Logic mệnh đề

TS. Nguyễn Thị Phương Trâm
Email: ntptram@hcmuaf.edu.vn

Mục tiêu

- Hiểu thêm về bản chất của mệnh đề
- Vận dung được các phép toán luận lý để xác định tính đúng sai của mệnh đề
- Nhận biết được các mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic giữa chúng
- Biết cách sử dụng các quy luật luận lý để biến đổi rút gọn các mệnh đề

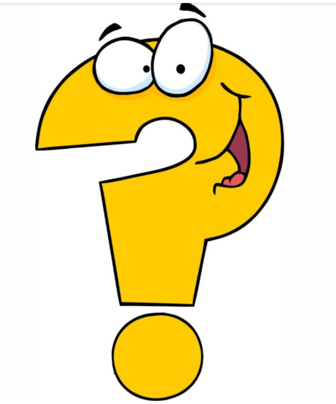
Khái niệm mệnh đề và chân trị

- **Mệnh đề toán học,** còn gọi là mệnh đề, mệnh đề là một phát biểu để diễn đạt một ý tưởng trọn vẹn và ta có thể khẳng định một cách khách quan là nó đúng hoặc sai, nhưng **không thể vừa đúng vừa sai**.
- Giá trị đúng hoặc sai của một mệnh đề được gọi là **chân trị** (giá trị chân lý) của mệnh đề

  đúng (True) hoặc sai (False).

Khái niệm mệnh đề và chân trị

- Ví dụ: Các phát biểu sau đây là các mệnh đề (toán học).
  - 2+3=5 True
  - Tam giác đều có 3 cạnh bằng nhau True
  - Toronto là thủ đô của Canada False
  - 3*4=10 False



HỎI

  - 6 là một số nguyên tố.
  - 5 là một số nguyên tố.
  - -3 < 2
  - Tam giác cân có hai góc bằng nhau.
  - H_2O là một axít.

Khái niệm mệnh đề và chân trị

- Các phát biểu sau đây **không** phải là các mệnh đề vì tính đúng sai của chúng **không xác định**.
  - Ai đang đọc sách? (một câu hỏi)
  - Hãy đóng cửa lại đi!
  - Anh ta rất thông minh.
  - Cho x là một số nguyên dương.
  - a là một số chính phương.
  - x + y = z.
- Ta thường dùng các ký tự p, q, r, ... để ký hiệu cho các mệnh đề.
- Chân trị "*đúng*" thường viết là 1, và chân trị **"*sai*" được viết là 0**.

Khái niệm mệnh đề sơ cấp và phức hợp

- **Mệnh đề sơ cấp** là mệnh đề không thể được phân tích thành một hay nhiều mệnh đề thành phần đơn giản hơn.
  – Ví dụ: p = “15 chia hết cho 3” là mệnh đề sơ cấp
- **Mệnh đề phức hợp** là mệnh đề được tạo thành từ một hay nhiều mệnh đề khác bằng cách sử dụng các từ liên kết luận lý như “**không**” dùng trong việc phủ định một mệnh đề, như “**và**”, “**hay**”, “**hoặc**”, “**suy ra**”, …
  – Ví dụ: q= “ 2 là một số nguyên tố **và** là một số lẻ” là mệnh đề phức hợp, vì q được tạo thành từ 2 mệnh đề “2 là một số nguyên tố” và “ 2 là một số lẻ” nhờ vào liên kết luận lý “và”

Các phép toán logic mệnh đề

- Các phép toán logic dùng để tạo ra các mệnh đề phức hợp từ các mệnh đề sơ cấp và được định nghĩa bằng *bảng chân trị* (truth table).
- **Bảng chân trị:** biểu diễn mối quan hệ giữa những giá trị chân lý của các mệnh đề
- **Bảng chân trị** chỉ rõ ràng chân trị của mệnh đề **phức hợp** theo từng trường hợp của các chân trị của các mệnh đề sơ cấp tạo thành mệnh đề phức hợp.

p	$\neg p$
1	0
0	1

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Phép phủ định

- Cho p là một mệnh đề, mệnh đề phủ định của mệnh đề p ký hiệu là **¬p** (đọc là “không p”) là một mệnh đề đúng nếu p sai và sai khi p đúng.

