

Économétrie des Séries Temporelles

Fiche TD #1

Analyse de Séries Temporelles et Propriétés Stochastiques

1. Soit X une variable aléatoire ayant une distribution avec une moyenne μ et une variance σ^2 , et soit $Y_t = X$ pour tout t .
 - (a) Montrez que $\{Y_t\}$ est strictement et faiblement stationnaire.
 - (b) Trouvez la fonction d'autocovariance de $\{Y_t\}$.
 - (c) Grapher une série de temporelle "typique" de Y_t .

2. Pour chacun des processus suivants, déterminez s'il est :
 - Stationnaire ou non.
 - Un bruit blanc.
 - Une série iid.
 - Une martingale.
 - (a) $X_t = \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, 1)$, indépendants.
 - (b) $Z_t = Z_{t-1} + \eta_t$, $\eta_t \sim \mathcal{N}(0, 1)$.
 - (c) $W_t = 0.5W_{t-1} + \xi_t$, $\xi_t \sim \mathcal{N}(0, 1)$, indépendants.

3. Soit $\{e_t\}$ un processus de bruit blanc à moyenne nulle. Supposons que le processus observé soit $Y_t = e_t + \theta e_{t-1}$, où θ est soit 3, soit $\frac{1}{3}$.
 - (a) Trouvez la fonction d'autocorrélation de $\{Y_t\}$ pour les cas où $\theta = 3$ et $\theta = \frac{1}{3}$.
(Note : Pour déterminer la fonction d'autocorrélation de $\{Y_t\}$, il est nécessaire de calculer $\text{cov}(Y_t, Y_{t+k})$ pour différentes valeurs de k .)