# 1

# Объявление функции

f(n)=sqrt(n^2+1)-n

# Вычисление предела функции f(x)

A=limit(f(n),n=infinity)

# Отображение полученного результата

A.show()

︡a02f22d2-f330-4acc-a6e6-6451dbb1ec34︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle 0$</div>"}︡{"done":true}︡

︠6fb4284e-0fa5-48b6-b6bd-882604bbc318︠

#2(a)

# Объявление функции

f(x)=sqrt(x)/(sqrt(x+sqrt(x+sqrt(x))))

# Вычисление предела функции f(x)

A=limit(f(x),x=infinity)

A.show()

︡f87ea790-510f-4b1e-974f-73b42f1465dd︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle 1$</div>"}︡{"done":true}︡

︠2c836e80-6938-4a89-8775-d0e79a22a6e8︠

#2(b)

f(x)=(x^2-1)/(x^2-3\*x+2)

A=limit(f(x),x=1)

A.show()

︡3f9aedb6-e0f3-4a5e-8f49-244ddffd9700︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -2$</div>"}︡{"done":true}︡

︠b9740db4-c0c4-4ee5-a54a-056d6da81908︠

#2(c)

f(x)=(1-sin(x/2))/(pi-x)

A=limit(f(x),x=pi)

A.show()

︡eaf1c540-3d5f-4089-8a38-c44ff4315ebb︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle 0$</div>"}︡{"done":true}︡

︠59c64916-bba6-4297-becf-7a28f3248589︠

#2(d)

f(x)=(1+2/x)^x

A=limit(f(x),x= infinity)

A.show()

︡31128852-cfa9-4f3b-9ede-9af97899faae︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle e^{2}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠52f40099-1297-4570-b772-50288481b935︠

#2(e)

f(x)=((1+x\*3^x)/(1+x\*7^x))^((cot(x))^2)

A=limit(f(x),x=0)

A.show()

︡00ade11c-29b1-4cec-bab0-0ae7726e1bae︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle e^{\\left(-\\log\\left(7\\right) + \\log\\left(3\\right)\\right)}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠c3449eb6-eb7a-4f98-96a6-c25a55b8c1b1︠

#3(a)

# Объявление переменных функции

var('x')

# Объявление функции y1, соответствующей числителю

y1=ln(1-x)+x^2

# Объявление функции y2, соответствующей числителю

y2=(1+x)^5-1+x^2

# Вычисление отношения производных от числителя и знаменател

f(x)=y1.diff(x)/y2.diff(x)

# Вычисление предела функции f(x)

A=limit(f(x),x=0)

A.show()

︡bd61796b-979f-409c-83b8-b85dc6815d61︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -\\frac{1}{5}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠e2287050-2361-415c-af87-fe2b38c98e26︠

#3(b)

var('x')

y1=tan(x)^cos(x)

y2=1/( tan(x)^cos(x))

f(x)=y1.diff(x)/y2.diff(x)

A=limit(f(x),x=pi/2-0)

A.show()

︡29e87c61-0bc3-4930-8cb3-4d82b4022ff7︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -1$</div>"}︡{"done":true}︡

︠03e256e8-99f0-4e49-a614-674b9000e812︠

#4(a)

# Объявление переменных функции

var('x')

# Объявление функции y

y=10^(x\*cot(x))

# Вычисление производной функции y по переменной x

A=y.diff(x)

A.show()

︡bf75f449-ddb5-4f8c-8af1-4be582f6372d︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -{\\left(x \\csc\\left(x\\right)^{2} - \\cot\\left(x\\right)\\right)} 10^{x \\cot\\left(x\\right)} \\log\\left(10\\right)$</div>"}︡{"done":true}︡

︠99e293cc-5e82-4156-8c34-af908a3bfcdb︠

#4(b)

var('x')

y=sin(x)^e^x^2

A=y.diff(x)

A.show()

︡b35fb5ba-15aa-4232-8aa7-054597690e98︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle {\\left(2 \\, x e^{\\left(x^{2}\\right)} \\log\\left(\\sin\\left(x\\right)\\right) + \\frac{\\cos\\left(x\\right) e^{\\left(x^{2}\\right)}}{\\sin\\left(x\\right)}\\right)} \\sin\\left(x\\right)^{e^{\\left(x^{2}\\right)}}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠76481a09-4db8-416c-a50b-4e6f075fb96a︠