p	¬p
1	0
0	1

- Các ký hiệu khác sau đây để chỉ mệnh đề phủ định của p: ~p, $\overline{p}$
- Ví dụ:
  – Nếu p = "5 < 3" thì ¬p = "5 ≥ 3". Trong trường hợp này p sai, ¬p đúng
  – Mệnh đề ¬(¬ p) và p luôn có cùng chân trị.

p	¬p	¬(¬p)
0	1	0
1	0	1

Phép hội (AND)

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Cho p và q là hai mệnh đề.
  Hội của p và q ký hiệu là $p \wedge q$ (đọc là *"p và q"*) là một mệnh đề đúng nếu cả 2 mệnh đề p và q đều đúng và sai trong các trường hợp còn lại.
- Ví dụ:
  – Cho các mệnh đề p = "5 > -7", q = "27 là một số nguyên tố", r = "một tam giác đều cũng là một tam giác cân".
  Khi đó ta có : $p \wedge q = 0$, vì $p = 1$ và $q = 0$,
  $p \wedge r = 1$, vì $p = 1$ và $r = 1$.
- **Nhận xét:** Bằng cách lập bảng chân trị, ta có:
  – Các mệnh đề $p \wedge q$ và $q \wedge p$ luôn luôn có cùng chân trị.
  – Các mệnh đề p và $p \wedge p$ luôn có cùng chân trị.
  – Mệnh đề $p \wedge \neg p$ luôn có chân trị bằng 0 (tức là một mệnh đề luôn sai).

Phép tuyển (OR)

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Cho p và q là hai mệnh đề.
  Tuyển của p và q ký hiệu là là $p \vee q$ (đọc là *"p hoặc q"*)
  là một mệnh đề sai nếu cả 2 mệnh đề p và q đều sai
  và đúng trong các trường hợp còn lại.
- **Ví dụ:**
  - Cho các mệnh đề p = "5 > 7", q = "27 là một số nguyên tố",
    r = "một tam giác đều cũng là một tam giác cân".
    Khi đó ta có : $p \vee q = 0$ và $p \vee r = 1$
- **Nhận xét:**
  - Các mệnh đề $p \vee q$ và $q \vee p$ luôn luôn **có cùng chân trị**, hay tương đương logic.
  - Bằng cách lập bảng chân trị, ta có mệnh đề $p \vee \neg p$ luôn đúng

Phép kéo theo (→)

p	q	p → q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- Cho 2 mệnh đề p và q, mệnh đề kéo theo p → q được định nghĩa bởi bảng chân trị sau:
- Mệnh đề p → q, được đọc là: *"nếu p thì q"*, *"q nếu p"*, *"q chỉ nếu p"*, *"p là điều kiện đủ cho q"*, *"q là điều kiện cần cho p"*.
- p → q chỉ **sai** nếu p đúng, q sai (**sai** giả thiết là đúng nhưng kết luận là sai) và đúng trong các trường hợp còn lại.
- Mệnh đề **đảo** và **phản đảo** *của* mệnh đề p → q:
  - q → p được gọi là mệnh đề đảo *của* mệnh đề p → q
  - ¬q → ¬p được gọi là mệnh đề **phản** đảo *của* mệnh đề p → q

Phép kéo theo (→)

- **Ví dụ:** Cho mệnh đề p="13 là số nguyên tố", q="13 không chia hết cho 3", r="13 có dạng x^2".

  Khi đó: p → q= ?? Và p→r=??

- **Ví dụ:** Tìm mệnh đề đảo và phản đảo của phép kéo theo

  "Nếu hôm nay là thứ năm, thì tôi có cuộc thi trắc nghiệm"

→Giải: mệnh đề đảo

"Nếu hôm nay tôi có cuộc thi trắc nghiệm,

thì hôm nay là thứ năm"

→Giải: mệnh đề phản đảo

"Nếu hôm nay tôi không có cuộc thi trắc nghiệm,

thì hôm nay không phải là thứ năm"

Phép kéo theo 2 chiều (tương đương ↔)

p	q	p ↔ q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Cho 2 mệnh đề p và q, mệnh đề tương đương **p ↔ q** được định nghĩa bởi bảng chân trị sau:
- Mệnh đề p ↔ q, được đọc là: *"p nếu và chỉ nếu q", "p khi và chỉ khi q", "p là điều kiện cần và đủ để có q"*.
- Mệnh đề p ↔ q có chân trị đúng (=1) trong các trường hợp p và q có cùng chân trị.

