

LISTA DE EXERCÍCIOS 7

1. Seja X uma variável aleatória tal que $P(|X - 1| = 2) = 0$. Expresse $P(|X - 1| \geq 2)$ em termos da função de distribuição F_X .
2. Considere um ponto escolhido uniformemente no intervalo $[0, a]$. Seja X a distância da origem ao ponto escolhido. Obtenha a função de distribuição de X .
3. Seja o ponto (u, v) escolhido uniformemente no quadrado $[0, 1] \times [0, 1]$. Seja X a v.a. que associa o número $u + v$ ao ponto (u, v) . Obtenha a função de distribuição de X .
4. Obtenha a função de densidade para cada uma das variáveis aleatórias dos exercícios 2 e 3.
5. Seja F a função de distribuição exponencial de parâmetro λ . Obtenha um número m tal que $F(m) = 1/2$. (m é chamado de *mediana* de F)
6. Seja X uma variável aleatória contínua com densidade f , dada por:

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Obtenha $P(1 \leq |X| \leq 2)$.

7. Seja F a função de distribuição definida por:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{x}{2(|x| + 1)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Obtenha uma densidade f para F . Para que valores de x teremos $F'(x) = f(x)$?

Exercício	Resposta
1	$F_X(-1) + 1 - F_X(3)$
2	$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{a}, & 0 \leq x < a \\ 1, & x \geq a \end{cases}$
3	$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{2}, & 0 \leq x < 1 \\ -1 + 2x - \frac{x^2}{2}, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$
4	(a) $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & 0 < x < a \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$; (b) $f_X(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 2 - x, & 1 < x < 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
5	$m = \frac{1}{\lambda} \ln 2$
6	$e^{-1} - e^{-2}$
7	$f(x) = \frac{1}{2(x + 1)^2}, x \in \mathbb{R}$ $f(x) = F'(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$