#4(c)

var('x')

y=function('y',x)

F=y^2-2\*x\*y+1

show(solve(F.diff(x),y.diff(x)))

︡b5f3eb22-8d7a-46b9-95b5-6e5d50f32c8a︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>[$\\displaystyle D[0]\\left(y\\right)\\left(x\\right) = -\\frac{y\\left(x\\right)}{x - y\\left(x\\right)}$]</div>"}︡{"done":true}︡

︠43d5321c-a1ae-4d52-bea0-2a368ece1015︠

#4(d)

var('t')

# Объявление функции y и функции x

y=1/4\*(t^3+1)

x=2^(t-1)

# Вычисление частного производной функции y по переменной t и производной функции x по переменной t

A=y.diff(t)/x.diff(t)

A.show()

︡ff2dabba-8d14-4913-a0e7-a0191ab11c23︡{"stdout":"t\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\frac{3 \\, t^{2}}{4 \\cdot 2^{t - 1} \\log\\left(2\\right)}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠300476ea-5640-4aa6-8729-e6ef6b7007f9s︠

#5

var('x')

y=1/4\*x^2\*(2\*ln(x)-3)

# Вычисление производной 2-го порядка функции y по переменной x

A=y.diff(x,2)

A.show()

︡c4b5c554-c138-4292-bec5-cfde831112e4︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\log\\left(x\\right)$</div>"}︡{"done":true}︡

︠5f599de1-5d64-4c7f-89cc-fbe696ec7558s︠

#6 (a)

f(x)=arctan(1/x)

# Создание графика функции f(x) в пределах заданных координат

plot(f(x), xmin=-4, xmax=4, ymin=-2, ymax=2)

#Точки разрыва функции 6.1 второго рода при x=0

︡d6aed579-f2bc-4fc9-b7b1-7c1c7fc38a79︡{"file":{"filename":"/projects/af1c3a02-aa7a-4efb-ad77-9eab1f6b1797/.sage/temp/compute3-us/18668/tmp\_plJc4p.svg","show":true,"text":null,"uuid":"1bf290d8-637b-4dd7-8c53-290ac5150dc6"},"once":false}︡{"html":"<div align='center'></div>"}︡{"done":true}︡

︠c752eafa-4667-4859-9208-7c98bbbc3350s︠

#6(b)

f(x)=1/((1+x)^2)

plot(f(x), xmin=-6, xmax=6, ymin=0, ymax=12)

#Точки разрыва функции 6.2 второго рода при x=-1

︡32807083-5208-4768-b42a-58b35826e1c2︡{"file":{"filename":"/projects/af1c3a02-aa7a-4efb-ad77-9eab1f6b1797/.sage/temp/compute3-us/18668/tmp\_kF9tuW.svg","show":true,"text":null,"uuid":"2ebc330b-9613-4911-bdef-3353ffa1522e"},"once":false}︡{"html":"<div align='center'></div>"}︡{"done":true}︡

︠e2e6b8ec-8cdf-46d4-a051-c7ee238923ffs︠

#7

f(x)=x\*arctan(x)

plot(f(x), xmin=-6, xmax=6, ymin=-5, ymax=2)

# Исследование ф-ии

# D(f): от минус бесконечности до плюс бесконечности

# Функция непрерывна

# Функция чётная

# Функция непериодическая

# Предел ф-и x=0 не существует => вертикальных асимптот нет

# Предел ф-и на "+" и "-" бесконечности равен нулю => y=0 - #горизонтальная асимптота

# f(x)>0 при любых значениях х

# f(x) возрастает при x>0

# f(x) убывает при x<0

# x=0 – точка минимума функции

# График ф-и вогнутый - на всей области определения функции

︡e086f01e-acbd-4d75-81ff-af4dd526f1fc︡{"file":{"filename":"/projects/af1c3a02-aa7a-4efb-ad77-9eab1f6b1797/.sage/temp/compute3-us/18668/tmp\_CO2yLQ.svg","show":true,"text":null,"uuid":"2067cf9c-b6f9-4ed8-8fa5-1121f18eec6d"},"once":false}︡{"html":"<div align='center'></div>"}︡{"done":true}︡

