Économétrie des Séries Temporelles

Fiche TD #1

Analyse de Séries Temporelles et Propriétés Stochastiques

1. Soit X une variable aléatoire ayant une distribution avec une moyenne μ et une variance σ^2, et soit $Y_t = X$ pour tout t.

   (a) Montrez que $\{Y_t\}$ est strictement et faiblement stationnaire.
   (b) Trouvez la fonction d'autocovariance de $\{Y_t\}$.
   (c) Grapher une série de temporelle "typique" de Y_t.

2. Pour chacun des processus suivants, déterminez s'il est :

- Stationnaire ou non.
- Un bruit blanc.
- Une série iid.
- Une martingale.

   (a) $X_t = \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0,1),$ indépendants.
   (b) $Z_t = Z_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim \mathcal{N}(0,1).$
   (c) $W_t = 0.5W_{t-1} + \xi_t, \quad \xi_t \sim \mathcal{N}(0,1),$ indépendants.

3. Soit $\{\varepsilon_t\}$ un processus de bruit blanc à moyenne nulle. Supposons que le processus observé soit $Y_t = \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1}$, où θ est soit 3, soit $\frac{1}{3}$.

   (a) Trouvez la fonction d'autocorrélation de $\{Y_t\}$ pour les cas où $\theta = 3$ et $\theta = \frac{1}{3}$.
   (*Note : Pour déterminer la fonction d'autocorrélation de* $\{Y_t\}$, il est nécessaire de calculer $\mathsf{cov}(Y_t, Y_{t+k})$ pour différentes valeurs de k.)