9.98	0.30	0.91
Modelo 2.4	4.00	106.44	18.77	9.99	0.26	0.91

Tabela 16 – Metricas avaliadas nos dados de validação sob os modelos 2.1 e 2.4.

coeficiente foi maior que o de  $X_{6adj}$ , tanto no modelo completo como no ajustado. Por fim, para finalizar a seleção das variáveis, tem-se o modelo ajustado utilizado é o modelo 2.2.

Comparando o modelo inicial, 2.0, com os ajustados, 2.1 e 2.2, aplicando o Cp de Mallows, tem-se que os valores obtidos para  $X_{6adj}$  e  $X_{9adj}$  são aproximadamente 6,57 e 8,85, respectivamente. Com isso, para realizar a escolha entre os modelos, utiliza-se o que apresentou o menor valor do critério, novamente, a variável explicativa  $X_{9adj}$  é escolhida. Portanto, tem-se o modelo ajustado com a escolha da segunda variável explicativa é determinado pelo Modelo 2.1.

Analisando o modelo ajustado e utilizando o Fator de Inflação da Variância (VIF), obtém-se os valores para X3 e X9 como 1,17 e 1,17, respectivamente. Pode-se analisar que o máximo dele não é maior que 10, indicando assim a ausência de multicolinearidade. Verifica-se a normalidade do modelo através do teste de Shapiro-Wilk, tem-se que o p-valor obtido é de aproximadamente 0,9, o que considerando o nível de significância de 5%, o modelo apresenta distribuição normal. Aplicando o  $R^2$ , tem-se ainda que o valor obtido foi de 30%, o que é um valor fraco. Por fim, outra maneira analisar o modelo é através da raiz do erro quadrático médio (RMSE) que apresentou valor de 9.98.

Logo, tem-se que a duração de internação está relacionada tanto com o risco de infecção como com a média diária de pacientes. Mas ainda entrando na questão de avaliar se existem outras variáveis explicativas que estão correlacionadas com a duração, é



	RMSE	R2
Modelo 2.1	9.98	0.30

Tabela 17 – Metricas avaliadas nos dados de validação sob o modelo 2.1

recomendado utilizar outras maneiras de fazer essa modelagem, como os métodos Stepwise, Forward e o Backward. Aplicando os três métodos, conclui-se que todos os geraram o mesmo modelo:

$$X1_{adj} = \beta_0 + \beta_{X3_{adj}}X3_{adj} + \beta_{X8}X8 + \beta_{X9_{adj}}X9_{adj} + \beta_{X11_{adj}}X11_{adj} \quad (\text{Modelo 2.3})$$

Sobre este modelo 2.3 verifica-se a normalidade do modelo através do teste de Shapiro-Wilk, tem-se que o p-valor obtido é de aproximadamente 0,7, o que considerando o nível de significância de 5%, o modelo apresenta distribuição normal. Com auxílio da Tabela 18, analisando  $R^2$ , tem-se ainda que o valor obtido foi de 46%, o que é um valor moderado. E finalmente, a raiz do erro quadrático médio (RMSE) apresentou valor de 9,92, que é considerado um modelo bom.

	RMSE	R2
Modelo 2.3	9.92	0.46

Tabela 18 – Metricas avaliadas nos dados de validação sob o modelo 2.3

	VIF
X3adj	1.15
X8	1.03
X9adj	1.60
X11adj	1.61

Tabela 19 – Modelo 2.3

Analisando o modelo ajustado e utilizando o Fator de Inflação da Variância (VIF), a Tabela 19, obtém-se os valores para  $X3_{adj}$ ,  $X8$ ,  $X9_{adj}$  e  $X11_{adj}$  os 4 deram abaixo de 10. Pode-se analisar que o máximo dele não é maior que 10, indicando assim a ausência de multicolinearidade.

## Comparação entre modelos

Por fim, analisando os modelos 2.1 e 2.3, a Tabela 20, pelo o teste de linear geral, (p-value:  $2.6360176 \times 10^{-4}$ ), tem diferença significativa entre os modelos. Dentre



os resultados, analisando soma de quadrados residual (RSS), obtém-se os valores 18.05 e 11.86, respectivamente. Dessa forma, escolhe-se o modelo 2.3, já que, apresentou o RSS menor, e ainda o Critério da Informação de Akaike (AIC), obtém-se para os modelo 2.1 e 2.3 os valores 104.23 e 88.29.

	df	AIC	RSS	RMSE	R2	Normal Test
Modelo Modelo 2.3	8.00	88.29	11.86	9.92	0.46	0.70
Modelo Modelo 2.1	4.00	104.23	18.05	9.98	0.30	0.91

Tabela 20 – Metricas avaliadas nos dados de validação sob os modelos 2.1 e 2.4.