︠15449bac-7bcb-48ca-a5db-692e2363d512︠

# 8(по u)

# Объявление переменных функции

var('u,v')

# Объявление функции y(u,v)

y=v\*sin(u)

# Объявление функции x(u,v)

x=u\*cos(v)

# Объявление функции z(x,y)

z=arcsin(x/y)

# Вычисление производной функции z(x,y) по переменной u

A=z.diff(u)

A.show()

︡3cd203a5-52e9-4083-8126-757d69ae745b︡{"stdout":"(u, v)\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -\\frac{\\frac{u \\cos\\left(u\\right) \\cos\\left(v\\right)}{v \\sin\\left(u\\right)^{2}} - \\frac{\\cos\\left(v\\right)}{v \\sin\\left(u\\right)}}{\\sqrt{-\\frac{u^{2} \\cos\\left(v\\right)^{2}}{v^{2} \\sin\\left(u\\right)^{2}} + 1}}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠95bff77e-0d5b-4464-be92-66a090d855d7︠

# 8(по v)

var('u,v')

y=v\*sin(u)

x=u\*cos(v)

z=arcsin(x/y)

A=z.diff(v)

A.show()

︡7488e556-b680-4e16-87bb-84630f77ffda︡{"stdout":"(u, v)\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -\\frac{\\frac{u \\sin\\left(v\\right)}{v \\sin\\left(u\\right)} + \\frac{u \\cos\\left(v\\right)}{v^{2} \\sin\\left(u\\right)}}{\\sqrt{-\\frac{u^{2} \\cos\\left(v\\right)^{2}}{v^{2} \\sin\\left(u\\right)^{2}} + 1}}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠865b0f7a-1140-4a7b-8fa1-8268b8e5d7ae︠

#9

var('x,y')

# Объявление переменной z как функция z(x,y)

z=function('z',x,y)

# Объявление функции F(x,y,z(x,y))=0

F=arctan(z+ln(x))+e^(z\*y)

# Вычисление производной функции z(x,y) по переменной y

# и отображение полученного результата

show(solve(F.diff(y),z.diff(y)))

︡07a70ff6-6eb7-461e-be26-de582d49f924︡{"stdout":"(x, y)\n"}︡{"html":"<div align='center'>[$\\displaystyle D[1]\\left(z\\right)\\left(x, y\\right) = -\\frac{{\\left(2 \\, \\log\\left(x\\right) z\\left(x, y\\right)^{2} + z\\left(x, y\\right)^{3} + {\\left(\\log\\left(x\\right)^{2} + 1\\right)} z\\left(x, y\\right)\\right)} e^{\\left(y z\\left(x, y\\right)\\right)}}{{\\left(\\log\\left(x\\right)^{2} + 2 \\, \\log\\left(x\\right) z\\left(x, y\\right) + z\\left(x, y\\right)^{2} + 1\\right)} y e^{\\left(y z\\left(x, y\\right)\\right)} + 1}$]</div>"}︡{"done":true}︡

︠acc5cff6-55b1-4304-ac29-614f7fc97afc︠

#10

# Объявление переменных функции

var('x,y,dx,dy')

# Объявление функции z(x,y)

z=arccos(x-y^3\*ln(x))

# Вычисление первого дифференциала функции z(x,y)

A=z.diff(x)\*dx+z.diff(y)\*dy

A.show()

︡3a4a6152-1f28-4c40-b06d-3a153fa558ee︡{"stdout":"(x, y, dx, dy)\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\frac{3 \\, \\mathit{dy} y^{2} \\log\\left(x\\right)}{\\sqrt{-{\\left(y^{3} \\log\\left(x\\right) - x\\right)}^{2} + 1}} + \\frac{{\\left(\\frac{y^{3}}{x} - 1\\right)} \\mathit{dx}}{\\sqrt{-{\\left(y^{3} \\log\\left(x\\right) - x\\right)}^{2} + 1}}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠b89dcbbc-c572-417d-a7ee-23f7cf6f8394︠

#11

var('x,y')

# Объявление функции z(x,y)

z=ln(x+sqrt(x^2+y^2))

# Вычисление производной указанного порядка функции z(x,y)

A=((z.diff(y)).diff(y)).simplify()