BÀI TẬP 1

Phát biểu mệnh đề đảo và mệnh đề phản đảo *của* các mệnh đề kéo theo sau:

a. Nếu hôm nay tuyết rơi, ngày mai tôi sẽ đi trượt tuyết
b. Một số nguyên dương là số nguyên tố nếu nó không có một ước số nào khác 1 và chính nó
c. Nếu đêm nay có tuyết rơi, tôi sẽ ở nhà
d. Khi tôi ở lại muộn, cần phải để tôi ngủ đến trưa
e. Tôi tới lớp mỗi khi sắp có kỳ thi.

BIỂU THỨC LOGIC VÀ BẢNG CHÂN TRỊ

- Định nghĩa: biểu thức logic là một mệnh đề được xây dựng từ :
  – Các mệnh đề hay các giá trị hằng 1, 0.
  – Các biến mệnh đề.
  – Các phép toán logic, và cả các dấu ngoặc "( )" để chỉ rõ thứ tự thực hiện của các phép toán.
  – Giả sử E, F là 2 biểu thức logic, khi ấy $\neg E$, $E \wedge F$, $E \vee F$, $E \rightarrow F$, $E \leftrightarrow F$ cũng là các biểu thức logic (**biểu thức luận lý**).
- Một biểu thức logic có thể xem như một hàm của các mệnh đề thành phần
  – Ví dụ: Biểu thức $E(p, q, r, s) = (((\neg p) \vee q) \rightarrow (r \wedge s))$ là một biểu thức logic trong đó p, q, r, s là các biến mệnh đề.

Độ ưu tiên của các phép toán logic

- Tương tự như đối với các phép toán số học, trong các biểu thức logic, thứ tự ưu tiên tính toán *cho* 5 toán tử logic như sau:
  - **Ưu tiên 1: $\neg$**
  - **Ưu tiên 2: $\wedge$, $\vee$**
  - **Ưu tiên 3: $\rightarrow$, $\leftrightarrow$**
  – trong đó, các toán tử liệt kê trên cùng dòng có cùng độ ưu tiên.
- Để thay đổi thứ tự tính toán ta dùng các cặp dấu ngoặc ().
- Ví dụ: các mệnh đề phức hợp sau đây được tổ hợp dựa trên các phép toán:
  1. $\neg p \vee q$ có nghĩa là $((\neg p) \vee q)$.
  2. $\neg p \vee q \rightarrow r \wedge s$ có nghĩa là $(((\neg p) \vee q) \rightarrow (r \wedge s))$.
  3. $\neg p \vee q \wedge r$ là nhập nhằng. Cần phải dùng các dấu ngoặc để chỉ rõ nghĩa.

Bảng chân trị của biểu thức luận lý

- Bảng chân trị của một biểu thức logic là bảng liệt kê chân trị của biểu thức logic theo tất cả các tổ hợp chân trị của các biến mệnh đề trong biểu thức logic.
- Với một biến mệnh đề, ta có 2 trường hợp là 0 (sai) hoặc 1 (đúng).
- Với 2 biến mệnh đề p, q ta có 4 trường hợp chân trị của bộ biến (p, q) là các bộ giá trị (0,0), (0,1), (1,0), và (1,1).
- Trong trường hợp tổng quát, với n biến mệnh đề thì ta có
  2^n trường hợp chân trị cho bộ n biến đó.

Ví dụ về bảng chân trị

- Ví dụ 1:
  Bảng chân trị của các biểu thức logic $p \rightarrow q$ và $\neg p \vee q$ theo các biến mệnh đề p,q như sau:

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	0	1

- Ví dụ 2:
  Bảng chân trị của các biểu thức logic $p \wedge \neg(q \vee r)$ theo các biến mệnh đề p, q, r như sau:

p	q	r	$q \vee r$	$\neg(q \vee r)$	$p \wedge \neg(q \vee r)$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

Dịch những câu thông thường

- Định nghĩa: là dịch những câu thông thường thành những biểu thức liên quan đến các biến mệnh đề và các liên từ logic:
  - Xác định các phép toán logic (các liên từ)
  - Xác định các mệnh đề thành phần
- Dịch những câu thông thường ra biểu thức logic là **làm mất đi tính không rõ** ràng đó.
- Chú ý điều này có thể dẫn đến phải làm một tập hợp các giả thiết hợp lý dựa trên ý nghĩa hàm dịch của câu đó.