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	0.4685	0.1363	3.44	0.0012
X3adj	0.4388	0.0743	5.91	0.0000
X82	-0.5549	0.1807	-3.07	0.0035
X83	-0.5910	0.1843	-3.21	0.0023
X84	-1.0330	0.2195	-4.71	0.0000
X9adj	0.3711	0.1092	3.40	0.0013
X11adj	-0.2210	0.1031	-2.14	0.0369

Tabela 21 – Regressão do modelo 2.3

Dessa forma, substituindo os valores dos parâmetros, tem-se:

$$X1_{adj} = 0.4685 + 0.4388X3_{adj} + \beta_{X8}X8 + 0.3711X9_{adj} - 0.2210X11_{adj} \quad (\text{Modelo 2.3})$$

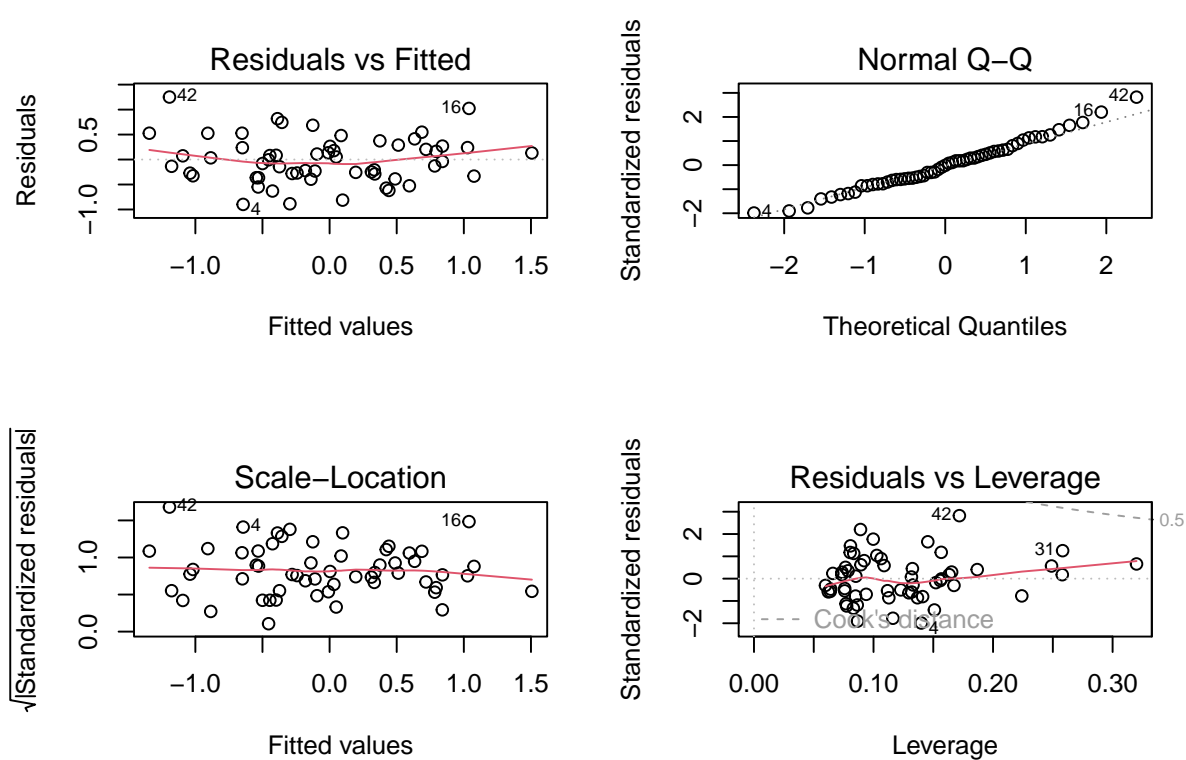


Figura 7 – Análise de valores residuais do modelo 1.4.