A.show()

︡8aaff515-b5bb-4ef4-bcbb-ba645b6639f7︡{"stdout":"(x, y)\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -\\frac{y^{2}}{{\\left(x^{2} + y^{2}\\right)}^{\\frac{3}{2}} {\\left(x + \\sqrt{x^{2} + y^{2}}\\right)}} - \\frac{y^{2}}{{\\left(x^{2} + y^{2}\\right)} {\\left(x + \\sqrt{x^{2} + y^{2}}\\right)}^{2}} + \\frac{1}{\\sqrt{x^{2} + y^{2}} {\\left(x + \\sqrt{x^{2} + y^{2}}\\right)}}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠6eda29ee-1b93-47c7-b949-969c75040445︠

# 12

# Объявление функции z(x,y)

z(x,y)=2\*x^3+x\*y^2+5\*x^2+y^2

# Вычисление экстремумов функции

# и отображение полученного результата

show(solve([(z.diff(x))==0, (z.diff(y))==0],x,y))

︡fe1776c9-d66c-49bd-ba64-0dde8d1bb375︡{"html":"<div align='center'>[[$\\displaystyle x = \\left(-\\frac{5}{3}\\right)$, $\\displaystyle y = 0$], [$\\displaystyle x = 0$, $\\displaystyle y = 0$], [$\\displaystyle x = \\left(-1\\right)$, $\\displaystyle y = 2$], [$\\displaystyle x = \\left(-1\\right)$, $\\displaystyle y = \\left(-2\\right)$]]</div>"}︡{"done":true}︡

︠369d64b9-f771-4e11-b436-fce08ada1be2︠

# 13 (a)

# Объявление функции f(x)

f(x)=(x^4)/((x^2-1)\*(x+2))

# Вычисление интеграла от функции f(x)

A=integral(f(x),x)

A.show()

︡66da901a-c1a9-449d-a0e9-522ec6a3050a︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\frac{1}{2} \\, x^{2} - 2 \\, x + \\frac{16}{3} \\, \\log\\left(x + 2\\right) - \\frac{1}{2} \\, \\log\\left(x + 1\\right) + \\frac{1}{6} \\, \\log\\left(x - 1\\right)$</div>"}︡{"done":true}︡

︠cf166b8c-fe5e-40d7-858a-232e47631f67︠

# 13 (b)

f(x)=1/(x-x^2)

A=integral(f(x),x)

A.show()

︡d7251109-01b2-4e5f-9cbf-20a812156fe7︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -\\log\\left(x - 1\\right) + \\log\\left(x\\right)$</div>"}︡{"done":true}︡

︠5a7c4ca4-f9fa-4b00-b4b6-49e759d9aec7︠

# 13 (c)

f(x)=1/sin(x)^4

A=integral(f(x),x)

A.show()

︡ae6fa3be-ace0-4673-b783-b327f988d214︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -\\frac{3 \\, \\tan\\left(x\\right)^{2} + 1}{3 \\, \\tan\\left(x\\right)^{3}}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠c71ddb29-c4be-45a1-8b78-0e1b5c62de1b︠

# 13 (d)

f(x)=cot(x)/(1-tan(x)^2)

A=integral(f(x),x)

A.show()

︡b60ebc5f-38cb-4f2f-91e7-7f4292a9c6db︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -\\frac{1}{4} \\, \\log\\left(2 \\, \\sin\\left(x\\right)^{2} - 1\\right) + \\frac{1}{2} \\, \\log\\left(\\sin\\left(x\\right)^{2}\\right)$</div>"}︡{"done":true}︡

︠4609f7fe-dfd8-4332-b227-e97706c89910︠

#14 (a)

# Объявление границ интегрирования

a=0

b=1

# Объявление функции f(x)

f(x)=x^3/(1-x^8)

# Вычисление несобственного интеграла от функции f(x)

A=limit(integral(f(x),x),x=b)-limit(integral(f(x),x),x=a)

show(A)

︡0e1952e8-c896-4289-9a2b-54acf2798576︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\infty$</div>"}︡{"done":true}︡

︠43b0a478-44dc-479f-ad05-2f7e8d5b490fs︠

#14 (b)

a=4

b=infinity

f(x)=1/(x\*(ln(x)^3))