Dịch những câu thông thường

- Ví dụ: Hãy dịch câu thông thường sau ra biểu thức logic?
  "Bạn không được lái xe máy **nếu** bạn cao dưới 1,5m **trừ phi** bạn trên 18 tuổi?
- Giải: Cho P, R và S được biểu diễn
  - P: "Bạn được lái xe máy"
  - R: "Bạn cao dưới 1,5m"
  - S: "Bạn trên 18 tuổi",
  - Khi đó câu trên có thể được dịch thành: $(R \land \neg S) \rightarrow \neg P$

Dịch những câu thông thường

- Ví dụ: "Bạn **không** được đi xe máy **nếu** bạn dưới 16 tuổi **trừ khi** đó là xe phân khối nhỏ hoặc khi bạn có giấy phép đặc biệt"

→ Các mệnh đề*:*

Bạn được đi xe máy (p)

Xe máy có phân khối nhỏ (r)

Bạn dưới 16 tuổi (q)

Bạn có giấy phép đặc biệt (s)

$$(q \land \neg(r \lor s)) \to \neg p$$

Bài tập 2

1. Trong các câu dưới đây câu nào là một mệnh đề?

   a) Boston là thủ phủ của bang Massachusetts.

   b) Miami là thủ phủ của bang Florida.

   c) $2 + 3 = 5$

   d) $5 + 7 = 10$

   e) $x + 2 = 11$

   f) Hãy trả lời câu hỏi này.

   g) $x + y = y + x$ với mọi cặp số thực x và y.

Bài tập 3

4. Cho p và q là hai mệnh đề.

p : Tôi đã mua vé xổ số tuần này.

q : Tôi đã trúng giải độc đắc 1 triệu đô la vào hôm thứ sáu.

Diễn đạt các mệnh đề sau bằng các câu thông thường :

a) $\neg p$

b) $p \vee q$

c) $p \rightarrow q$

d) $p \wedge q$

e) $p \leftrightarrow q$

f) $\neg p \rightarrow \neg q$

5. Cho p và q là hai mệnh đề.

p : Nhiệt độ dưới không.

q : Tuyết rơi..

Dùng p và q và các liên từ logic viết các mệnh đề sau :

a) Nhiệt độ dưới không và tuyết rơi.

h) Nhiệt độ dưới không nhưng không có tuyết rơi.

c) Nhiệt độ không dưới không và không có tuyết rơi.

d) Có tuyết rơi hoặc nhiệt độ dưới không (hoặc cả hai).

e) Nếu nhiệt độ dưới không thì cũng có tuyết rơi.

Bài tập lập bảng chân trị

a. $\overline{p} \wedge q$

b. $\overline{p} \vee q \rightarrow q$

c. $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

d. $(p \vee q) \rightarrow (q \wedge p)$

- Lập bảng giá trị chân lý *của* các mệnh đề phức hợp trên

Sự tương đương logic

- Hai biểu thức logic E và F được gọi là tương đương logic nếu E và F luôn luôn có cùng chân trị trong mọi trường hợp chân trị *của* bộ biến mệnh đề.
- Kí hiệu: E = F (hoặc E $\Leftrightarrow$ F, hoặc E $\equiv$ F) và đọc là "E tương đương với F".
- Như vậy, ta có thể kiểm tra xem 2 biểu thức logic có tương đương hay không bằng cách lập bảng chân trị *của* các biểu thức logic.
  – Ví dụ: Từ bảng chân trị *của* các biểu thức logic **$p \rightarrow q$ và $\neg p \vee q$** theo các biến mệnh đề p, q ta có: $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
1	1		
1	0		
0	1		
0	0		

Biểu thức hằng đúng, biểu thức hằng sai

- Biểu thức E được gọi là hằng đúng nếu chân trị *của* E luôn luôn đúng trong mọi trường hợp chân trị *của* **các biến mệnh đề trong biểu thức E** (**E=1**)
- Biểu thức **E** được gọi là hằng sai nếu chân trị *của* E luôn luôn sai trong mọi trường hợp chân trị *của* các biến mệnh đề trong biểu thức E (**E=0**)
- Ví dụ:
  - Biểu thức $p \wedge \neg p$ là hằng **sai**.
  - Biểu thức $p \vee \neg p$ là hằng đúng.
  - Biểu thức $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$ là hằng **đúng**.