## Conclusão

Dado o exposto, nota-se que a multicolinearidade é motivo de preocupação na aplicação de modelagem, uma vez que causa confundimento e pode levar a conclusões precipitadas, no caso dos estudos realizados a presença desse fenômeno é evidenciada nas duas hipóteses. A fim de mitigar os possíveis erros, faz-se necessário a análise descritiva dos dados e como já analisado anteriormente, tem-se que algumas variáveis são mais correlacionadas com as outras. Com isso, pode-se visualizar um modelo com as variáveis explicativas que melhor predizem sobre a variável resposta em questão. Foram selecionadas as variáveis com variações pequenas nas estimativas, o que é um sinal de que possivelmente o modelo é adequado para a amostra.

O teste de ausência de regressão para o modelo I, considerando o nível de significância 5%, leva a conclusão de que existe regressão, uma vez que o p-valor obtido é menor que o  $\alpha$ . Essa mesma comparação do p-valor é levada em consideração em relação aos parâmetros também, há evidências para rejeitar que são iguais a hipótese zero, ou seja,  $\beta_0$  e as variáveis  $X3_{adj}$  e  $X6_{adj}$  estão no modelo. Dado que  $X3_{adj}$  representa o risco de infecção e  $X6_{adj}$  o número de leitos,  $\beta_0$  indica que quando o  $X3$  e  $X6$  são iguais a zero, a média do número de enfermeiros ( $X10$ ) é de 31.6669 por hospital. Já o  $\beta_1$ , indica que a cada unidade a mais de  $X6_{adj}$  a média do número de enfermeiros aumenta em 13.2987. Por fim,  $\beta_2$ , indica que a cada unidade a mais de  $X3_{adj}$  a média do número de enfermeiros aumenta em 3.2335.

Pode-se concluir que depois da modelagem para Número de enfermeiro(s) ela é explicada pelas variáveis de: Risco de Infecção Número de leitos. Dessa forma, referente a hipótese proposta pelo trabalho percebemos que características dos serviços disponíveis e a Região do Hospital não é um fator explicativo para a Número de enfermeiro(s), porém as características das instalações e do hospital influenciam diretamente ao número de enfermeiro(s).

Quanto ao segundo modelo, o teste de ausência de regressão, considerando o nível de significância 5%, leva a conclusão de que existe regressão, uma vez que o p-valor obtido é menor que o  $\alpha$ . Essa mesma comparação do p-valor é levada em consideração em relação aos parâmetros também, há evidências para rejeitar que são iguais a hipótese zero, ou seja,  $\beta_0$  e as variáveis  $X3_{adj}$ ,  $X8$ ,  $X9_{adj}$  e  $X11_{adj}$  estão no modelo. Dado que  $X3_{adj}$ ,  $X8$ ,  $X9_{adj}$  e  $X11_{adj}$  representam o risco de infecção, região, média diária de pacientes e facilidades e





serviços disponíveis, respectivamente,  $\beta_0$  indica que quando o  $X_{3adj}$ ,  $X_8$ ,  $X_{9adj}$  e  $X_{11adj}$  são iguais a zero, a duração média da internação ( $X_1$ ) é de 0.4685 por hospital. Os  $\beta_1$  e  $\beta_3$ , indicam que a cada unidade a mais de  $X_{3adj}$  e  $X_{9adj}$  a duração média da internação aumenta em 0.4388 e 0.3711, respectivamente. Por fim,  $\beta_2$  e  $\beta_4$ , indicam que a cada unidade a mais de  $X_8$  e  $X_{11adj}$  a duração média da internação diminui em, especificando a variável  $X_8$  como  $X_{82}$ ,  $X_{83}$  e  $X_{84}$ , 0.5549, 0.5910, 1.0330 e 0.2210, respectivamente.

Pode-se concluir que depois da modelagem para duração da internação ela é explicada pelas variáveis de: risco de infecção, região, média diária de pacientes e facilidades e serviços disponíveis. Considerando que as características do tratamento são dadas pelas variáveis facilidades e serviços disponíveis ( $X_{11}$ ), proporção de Culturas de Rotina ( $X_4$ ) e proporção de Raio-X de Tórax de Rotina ( $X_5$ ), as do hospital são dadas pelo risco de Infecção ( $X_3$ ), número de leitos ( $X_6$ ), filiação a Escola de Medicina ( $X_7$ ), região( $X_8$ ) e número de enfermeiro(s) ( $X_{10}$ ) e, finalmente, as do paciente é dada pela idade. Dessa forma, referente a hipótese proposta pelo trabalho percebemos que características do paciente não é um fator explicativo para a Duração da internação, porém as características do tratamento e do hospital influenciam diretamente a duração de internação.