A=limit(integral(f(x),x),x=b)-limit(integral(f(x),x),x=a)

show(A)

︡74158295-720a-4dd9-9e53-275cc2b95e93︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\frac{1}{2 \\, \\log\\left(4\\right)^{2}}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠c4835162-641c-4757-820c-df1ffdbf3999s︠

#15 (a)

var('x')

# Объявление переменной y как функция y(x)

y=function('y',x)

# Объявление дифференциального уравнения

DE=(y.diff(x,2))\*2\*(y.diff(x)+x)-1

show(DE)

# Решение дифференциального уравнения

# и отображение полученного результата

show(desolve(DE,[y,x],contrib\_ode=True))

︡2a3dabf8-ecb4-4392-ab42-f465c3a2d9f3︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle 2 \\, {\\left(x + D[0]\\left(y\\right)\\left(x\\right)\\right)} D[0, 0]\\left(y\\right)\\left(x\\right) - 1$</div>"}︡{"stderr":"Error in lines 10-10\nTraceback (most recent call last):\n File \"/projects/sage/sage-6.10/local/lib/python2.7/site-packages/smc\_sagews/sage\_server.py\", line 947, in execute\n exec compile(block+'\\n', '', 'single') in namespace, locals\n File \"\", line 1, in <module>\n File \"/projects/sage/sage-6.10/local/lib/python2.7/site-packages/sage/calculus/desolvers.py\", line 468, in desolve\n raise NotImplementedError(\"Maxima was unable to solve this ODE.\")\nNotImplementedError: Maxima was unable to solve this ODE.\n"}︡{"done":true}︡

︠bb17f824-4ea7-4da0-ab9e-bd99542b5ab4︠

#15 (b)

var('x')

y=function('y',x)

DE=y.diff(x,2)+y.diff(x)-6\*y-x\*e^(2\*x)

show(DE)

show(desolve(DE,[y,x]))

︡53a19ea8-a7fa-48bd-aef0-2f92cc37daae︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -x e^{\\left(2 \\, x\\right)} - 6 \\, y\\left(x\\right) + D[0]\\left(y\\right)\\left(x\\right) + D[0, 0]\\left(y\\right)\\left(x\\right)$</div>"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\frac{1}{250} \\, {\\left(25 \\, x^{2} - 10 \\, x + 2\\right)} e^{\\left(2 \\, x\\right)} + K\_{1} e^{\\left(2 \\, x\\right)} + K\_{2} e^{\\left(-3 \\, x\\right)}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠03ad71bf-9fc6-4942-8237-b80b83340691︠

#15 (c)

var('x')

y=function('y',x)

DE=y.diff(x,2)+4\*y.diff(x)+4\*y-3\*e^(2\*x)\*ln(x)

show(desolve(DE,[y,x]))

︡6649c832-f463-437f-b649-d0772c0d0884︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle {\\left(K\_{2} x + K\_{1}\\right)} e^{\\left(-2 \\, x\\right)} - \\frac{3}{16} \\, {\\left(4 \\, x {\\rm Ei}\\left(4 \\, x\\right) - e^{\\left(4 \\, x\\right)} \\log\\left(x\\right) + {\\rm Ei}\\left(4 \\, x\\right) - e^{\\left(4 \\, x\\right)}\\right)} e^{\\left(-2 \\, x\\right)}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠aec55027-c315-4491-ad07-d1dec00934c6︠

#15 (d)

var('x')

y=function('y',x)

DE=y.diff(x,2)+4\*y.diff(x)-cos(2\*x)

show(desolve(DE,[y,x]))

︡f4845910-591d-4a02-b799-f99c2223047b︡{"stdout":"x\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle K\_{2} e^{\\left(-4 \\, x\\right)} + K\_{1} - \\frac{1}{20} \\, \\cos\\left(2 \\, x\\right) + \\frac{1}{10} \\, \\sin\\left(2 \\, x\\right)$</div>"}︡{"done":true}︡

︠54c076b2-1e3b-4c2a-9824-f69158cf607b︠

#15 (e)

# Объявление переменных функции

var('t')

# Объявление переменной y как функция y(t)

y=function('y',t)

# Объявление переменной y как функция y(t)

x=function('x',t)