Biểu thức hằng đúng, biểu thức hằng sai

- **Mệnh đề:** Giả sử E và F là 2 biểu thức logic. Khi đó, E tương đương logic với F (E = F) khi và chỉ khi biểu thức logic E $\leftrightarrow$ F là hằng đúng (hay E $\leftrightarrow$ F = 1).
  - **Ví dụ:** Vì $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$ là hằng đúng nên $p \rightarrow q = \neg p \vee q$

Các quy luật logic (hệ thức tương đương cơ bản)

- Luật về **phép phủ định**
  - $\neg 0 = 1$
  - $\neg 1 = 0$
  - $\neg\neg p = p$ (luật phủ định của phủ định)
- Luật **giao hoán**
  - $p \wedge q = q \wedge p$
  - $p \vee q = q \vee p$
- Luật **kết hợp**
  - $p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$
  - $p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$
- Luật **phân bố**
  - $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
  - $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Các luật logic (hệ thức tương đương cơ bản)

- Luật về **phần tử bù**
  - $p \vee \neg p = 1$
  - $p \wedge \neg p = 0$
- Luật **lũy đẳng**
  - $p \wedge p = p$
  - $p \vee p = p$
- Luật **thống trị**
  - $p \wedge 0 = 0$
  - $p \vee 1 = 1$
- Luật **trung hòa**
  - $p \wedge 1 = p$
  - $p \vee 0 = p$

Các luật logic (tt)

- Luật **hấp thụ**
  - $p \vee (p \wedge q) = p$
  - $p \wedge (p \vee q) = p$
- Luật **De Morgan**
  - $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$
  - $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$
- Luật **kéo theo**
  - $p \rightarrow q = \neg p \vee q$
- Luật **mệnh đề phản đảo**
  - $p \rightarrow q = \neg q \rightarrow \neg p$
- Luật **tương đương**
  - $p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

Các luật logic (tt)

- **Luật đối ngẫu**:
  Cho một biểu thức logic E.
  Nếu trong E ta thay mỗi **giá trị 0 bằng 1**, mỗi giá trị **1 bằng 0,** mỗi phép $\wedge$ bằng phép $\vee$ và mỗi phép $\vee$ bằng phép $\wedge$ thì ta được một biểu thức logic E* được gọi là **biểu thức đối ngẫu *của* E**.
- *Ta có luật đối ngẫu sau:*
  Nếu hai biểu thức E và F tương đương logic với nhau thì hai biểu thức E* và F* cũng tương đương logic với nhau.

Các qui tắc thay thế

- **Qui tắc 1:**
  Trong một biểu thức logic E, nếu ta thay thế một biểu thức con bởi *một biểu thức logic tương đương với biểu thức con đó* thì ta sẽ được một **biểu thức mới E' tương đương với biểu thức E**.
- **Ví dụ**:
  Cho biểu thức logic $E = q \vee \neg p$. Thay thế **q** trong E bằng biểu thức $\neg\neg\mathbf{q}$ (tương đương với q) ta được một biểu thức mới $\mathbf{E' = \neg\neg q \vee \neg p}$. Theo qui tắc thay thế 1 ta có: $q \vee \neg p = \neg\neg q \vee \neg p$

Các qui tắc thay thế (tt)

- **Qui tắc 2**:
  Giả sử biểu thức logic E là một hằng đúng. Nếu ta thay thế một biến mệnh đề p bởi một biểu thức logic tuỳ ý thì ta sẽ được một biểu thức logic mới E' cũng là một hằng đúng.
- **Ví dụ**:
  Ta có biểu thức $E(p, q) = (p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$ là một hằng đúng.
  Thay thế biến q trong biểu thức E bởi biểu thức $q \wedge r$ ta được biểu thức logic mới: $E'(p, q, r) = (p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow (\neg p \vee (q \wedge r))$.
  Theo qui tắc thay thế 2 ta có biểu thức E'(p, q, r) cũng là một hằng đúng.

Ví dụ 1

Chứng minh rằng $(p \to q) = (\neg q \to \neg p)$.

- Chứng minh:

$(p \to q) = \neg p \lor q$ (luật kéo theo)

$= \mathbf{q} \lor \neg p$ (luật giao hoán)

$= \neg\neg \mathbf{q} \lor \neg p$ (luật phủ định)

$= \neg q \to \neg p$ (luật kéo theo)

Ví dụ 2

- Chứng minh rằng biểu thức $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$ là một hằng đúng.
- Chứng minh.