# Объявление дифференциального уравнения 1

DE1=x.diff(t)-2\*x-y==0

# Объявление дифференциального уравнения 2

DE2=y.diff(t)-3\*x-4\*y==0

# Решение системы дифференциальных уравнений

# и отображение полученного результата

show(desolve\_system([DE1,DE2],[x,y]))

︡99eb6fe6-2943-46bc-ba07-afa503cdf37b︡{"stdout":"t\n"}︡{"html":"<div align='center'>[$\\displaystyle x\\left(t\\right) = \\frac{1}{4} \\, {\\left(x\\left(0\\right) + y\\left(0\\right)\\right)} e^{\\left(5 \\, t\\right)} + \\frac{1}{4} \\, {\\left(3 \\, x\\left(0\\right) - y\\left(0\\right)\\right)} e^{t}$, $\\displaystyle y\\left(t\\right) = \\frac{3}{4} \\, {\\left(x\\left(0\\right) + y\\left(0\\right)\\right)} e^{\\left(5 \\, t\\right)} - \\frac{1}{4} \\, {\\left(3 \\, x\\left(0\\right) - y\\left(0\\right)\\right)} e^{t}$]</div>"}︡{"done":true}︡

︠21d89a6d-9bd0-4c8b-bc1a-1b220f799c5a︠

#16(a)

# Объявление границ интегрирования

a=0

b=ln(2)

# Объявление функций, ограничивающих фигуру

f(x)=sqrt(e^x-1)

g(x)=0

# Вычисление площади фигуры

A=(limit(integral(f(x),x),x=b)-limit(integral(f(x),x),x=a))-(limit(integral(g(x),x),x=b)-limit(integral(g(x),x),x=a))

show(A)

︡72ab8d5f-a8d1-45d8-8a20-941e88a86096︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -\\frac{1}{2} \\, \\pi + 2$</div>"}︡{"done":true}︡

︠297d42f6-e9ff-47d1-858a-d19e705590e1︠

#16 (b)

a=0

b=2\*pi

f(x)=(5\*sin(3\*x))^2

A=0.5\*(limit(integral(f(x),x),x=b)-limit(integral(f(x),x),x=a))

show(A)

︡0010c797-ea03-48f3-9a4f-758cf35b1b8c︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle 12.5000000000000 \\, \\pi$</div>"}︡{"done":true}︡

︠68bbb69d-d987-46e8-a876-01c45925eb93︠

#17(a)

var('t')

# Объявление границ интегрирования

a=0

b=pi/2

# Объявление функций

x=cos(t)

y=t-sin(t)

# Вычисление подинтегральной функции

f(t)=sqrt((x.diff(t))^2+(y.diff(t))^2)

# Вычисление длинны кривой

A=(limit(integral(f(t),t),t=b))-(limit(integral(f(t),t),t=a))

show(A)

︡ae26247a-ae76-40e6-8181-558c41d822bf︡{"stdout":"t\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle -2 \\, \\sqrt{2} + 4$</div>"}︡{"done":true}︡

︠66c85a72-0482-47f2-afe9-e8e95d1cc570︠

#17(b)

var('t')

# Объявление границ интегрирования

a=0

b=pi/6

# Объявление функции

y=-ln(cos(t))

# Вычисление подинтегральной функции

f(t)=sqrt(1+(y.diff(t))^2)

# Вычисление длинны кривой

A=(limit(integral(f(t),t),t=b))-(limit(integral(f(t),t),t=a))

show(A)

︡00191fb1-a579-4829-b5f6-ca36f9c873c4︡{"stdout":"t\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle {\\rm arcsinh}\\left(\\frac{1}{3} \\, \\sqrt{3}\\right)$</div>"}︡{"done":true}︡

︠d892ef73-a183-4058-836c-f325fc22e1bas︠

#18

# Объявление границ интегрирования

b=1

a=0

# Объявление функций, ограничивающих фигуру

y(x)=1-x^2

z(x)=x^2+2

# Интегрирование функции (z(x)-y(x))^2)\*pi по х

F(x)=integral(((z(x)-y(x))^2)\*pi, x)

# Подстановка пределов

F(x)=(F(b)-F(a))

show(F(x))