$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q = \neg((p \rightarrow q) \wedge p) \vee q$ (luật kéo theo)

$= (\neg(p \rightarrow q) \vee \neg p) \vee q$ (luật De Morgan)

$= \neg(p \rightarrow q) \vee (\neg p \vee q)$ (luật kết hợp)

$= \neg(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow q)$ (luật kéo theo)

$= 1$ (luật về phần tử bù)

- Vậy biểu thức $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$ là hằng đúng.

Ví dụ 3

Chứng minh rằng biểu thức $p \wedge q \to p$ là một hằng đúng.

- Chứng minh.

$(p \wedge q) \to p = \neg(p \wedge q) \vee p$ (luật kéo theo)

$= (\neg p \vee \neg q) \vee p$ (luật De Morgan)

$= (\neg q \vee \neg p) \vee p$ (luật giao hoán)

$= \neg q \vee (\neg p \vee p)$ (luật kết hợp)

$= \neg q \vee 1$ (luật về phần tử bù)

$= 1$ (luật thống trị)

Vậy mệnh đề $p \wedge q \to p$ là hằng đúng.

Ví dụ 4

Chứng minh rằng biểu thức $p \rightarrow p \vee q$ là một mệnh đề hằng đúng.

- <u>Chứng minh.</u>

$p \rightarrow (p \vee q) = \neg p \vee (p \vee q)$ (*luật kéo theo*)

$= (\neg p \vee p) \vee q$ (*luật kết hợp*)

$= \mathbf{1 \vee q}$ (*luật về phần tử bù*)

$= 1$ (*luật thống trị*)

Vậy mệnh đề $p \rightarrow p \vee q$ là hằng đúng.

BÀI TẬP

- Không lập bảng chân trị, sử dụng các tương đương logic để chứng minh rằng :

$$(P \wedge Q) \to Q \text{ là hằng đúng.}$$

BÀI TẬP

- Dùng bảng giá trị chân lý, chứng minh các mệnh đề sau là hằng đúng

a. $\overline{p} \to (p \to q)$

b. $(p \wedge q) \to (p \to q)$

c. $\overline{(p \to q)} \to \overline{q}$

d. $[\overline{p} \wedge (p \vee q)] \to q$

e. $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$

f. $[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)] \to r$

BÀI TẬP

- BÀI 1: Chứng minh biểu thức mệnh đề $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q) \wedge \neg q$ tương đương với biểu thức $(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge (r \vee \neg q))$

$$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q) \wedge \neg q \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \wedge \neg q$$
$$\equiv (\neg p \wedge (\neg q \vee q)) \wedge \neg q$$
$$\equiv \neg p \wedge \neg q \ \textbf{(1)}$$
$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge (r \vee \neg q)) \equiv (\neg p \vee q) \wedge \neg q$$
$$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)$$
$$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee F \equiv \neg p \wedge \neg q \quad \textbf{(2)}$$

(1) & (2) $\Rightarrow \neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q) \wedge \neg q$ tương đương $(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge (r \vee \neg q))$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

- Viết 10 câu mệnh đề và cho biết chân trị của chúng.
- Chuyển các câu sau sang dạng mệnh đề:

a) Bạn có thể truy cập Internet từ ký túc xá chỉ nếu bạn là sinh viên khoa CNTT hoặc không phải là sinh viên năm đầu tiên

b) Nếu người đi bộ băng qua đường thì hoặc là đèn điều khiển đang xanh hoặc là sức khỏe người đi bộ không tốt.

c) Người đi xe máy không thể vượt đèn đỏ nếu anh ta thấy công an trừ khi anh ta quá liều.

Tài liệu tham khảo

- Slides bài giảng ThS. Lê Phi Hùng
- Giáo trình/Bài giảng: Bài giảng Toán rời rạc trên các nguồn internet.
- Nguyễn Hữu Anh, Toán rời rạc, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên
- Kenneth H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications*, Seventh Edition, McGraw Hill Inc., 2012

Bài tập VN

BÀI TẬP VỀ NHÀ

- BÀI 1:

  Chứng minh biểu thức mệnh đề $\neg(\neg((r \vee q) \wedge q) \vee \neg p)$ tương đương với biểu thức $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q \wedge r)$

- BÀI 2:

  Chứng minh biêu thức mệnh đê $p \vee ((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg r))$ tương đương với biểu thức mệnh đề $p \wedge ((\neg q \rightarrow r) \vee \neg(q \vee (r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s)))$