︡4e9e2722-152b-4e04-b019-f76eb1e91c01︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\frac{47}{15} \\, \\pi$</div>"}︡{"done":true}︡

︠33300602-ea4f-48f2-9092-1e49dc968161︠

#19

# Объявление границ интегрирования

a=0

b=pi/2

# Объявлении функции, ограничивающей фигуру

f(x)=cos(x)\*sin(x)^3

# Вычисление полощади фигуры

A=(limit(integral(f(x),x),x=b)-limit(integral(f(x),x),x=a))

show(A)

︡4e67eec8-3d5d-45f9-b2b8-a77a25b6d570︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\frac{1}{4}$</div>"}︡{"done":true}︡

︠03c89b0f-1b0b-456b-92e7-45d11657eaa3s︠

#20

var('p,r,fi,z')

# Объявление границ интегрирования для 1-го интеграла

a=0

b=sqrt(r^2-p^2)

# Вычисление 1-го интеграла

V1=limit(integral(1,z),z=b)-limit(integral(1,z),z=a)

# Объявление границ интегрирования для 2-го интеграла

c=0

d=r

# Вычисление 2-го интегрaла

V2=limit(integral(V1,p),p=d)-limit(integral(V1,p),p=c)

# Объявление границ интегрирования для 3-го интеграла

e=0

f=pi\*2

# Вычисление 3-го интеграла

V3=(limit(integral(V2,fi),fi=f)-limit(integral(V2,fi),fi=e))\*2

V3.show()

︡7b4a3e31-b8e7-4855-8658-564f8d7f9b41︡{"stdout":"(p, r, fi, z)\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle 2 \\, \\pi r^{2} \\arcsin\\left(\\frac{r}{\\sqrt{r^{2}}}\\right)$</div>"}︡{"done":true}︡

︠abbacd5b-78b1-470a-ba20-7bd7cfb46850︠

#21

var('p,fi,z')

# Объявление границ интегрирования для 1-го интеграла(А)

a=0

b=sqrt(36-p^2)

# Объявление функции для интеграла(А)

f(z)=p^2\*sin(fi)/(p^2+z^2)

# Вычисление для 1-го интеграла(А)

A=limit(integral(f(z),z),z=b)-limit(integral(f(z),z),z=a)

# Объявление границ интегрирования для 2-го интеграла(А)

a=0

b=6

# Вычисление для 2-го интеграла(А)

A=limit(integral(A,p),p=b)-limit(integral(A,p),p=a)

# Объявление границ интегрирования для 3-го интеграла(А)

a=pi/4

b=pi/2

# Вычисление для 3-го интеграла(А)

A=limit(integral(A,fi),fi=b)-limit(integral(A,fi),fi=a)

# Объявление границ интегрирования для 1-го интеграла(В)

a=0

b=sqrt(4-p^2)

# Объявление функции для интегала(В)

f(z)=p^2\*sin(fi)/(p^2+z^2)

# Вычисление для 1-го интеграла(В)

B=limit(integral(f(z),z),z=b)-limit(integral(f(z),z),z=a)

# Объявление границ интегрирования для 2-го интеграла(В)

a=0

b=2

# Вычисление для 2-го интеграла(В)

B=limit(integral(B,p),p=b)-limit(integral(B,p),p=a)

# Объявление границ интегрирования для 3-го интеграла(В)

a=pi/4

b=pi/2

# Вычисление для 3-го интеграла(В)

B=limit(integral(B,fi),fi=b)-limit(integral(B,fi),fi=a)

# Отображение значения разности интегралов А и В

show(A-B)

︡4962a142-c61d-48ec-86eb-beabeeddf9e5︡{"stdout":"(p, fi, z)\n"}︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle 2 \\, \\sqrt{2} \\pi$</div>"}︡{"done":true}︡

︠0338da4d-a72f-441f-a6d6-b43f16742ae9s︠

# 18

b=1

a=0

y(x)=1-x^2

z(x)=x^2+2

F(x)=integral((z(x)-y(x))^2, x)

V(x)=(F(b)-F(a))\*pi

show(V(x))

︡080467fe-e32b-432a-a4bf-fd3524789b84︡{"html":"<div align='center'>$\\displaystyle \\frac{47}{15} \\, \\pi$</div>"}︡{"done":true}︡